



HAL
open science

Tolérancement flexible 3D pour les assemblages, analyse par méta-modèles de chaos et krigeage

Moro Tanguy

► To cite this version:

Moro Tanguy. Tolérancement flexible 3D pour les assemblages, analyse par méta-modèles de chaos et krigeage. Congrès Lambda Mu 22 “ Les risques au cœur des transitions ” (e-congrès) - 22e Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement, Institut pour la Maîtrise des Risques, Oct 2020, Le Havre (e-congrès), France. <hal-03483335>

HAL Id: hal-03483335

<https://hal.science/hal-03483335v1>

Submitted on 16 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Tolérancement flexible 3D pour les assemblages, analyse par méta-modèles de chaos et krigeage 3D flexible tolerancing for assemblies, analysis by chaos and kriging surrogate models

MORO Tanguy

Direction de l'Expertise et de la
Recherche

Institut de Recherche Technologique

Jules Verne

Bouguenais, France

tanguy.moro@irt-jules-verne.fr

Résumé — Une approche basée sur la construction de méta-modèles de chaînes de côtes par chaos polynomial et par krigeage AK-MCS est proposée pour l'analyse de tolérancement d'assemblages flexibles. Celle-ci couple les méthodes de tolérancement, de propagation d'incertitudes et la méthode des éléments finis.

Abstract — An approach based on the construction of meta-models by polynomial chaos and by AK-MCS kriging is proposed for the tolerance analysis of flexible assemblies. This couples the methods of tolerancing, of propagation of uncertainties and the method of the finite elements.

Keywords—Tolérancement, Assemblages déformables, Chaos, Krigeage, Indices de Sobol

I. INTRODUCTION

En industrie, la modélisation produit / processus des assemblages est basée sur la Spécification Géométrique des Produits (SGP – GPS en anglais) et l'analyse de tolérances. Cette approche industrielle est codifiée par un ensemble de normes internationales ISO, permettant la spécification géométrique des pièces et la construction de modèles de chaînes de côtes d'assemblages. Le concept de spécification géométrique des produits fournit un cadre théorique global pour traduire des exigences fonctionnelles de pièces en cotations dimensionnelles et géométriques au plan, de manière universelle et non-ambiguë et des préconisations pour la construction de modèles de chaînes de côtes :

- Normes fondamentales ISO GPS pour les concepts, principes et définitions de la spécification géométrique des produits, telles que l'ISO 8015:2011 ou l'ISO 17450-Parts 1-4:2011-2017 [1], [2],
- Normes générales ISO GPS pour la spécification dimensionnelle et géométrique des pièces, telles que l'ISO 14405:Parts 1-3:2016-2017 et l'ISO 1101:2017 pour les cotations dimensionnelles, de forme, d'orientation, de position et de battement [3], [4],

- Norme NF E04-008:2013 GPS pour la construction de chaînes de côtes tolérancées suivant un modèle linéaire et les méthodes arithmétique, statistique quadratique et statistique inertielle [5].

L'hypothèse principale de ces normes est basée sur le principe de la pièce rigide : « Par défaut, une pièce doit être considérée comme ayant une rigidité infinie et toutes les spécifications GPS sont appliquées dans un état libre, non-déformé par aucune force externe, incluant la gravité ». Cependant, pour certaines structures, minces et de grandes dimensions notamment, sous les effets de la gravité et / ou des forces / des déplacements imposés par les outillages, cette hypothèse de corps rigides peut être inacceptable et les chaînes de côtes en corps rigides conduire à des résultats non-représentatifs pour certaines exigences fonctionnelles. Par ailleurs, en atelier d'assemblage, la flexibilité des pièces est utilisée tous les jours pour assurer le « conformage » des pièces pour assemblage.

Dans cet article, une approche prenant en compte la flexibilité des pièces et des assemblages est proposée pour la réalisation de chaînes de côtes 3D. Couplant les méthodes de tolérancement, de propagation d'incertitudes développées pour la fiabilité des structures et la méthode des éléments finis, cette approche est basée sur la construction de méta-modèles de chaînes de côtes par chaos polynomial et / ou par krigeage AK-MCS. L'ensemble des quantités d'intérêts propres au tolérancement est alors estimé à partir des méta-modèles : la moyenne, la variance, les intervalles de tolérances, les capacités et le taux de non-conformité pour chacune des exigences fonctionnelles de l'assemblage. Les indices de Sobol sont utilisés pour estimer les contributions à la variance totale des variances des caractéristiques fonctionnelles élémentaires de l'assemblage. Le choix des méta-modèles de propagation d'incertitudes a été fait pour être le plus proche possible, dans leur philosophie et dans leur forme, du modèle linéaire préconisé par la norme NF E04-008:2013.

II. MODELISATION DE CHAINES DE COTES 3D POUR LE TOLERANCEMENT, A L'ETAT DE L'ART INDUSTRIEL

A. Modèle linéaire de chaînes de côtes et méthodes de tolérancement

Pour chaque assemblage, des exigences fonctionnelles Y_i produit / processus sont définies, spécifiant les valeurs cibles et les tolérances associées. Suivant les exigences fonctionnelles d'assemblage des pièces les unes après les autres dans l'atelier et les spécifications des côtes géométriques, un modèle géométrique de sommation de côtes, directes et projetées, est construit pour représenter chaque Y_i . Ce modèle est appelé chaîne de côtes, relation mathématique entre Y_i et caractéristiques fonctionnelles élémentaires X_j .

Une hypothèse importante de la norme ISO GPS 8015:2011 [1] est le principe d'indépendance : par défaut, toute spécification GPS pour un élément est indépendante de toute autre spécification GPS. Cette notion d'indépendance est étendue au sens probabiliste d'indépendance de variables aléatoires, modélisation des côtes géométriques pour la réalisation de chaînes de côtes. Ainsi, le résultat d'une chaîne de côtes est un méta-modèle linéaire suivant la NF E04-008:2013 [5] :

$$Y_i = c + \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot X_j \quad (1)$$

L'objectif est de quantifier les indicateurs de conformité associés à l'exigence fonctionnelle du produit complet, assemblage de pièces élémentaires. A partir de ce modèle linéaire, une méthode de tolérancement doit être choisie. La norme NF E04-008:2013 [5] et Judic & al. [6] proposent quatre méthodes principales :

- Méthode arithmétique / worst case,
- Méthode quadratique statistique,
- Méthode statistique inertielle,
- Méthode du process tolerancing.

Une seconde hypothèse de ces normes ISO GPS est le principe rigidité de pièces : « Par défaut, une pièce doit être considérée comme ayant une rigidité infinie et toutes les spécifications GPS sont appliquées dans un état libre, non-déformé par aucune force externe, incluant la gravité » [1]. Ainsi, la géométrie des pièces reste « non-déformée » dans un assemblage.

Si pour un assemblage simple, une chaîne de côtes, 1D par exemple, peut être faite « à la main », dans la plupart des cas, l'usage d'un logiciel de tolérancement est impératif, comme MECAMASTER® utilisé par l'IRT JV.

B. Principaux résultats pour une chaîne de côte suivant la méthode de tolérancement quadratique statistique

Pour la méthode de tolérancement statistique, les principaux résultats d'une analyse de tolérances sont résumés dans le tableau suivant.

TABLE I. PRINCIPAUX RESULTATS D'UNE ANALYSE DE TOLERANCEMENT SUIVANT UNE METHODE QUADRATIQUE STATISTIQUE

Moyenne de Y	Ecart-Type de Y	Intervalle de tolérances de Y
$\mu(Y) / t(Y)$	$\frac{\sigma(Y)}{\sqrt{\text{Var}(Y)}}$	$TI(Y) = ULS(Y) - LLS(Y)$
$c + \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot \mu(X_j)$	$\sqrt{\sum_{j=1}^n \alpha_j^2 \sigma(X_j)^2}$	$C_{pk}(Y_i) \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\alpha_j^2 \cdot TI(X_j)^2}{C_{pkj}^2} \right)}$
Taux de non-conformité de Y	Capabilité de Y	Contribution à la Variance de Y
$NCR(Y)$ Pour X_j normale & centrée	$C_p(Y)$ Pour X_j normale & centrée	$SRC(X_j) / Y$ Contribution à la Variance de X_j à $\text{Var}(Y)$
$P(Y_i \notin TI(Y_i)) = 2\Phi(-TI(Y_i)/2\sigma(Y_i))$	$TI(Y_i) / 6\sigma(Y_i)$	$\alpha_j^2 \text{Var}(X_j) / \text{Var}(Y_i)$

Où μ est la moyenne, σ est l'écart-type, Var est la variance, TI est l'intervalle de tolérances, ULS et LLS sont les limites haute et basse de spécification, C_p est l'indice de capabilité du processus et NCR est le taux de non-conformité de la variable aléatoire géométrique Y_i ou X_j .

III. PROPOSITION D'UNE METHODOLOGIE POUR LA CONSTRUCTION DE CHAINES DE COTES POUR LE TOLERANCEMENT 3D POUR DES ASSEMBLAGES INTEGRANT LA FLEXIBILITE DES PIECES

A. Méta-modèles de chaos et de krigeage de chaînes de côtes et propagation d'incertitudes

Cependant, pour certains assemblages, sous les effets de la gravité, des forces et des déplacements imposés par les outillages, l'hypothèse de corps rigides peut être inacceptable. Ainsi, les chaînes de côtes en corps rigides peuvent conduire à des résultats non-représentatifs pour certaines exigences fonctionnelles. Par ailleurs, en atelier d'assemblage, la flexibilité des pièces est utilisée tous les jours pour assurer le « conformage » des pièces pour assemblage.

Ainsi, dans cet article, une approche prenant en compte la flexibilité des pièces et des assemblages est proposée pour la réalisation de chaînes de côtes 3D. Cette approche couple les méthodes de tolérancement, de propagation d'incertitudes et la méthode des éléments finis. Elle est basée sur la construction de méta-modèles de chaînes de côtes par chaos polynomial [7], [8] et / ou par krigeage AK-MCS [9]. L'idée initiale d'utiliser des méta-modèles de propagation d'incertitudes pour la construction de chaînes de côtes a été proposée :

- Par Mazur en 2013 [10] pour le chaos polynomial,
- Par Dumas & al. en 2013 [11] pour le krigeage.

Ainsi, depuis une petite dizaine d'années, plusieurs travaux académiques et industriels ont porté sur le challenge d'intégrer la flexibilité dans l'analyse de tolérancement 3D [10], [12], [13], [14]. La méthode ici proposée se décompose en plusieurs étapes. Les premières permettent de construire le modèle géométrique, les secondes le modèle de chaîne de côtes stochastiques.

Les premières étapes consistent donc à construire le modèle géométrique dans le code par éléments finis.

L'assemblage des pièces / CAO élémentaires et leur mise en position peuvent se faire directement dans le code par éléments finis ou être préalablement réalisés dans un logiciel de CAO. Sur ce modèle géométrique, la gravité, les efforts et / ou les déplacements imposés par les outillages actifs, les positions imposées par les outillages passifs et les processus d'assemblages des pièces entre elles, par vissage ou rivetage par exemple, sont alors introduits. Les différentes exigences fonctionnelles Y_i , résultats attendus des chaînes de côtes fonctionnelles produit / processus, sont enfin définies sur l'assemblage. La prise en compte de la flexibilité des pièces dans le modèle d'assemblage va permettre de spécifier des exigences fonctionnelles telles que :

- Des mesures géométriques résultantes (une hauteur d'empilement ou un jeu entre pièces par exemple), exigences « classiques » d'une analyse de tolérancement,
- Des grandeurs mécaniques, telles que des torseurs d'efforts ou des déplacements entre pièces, exigences de « mécanique des corps rigides » accessibles sur certains logiciels d'analyse de tolérancement géométrico-mécanique,
- Des grandeurs de « mécanique des corps déformables », comme des déplacements, des déformations ou des contraintes, résultant du processus d'assemblage et/ou des effets de la gravité. Ces grandeurs peuvent en effet être d'un ordre un sur des assemblages de grandes dimensions ou des assemblages où la déformation des pièces est utilisée pour le « conformage ».

La résolution du problème géométrico-mécanique de l'assemblage par éléments finis permet ainsi d'accéder à la géométrie réelle des pièces et assemblages, déformés sous l'action des différentes sollicitations appliquées / subies.

Les secondes étapes vont consister à construire les modèles de chaînes de côtes tolérancées pour chacune des exigences fonctionnelles de l'assemblage Y_i . En premier lieu, les n variables aléatoires géométriques X_j sont considérées comme suivant une loi normale de paramètres $\mu(X_j)$ et $\sigma(X_j)$ avec $\xi_j = T(X_j)$, la transformation iso-probabiliste de X_j dans l'espace normal standard. Ces variables aléatoires sont considérées indépendantes, en conformité avec la norme ISO 8015:2011 GPS et le « principe d'indépendance » et l'hypothèse d'indépendance statistique de la norme NF E 04-008:2013. Dans ce papier, deux approches sont testées, basées sur les méthodes de propagations d'incertitudes développées pour la fiabilité des structures. Chaque exigence fonctionnelle Y est ainsi développée :

- A partir d'une expansion sur le chaos polynomial [10], [14] avec un degré maximal de développement égal à p , relativement aux n variables aléatoires géométriques X_j :

$$Y = \sum_{k=0}^{J-1} \alpha_k \cdot \Psi_k \left(\left\{ \xi_j \right\}_{j=1 \dots n} \right) \text{ avec } J = \frac{(n+p)!}{n!p!}$$

$$\Psi_k \left(\left\{ \xi_j \right\}_{j=1 \dots n} \right) = \prod_{j=1}^n H_{\delta_{kj}} \left(\xi_j \right), \quad \sum_{j=1}^n \delta_{kj} \leq p \quad \text{et} \quad \delta_{kj} \in \mathbb{N}$$

$$H_m(\xi) = \frac{(-1)^m}{\varphi(\xi)} \cdot \frac{d^m \varphi(\xi)}{d\xi^m} \quad (2)$$

Ici, le choix de ce type de méta-modèle a été fait pour être le plus proche possible, dans sa philosophie et dans sa forme, du modèle linéaire préconisé par la norme NF E04-008:2013. En effet, ce méta-modèle est de type polynomial et les variables aléatoires $\xi_j = T(X_j)$, apparaissent explicitement dans le modèle de chaîne de côtes. Ces expressions explicites permettent, comme pour le modèle linéaire, un avis d'Expert sur les résultats, une compréhension et une maîtrise, pour l'Ingénieur de Conception, de la variabilité, de la pièce élémentaire à l'assemblage, dans sa chaîne de côtes. Cette approche est donc orientée par une vision « Conception & Spécification ».

- A partir d'un estimateur de krigeage et d'un processus d'apprentissage automatique, basés sur la méthode AK-MCS [9]. Ici, le méta-modèle de krigeage va être raffiné au voisinage de la surface d'état limite de non-conformité de l'assemblage par le processus AK. Pour estimer une valeur non-observée $y(\mathbf{x}^{(0)})$ de l'exigence fonctionnelle Y en $\mathbf{x}^{(0)}$, une réalisation du vecteur aléatoire \mathbf{X} , de composantes X_j , l'estimateur de krigeage ordinaire s'écrit à partir de m réalisations Y_1, Y_2, \dots, Y_m du processus $Y(\mathbf{x})$:

$$\hat{Y}_0 = \begin{cases} \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_i \\ \hat{\beta} + \mathbf{r}_0^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \hat{\beta} \mathbf{1}) \\ \hat{\beta} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \end{cases} \quad (3)$$

Une fonctions d'auto-corrélation de type exponentiel carré est utilisée pour estimer la matrice \mathbf{R} et le vecteur d'auto-corrélation \mathbf{r}_0 .

$$R(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}, \boldsymbol{\theta}) = \exp \left(- \sum_{k=1}^n \frac{|\mathbf{x}_k^{(i)} - \mathbf{x}_k^{(j)}|^2}{\theta_k} \right) \quad (4)$$

L'estimateur de krigeage offre par ailleurs une mesure de la variance de l'erreur de modèle au point $\mathbf{x}^{(0)}$:

$$\text{Var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = \hat{\sigma}_{Y_0}^2 = \hat{\sigma}^2 \left(\mathbf{1} - \mathbf{r}_0^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}_0 + u_0^T (\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1})^{-1} u_0 \right)$$

$$u_0 = \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}_0 - 1 \quad (5)$$

Les estimations des paramètres du processus gaussien $\hat{\beta}$, $\hat{\sigma}^2$ et $\boldsymbol{\theta}$ sont obtenues par la méthode du maximum de vraisemblance. Pour permettre l'utilisation de la fonction d'apprentissage U du processus AK proposée par B. Echard dans ses travaux [9] et de l'hypothèse de processus gaussien, le méta-modèle de chaîne de côtes sera, en pratique, construit dans l'espace des variables aléatoires normales centrées réduites. Le processus d'apprentissage et d'enrichissement du méta-modèle sera arrêté dès que :

$$U(\xi^{(0)}) = \frac{|\hat{Y}(\xi^{(0)})|}{\hat{\sigma}_{\hat{Y}}^2} > 2 \quad (6)$$

Ici, le choix de ce type de méta-modèle de propagation d'incertitudes a été fait pour être le plus proche possible, dans sa philosophie et dans sa forme, des opérateurs de vérification, définis par la norme ISO 17450-2:2012 [2]. Cette norme définit en effet les opérations de vérification, basées sur des opérations de mesures pour vérifier la conformité ou la non-conformité de pièces et d'assemblages. Ces opérations s'appuient sur la norme de la maîtrise statistique des processus ISO 3534-2:2006. Or, comme le montre l'équation de l'estimateur de krigeage, celui-ci est construit à partir de m « mesures » Y_1, Y_2, \dots, Y_m de l'exigence fonctionnelle Y pour différentes « pièces », ayant pour côtes géométriques $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(m)}$. Ainsi, ici, les « mesures des exigences fonctionnelles » apparaissent explicitement dans le modèle de chaîne de côtes. Elles permettent alors un avis d'expert sur les résultats, une compréhension et une maîtrise, pour l'Ingénieur de Métrologie / de Qualité, de la conformité, de la pièce élémentaire à l'assemblage. Cette approche est donc orientée par une vision « Métrologie & Qualité & Vérification ». Ce choix est assez proche des travaux proposés par Dumas & al. [15] pour l'inspection de conformité de pièces, basés sur la méthode AK-ILS.

B. Principaux résultats pour une chaîne de côte pour des méta-modèles de chaos et de krigeage

L'ensemble des quantités d'intérêts propres au tolérancement peut alors être estimé à partir des méta-modèles qui précèdent : la moyenne, la variance, les intervalles de tolérances, les capacités et le taux de non-conformité pour chacune des exigences fonctionnelles de l'assemblage. Les indices de Sobol sont utilisés pour estimer les contributions à la variance totale des variances des caractéristiques fonctionnelles élémentaires de l'assemblage.

Cette méthodologie a été développée sous OptenTurns®, Mathcad® et ANSYS®. Elle est par la suite, appliquée sur un exemple d'assemblage vissé de pièces flexibles, intégrant des tolérances de position. Les performances et limites de chacun des méta-modèles sur cet exemple sont mises en avant.

TABLE II. PRINCIPAUX RESULTATS D'UNE ANALYSE DE TOLERANCEMENT POUR UN META-MODELE DE CHAINE DE COTES PAR CHAOS POLYNOMIAL & PAR KRIGEAGE

Méta-modèle sur le chaos polynomial	
Moyenne de Y	Ecart-Type de Y
$\mu(Y) / t(Y)$	$\sigma(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)}$
α_0	$\sqrt{\sum_{k=0}^{J-1} \alpha_k^2 \text{Var}\left(\Psi_k\left(\{\xi_j\}_{j=1\dots n}\right)\right)}$
Taux de non-conformité de Y	Contribution à la Variance de Y
$NCR(Y)$ X_j variable centrée suivant une loi normale	Indice de Sobol $S_j(X_j) / Y$ Contribution de la variance de X_j à $\text{Var}(Y_i)$
Simulations de Monte Carlo sur le méta-modèle de chaos polynomial	$\frac{\sum_{k \in \Gamma_j} \alpha_k^2 \text{Var}\left(\Psi_k\left(\{\xi_j\}_{j=1\dots n}\right)\right)}{\text{Var}(Y)}$ Γ_j correspondant aux polynômes dépendant uniquement de ξ_j
Meta-modèle de krigeage	
Moyenne de Y	Ecart-Type de Y
$\mu(Y) / t(Y)$	$\sigma(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)}$
\hat{Y}_0	$\hat{\sigma}_{\hat{Y}_0}^2$
Taux de non-conformité de Y	Contribution à la Variance de Y
$NCR(Y)$ X_j variable centrée suivant une loi normale	Indice de Sobol $S_j(X_j) / Y$ Contribution de la variance de X_j à $\text{Var}(Y_i)$
Simulations de Monte Carlo sur le méta-modèle de krigeage	Cf. Marrel & al. [16]

IV. APPLICATION A UN ASSEMBLAGE FLEXIBLE PAR VISSAGE D'UNE STRUCTURE AERONAUTIQUE

Cette approche de tolérancement 3D flexible est appliquée à un assemblage flexible aéronautique. Deux plaques minces sont assemblées par un processus de vissage. Chaque pièce est définie avec ses valeurs nominales et ses tolérances, pour des tolérances de dimensions et de positions. Leur matériau est un acier E24. Les boulons sont des ASNA 2042 « lock-bolt » en titane TA6V.

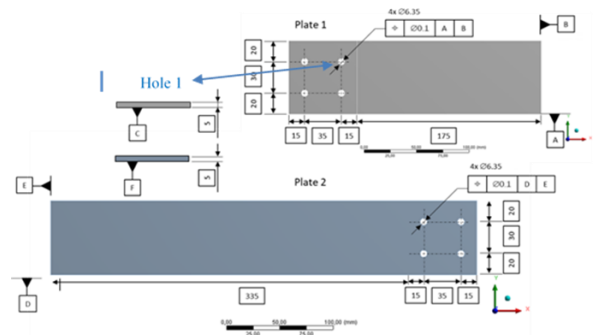


Fig. 1. Pièces 1 & 2 et spécifications géométriques associées

Le modèle MEF est construit sur le code ANSYS®. Des éléments finis hexaèdres 3D sont utilisés pour les plaques et des éléments finis tétraèdres 3D pour les boulons, avec des tailles de maillages adaptées, notamment aux contacts et aux valeurs de tolérances. Des contacts avec frottement sont définis à l'interface des deux plaques et entre les trous, les boulons et les plaques. Le processus d'assemblage des deux pièces structurelles par boulons est défini par :

- Serrage des deux pièces à leurs extrémités pour assurer un maintien en position par l'outillage,
- Application d'une force verticale $F_z = 200N$ pour permettre le passage des boulons dans les trous en vis-à-vis, pour rattraper des défauts de coaxialité éventuels, liés aux tolérances,
- Vissage des deux boulons ASNA 2042 de $\varnothing 6.35$.

Plusieurs quantités mécaniques et géométriques pour l'analyse des tolérances stochastiques peuvent être calculées et liées à des exigences fonctionnelles :

- Contraintes de Von Mises maximales « installées par le processus » dans la pièce 1, dans la pièce 2 et dans les boulons → Exigences fonctionnelles mécaniques,
- Écart / Jeu de flexion secondaire entre les pièces 1 et 2 dans l'assemblage → Exigence fonctionnelle géométrique, résultant de la déformation par flexion des pièces,
- Dimensions totales (longueur, hauteur, largeur) de l'assemblage → Exigences fonctionnelles géométriques.

Les deux premières catégories d'exigences ne peuvent être traitées qu'en introduisant la flexibilité des pièces dans l'assemblage.

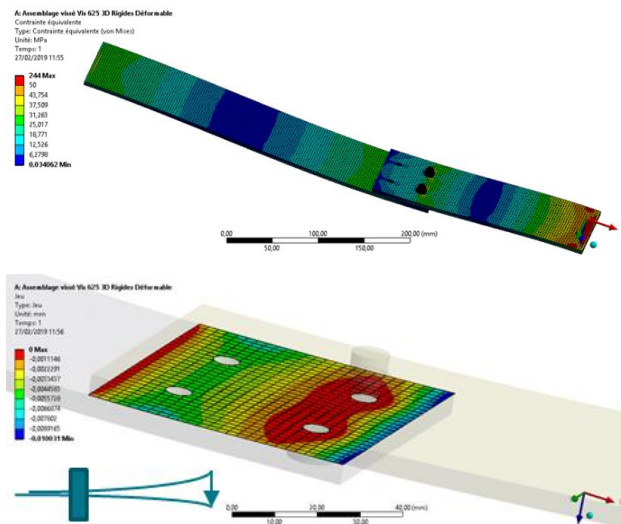


Fig. 2. Contraintes de Von Mises & jeu de flexion secondaire à l'interface entre les pièces 1 et 2 générés par le processus d'assemblage

La tolérance de position du centre du trou 1 dans l'assemblage, en conformité avec l'ISO 1101:2017 (GPS), est introduite dans le problème stochastique et la construction des chaînes de côtes. Deux variables aléatoires géométriques P_X et P_Y sont définies pour modéliser cette tolérance de localisation dans les directions x et y . Les résultats de

chaînes de côtes sont calculés pour les contraintes Von Mises (chaos) dans la plaque 2 et pour l'écart entre les plaques (chaos). Pour le développement sur le chaos, $p = 3$ et $n = 2$.

$$\sigma_{VM,P2}(P_X, P_Y) \equiv Y_1(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k=0}^9 \alpha_k \cdot \Psi_k \left(\left\{ \xi_j \right\}_{j=1 \dots 2} \right)$$

$$Gap_{12}(P_X, P_Y) \equiv Y_2(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k=0}^9 \delta_k \cdot \Psi_k \left(\left\{ \xi_j \right\}_{j=1 \dots 2} \right) \quad (7)$$

Le paramètre le plus important pour les deux chaînes de côtes est la tolérance de localisation P_Y dans la direction y . La force appliquée pour l'assemblage et le décentrage du trou 1 dans la direction y créent du cisaillement dans la vis 1 et de la flexion et de la torsion dans les plaques :

- Dans la direction x , par la charge de l'assemblage F_z ,
- Dans y direction, par la tolérance de localisation P_Y .

TABLE III. RESULTATS DE L'ANALYSE DE TOLERANCEMENT POUR UN META-MODELE DE CHAINE DE COTES PAR CHAOS POLYNOMIAL SUR L'ASSEMBLAGE AERONAUTIQUE

Y	$\mu(Y) / t(Y)$	$\frac{\sigma(Y)}{\sqrt{Var(Y)}}$	Indice de Sobol $S_j(X_j) / Y$ Contribution de la variance de X_j à $Var(Y_i)$
Méta-modèle sur le chaos polynomial			
$\sigma_{VM,P2}$	$183 MPa \leq R_{p0,2} = 235 MPa$	$29.5 MPa$ $COV = 16\%$	$S(\xi_1) = 0.155$ $S(\xi_2) = 0.842$ $S(\xi_1 \xi_2) = 0.003$
Gap_{12}	$0.012 mm$	$0.002mm$ $COV = 15\%$	$S(\xi_1) = 0.318$ $S(\xi_2) = 0.679$ $S(\xi_1 \xi_2) = 0.003$

Les distributions statistiques, résultats des simulations de Monte Carlo, présentent des distributions non-normales. De même, l'analyse des coefficients des développements sur le chaos polynomial α_k et δ_k pour les deux chaînes de côtes et de la figure 4, montre des méta-modèles fortement non-linéaires. Ces deux résultats invalident ainsi l'hypothèse de linéarité du modèle préconisé par la norme E04-008:2013.

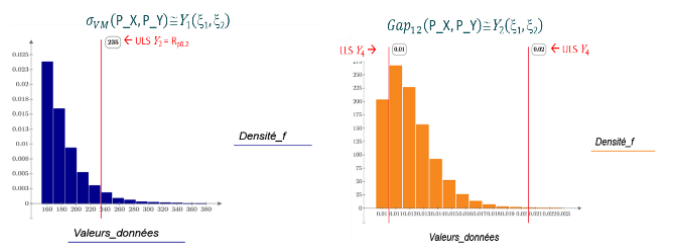


Fig. 3. Distributions statistiques de la Contrainte de Von Mises maximale dans la pièce 2 & Jeu de flexion secondaire à l'interface entre les pièces 1 et 2, générés par le processus d'assemblage

Les taux de non-conformité relatifs aux exigences fonctionnelles peuvent être estimés à partir des méta-modèles de chaos et krigeage par simulations de Monte Carlo. Pour illustration, le taux de non-conformité est estimé pour la

contrainte maximale de Von Mises dans la pièce 2, relativement à la limite d'élasticité de l'acier E24, égale à 235MPa. La fonction d'état limite pour la frontière entre « assemblage conforme » et « assemblage non-conforme » s'écrit pour les méta-modèles de chaos et krigeage :

$$G = 235 - \sigma_{VM_Plate2}(P_X,P_Y) \cong \begin{cases} 235 - \sum_{k=0}^9 \alpha_k \cdot \Psi_k \left(\left\{ \frac{x}{\sigma_k} \right\}_{j=1 \dots 2} \right) \\ 235 - \hat{Y}_{\sigma_{VM_P2}}(\xi_1, \xi_2) \cong 235 - \sum_{i=1}^m a_i Y_i \end{cases} \quad (8)$$

Pour le chaos polynomial, un plan d'expériences dédié, basé sur les travaux de Berveiller [7] a été défini pour intégrer les spécificités du métier du tolérancement. Pour la méthode AK-MCS, un plan d'expériences initial de type LHS avec 20 points de « mesures » de Y a été utilisé, puis enrichi grâce à la fonction d'apprentissage U . Pour les deux méthodes, le nombre total d'appels à la fonction d'état limite, calculs par éléments finis réalisés avec ANSYS®, pour construire les méta-modèles est précisé dans le tableau suivant.

TABLE IV. TAUX DE NON-CONFORMITE POUR LA CONTRAINTE MAXIMALE DE VON MISES DANS LA PIECE 2 ESTIME PAR SIMULATIONS DE MONTE CARLO (SMC) SUR LES META-MODELES DE CHAOS ET DE KRIGEAGE

Méthode	NCR(Y)	Nombre de calculs par éléments finis pour construire le méta-modèle
Chaos	0.0654	36 + 25000 SMC
AK-MCS	0.0657	225 + 25000 SMC

Le nombre de calculs par éléments finis nécessaires pour construire le méta-modèle par krigeage est particulièrement important. En effet, la fonction U peut mettre longtemps à converger vers 2 pour un état-limite complexe et non-linéaire. Un nouveau critère d'apprentissage / d'arrêt tel que proposé par Gaspar & al. [17] sur la valeur de NCR a été ainsi introduit dans le processus AK. Le processus d'apprentissage est arrêté lorsque $N\gamma$ valeurs successives de NCR sont les unes des autres assez proches d'une valeur γ . 144 calculs par éléments finis ont été alors nécessaires, soit un gain de 36%.

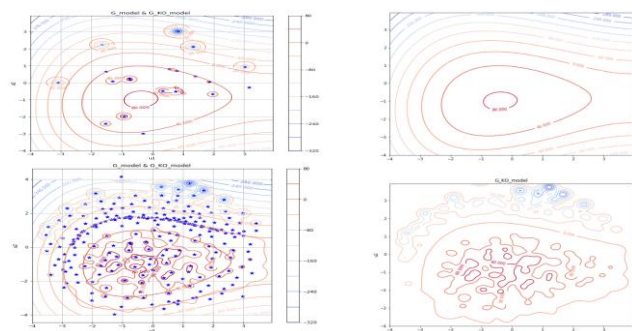


Fig. 4. Plan d'expériences initial pour la construction du méta-modèle de krigeage (en haut gauche), plan final de 225 points nécessaires à l'estimation du taux de non-conformité, avec raffinement des points aux voisinages de la fonction d'état limite (en bas gauche), méta-modèles de chaos (en haut droit) et de krigeage (en bas droit)

Cet exemple souligne la capacité de construire une chaîne de côtes géométriques à partir d'un développement sur le

chaos ou d'un estimateur de krigeage pour estimer tous les indicateurs de qualité de produit / processus propres à une analyse de tolérance. Ici, les coefficients des méta-modèles de chaos et de krigeage sont estimés à partir de plans d'expériences numériques, unique pour le chaos, auto-adaptatif pour le krigeage. Chaque point des PEX est un calcul MEF de l'assemblage, qui permet de prendre en compte la flexibilité des pièces et de l'assemblage. Les calculs MEF peuvent fournir des résultats géométriques, avec déformations, mais aussi des contraintes ou des jeux entre pièces, provenant de la flexibilité, résultats inaccessibles en tolérancement rigide classique. Or, ces grandeurs peuvent être fortement non-linéaires vis-à-vis des cotations géométriques élémentaires, remettant en cause l'hypothèse de linéarité préconisée par norme E04-008:2013. La méthode ici proposée permet donc d'ouvrir l'analyse de tolérances à de nouveaux champs de résultats, comme les contraintes installées par les processus d'assemblage ou les ouvertures de « gaps » générées par des décollements non-prévus de surfaces en contact. Cependant, la construction de ces chaînes de côtes impose, dans les deux types de méta-modèles, un nombre significatif de calculs MEF, respectivement de 36 et 144 dans l'exemple. Ce nombre de calculs est en effet à comparer aux $n+1$ simulations, soient 3 pour l'exemple, nécessaires pour construire un modèle linéaire par différences finies. Si ici le nombre de simulations pour construire le méta-modèle de chaos est largement inférieur à celui nécessaire pour le méta-modèle AK-MCS, la prise en compte d'un nombre n supérieur de tolérances géométriques pourrait rapidement faire exploser la valeur du nombre de coefficients J à estimer et ainsi, la dimension du plan d'expériences à construire. Par exemple, pour $n = 20$ et $p = 3$, $J = 1171$!

V. CONCLUSION

Dans cet article, une approche originale de tolérancement intégrant la flexibilité des pièces élémentaires et des assemblages a été proposée. En se basant sur les approches de propagations d'incertitudes développées pour la fiabilité des structures et les couplages avec la méthode des éléments finis, deux types de modèles de chaînes de côtes sont proposés :

- Un modèle de chaînes de côtes basé sur un développement sur le chaos polynomial, très proche dans sa formulation des modèles linéaires proposés par la norme NF E 04-008:2013,
- Un modèle de chaînes de côtes basé sur le krigeage ordinaire, très proche dans sa philosophie des opérateurs de vérification de conformité, définis par la norme ISO 17450-2:2012.

Ces deux méthodes ont été mises en œuvre sur un exemple d'assemblage aéronautique, simple et ne présentant que deux contributeurs géométriques élémentaires. L'ensemble des quantités d'intérêt de tolérancement et de qualité produit / processus ont été ici estimés, démontrant que ces méta-modèles d'exigences fonctionnelles permettent une analyse exhaustive. Cependant, le nombre de calculs par éléments finis nécessaires pour construire ces deux méta-modèles s'est avéré important. Pour une chaîne de côtes industrielle complexe, c'est le principal problème de cette approche. De même, les méta-modèles par chaos et krigeage restent généralement limités à la prise en compte de 20 à 30 variables aléatoires. Ce point est, là aussi, particulièrement

limitant pour un problème de tolérancement, pouvant intégrer plusieurs centaines de côtes géométriques. Pour pallier à ces limites, une décomposition en sous-assemblages et sous-chaînes de côtes serait une solution possible, comme suggérée par Judic & al. [6], ainsi que la mise en œuvre des avancées récentes proposées par Lelièvre [18] et Gayton [19] : les méthodes AK-HDMR et AK-PCA. Une autre piste à explorer serait de privilégier ces approches pour des chaînes de côtes « critiques », imposant la prise en compte de la flexibilité pour garantir l'assemblage, où le nombre de variables aléatoires aurait été réduit par avis d'Expert ou par une chaîne de côtes en corps rigides et une analyse de sensibilité préalable.

REFERENCES

- [1] ISO 8015:2011, Spécification géométrique des produits (GPS) — Principes fondamentaux — Concepts, principes et règles.
- [2] ISO 17450, Spécification géométrique des produits (GPS) - Concepts généraux - Partie 1:2011 : Modèle pour la spécification et la vérification géométriques, Partie 2 : 2012 Principes de base, spécifications, opérateurs, incertitudes et ambiguïtés, Partie 3 : 2016 Eléments tolérancés, Partie 4 : 2017, Caractéristiques géométriques pour la quantification des écarts GPS.
- [3] ISO 14405, Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement dimensionnel - Partie 1: Tailles linéaires (2010), Partie 2: Dimensions autres que tailles linéaires (2011), Partie 3: Tailles angulaires (2016).
- [4] ISO 1101:2017, Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique - Tolérancement de forme, orientation, position et battement.
- [5] NF E04-008:2013 Spécification géométrique des produits (GPS) - Calcul de tolérance, indications et critères d'acceptation - Méthodes arithmétique, statistique quadratique et statistique inertielle.
- [6] J.-M. Judic, N. Gayton, Livre Blanc, "Objectif Smart Tolerancing, Des méthodes de tolérancement innovantes et efficaces pour l'usine du futur", 2018.
- [7] M. Berveiller, "Eléments finis stochastiques : approches intrusive et non-intrusive pour des analyses de Fiabilité", Thèse de l'Université BLAISE PASCAL - Clermont II, 2005.
- [8] B. Sudret, "Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion", Reliability Engineering & System Safety 93(7), 2008, p. 964-979.
- [9] B. Echard, "Evaluation par krigeage de la fiabilité des structures sollicitées en fatigue", Thèse de Doctorat de l'Université Blaise Pascal – Clermont II, 2012.
- [10] M. Mazur, "Tolerance analysis and synthesis of assemblies subject to loading with process integration and design optimization tools", Phd Thesis of School of Aerospace, Mechanical and Manufacturing Engineering, RMIT University, Melbourne, Australia, 2013.
- [11] A. Dumas, N. Gayton, J.-Y. Dantan, "The use of Kriging to compute non-conformity rate of a mechanical system", 21^{ème} Congrès Français de Mécanique, Bordeaux, 26 au 30 août 2013.
- [12] H. Falgarone, F. Thiébaud, J. Coloos, L. Mathieu, "Variation simulation during assembly of non-rigid components. Realistic assembly simulation with ANATOLEFLEX software", 14th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing (CAT), Procedia CIRP 43, 2016, p. 202 – 207.
- [13] L. Homri, E. Goka, G. Levasseur, J.-Y. Dantan, "Tolerance analysis — Form defects modeling and simulation by modal decomposition and optimization", Computer-Aided Design 91, 2017, p. 46–59.
- [14] T. Moro, "Analyse et Modélisation Produit / Process d'Assemblages vissés intégrant les Défauts de Tolérances géométriques", 6^{ème} Journée de la conception robuste et fiable, Approches universitaires et industrielles, Toulouse, Avril 2019.
- [15] A. Dumas, B. Echard, N. Gayton, O. Rochat, J.-Y. Dantan, S. Van Der Veen, "AK-ILS: An Active learning method based on Kriging for the Inspection of Large Surfaces", Precision Engineering 37, 2013, p. 1– 9.
- [16] A. Marrel, B. Iooss, B. Laurent, O. Roustant, "Calculations of Sobol indices for the Gaussian process metamodel", Reliability Engineering and System Safety 94, 2009, p. 742–751.
- [17] B. Gaspar, A.P. Teixeira et C. Guedes Soares, "A study on a stopping criterion for active refinement algorithms in Kriging surrogate models", In Safety and Reliability of Complex Engineered Systems, Publisher: Taylor & Francis Group, London, UK, Editors: L. Podofillini, B. Sudret, B. Stojadinovic, E. Zio, W. Kröger, 2015, p.1219–1227.
- [18] N. Lelièvre, "Développement des méthodes AK pour l'analyse de fiabilité. Focus sur les événements rares et la grande dimension", Thèse de Doctorat de l'Université Blaise Pascal – Clermont II, 2018.
- [19] N. Gayton, "Les méthodes AK pour la classification, Récents développements ", 6^{ème} Journée de la Conception Robuste & Fiable, Approches Universitaires et Industrielles, Toulouse, Avril 2019.