



**HAL**  
open science

# Approche probabiliste pour l'optimisation de la maintenance de composants en acier des centrales nucléaires REP

Emmanuel Ardillon, Xiaofan Yang

## ► To cite this version:

Emmanuel Ardillon, Xiaofan Yang. Approche probabiliste pour l'optimisation de la maintenance de composants en acier des centrales nucléaires REP. Congrès Lambda Mu 22 " Les risques au cœur des transitions " (e-congrès) - 22e Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement, Institut pour la Maîtrise des Risques, Oct 2020, Le Havre (e-congrès), France. <hal-03476565>

**HAL Id: hal-03476565**

**<https://hal.science/hal-03476565v1>**

Submitted on 13 Dec 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Approche probabiliste pour l'optimisation de la maintenance de composants en acier des centrales nucléaires REP

Emmanuel Ardillon  
Département PRISME  
EDF-R&D  
Chatou, France  
[emmanuel.ardillon@edf.fr](mailto:emmanuel.ardillon@edf.fr)

Xiaofan Yang  
Groupe GMAP  
EDF/UNIE  
Saint-Denis, France  
[xiaofan.yang@edf.fr](mailto:xiaofan.yang@edf.fr)

**Résumé** - Certains composants structuraux en acier situés dans la partie secondaire des centrales nucléaires REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) sont soumis à un phénomène de corrosion atmosphérique en milieu confiné affectant leur fond par la surface externe. Pour l'un d'entre eux (il s'agit d'une bache), plusieurs campagnes de mesures d'épaisseur du fond de la bache sont disponibles au cours du temps sur une population de points de mesure.

Il est possible d'évaluer, à partir de ces mesures, une distribution de cinétique de perte d'épaisseur et, en chaque point de mesure, une distribution d'épaisseur résiduelle au cours du temps, et un risque de sous-épaisseur. En cumulant ces risques individuels, on obtient un risque global de sous-épaisseur au cours du temps. En imposant une limite à ce risque, on en déduit un nombre de points à réparer (patcher). C'est cette approche probabiliste prévisionnelle pour la maintenance qui est détaillée dans cet article, tant sur le plan méthodologique qu'industriel.

**Mots-clés**— fiabilité, structures, probabiliste, incertitudes, maintenance, risque, composant, bache

## I. INTRODUCTION

Certains composants structuraux en acier situés dans la partie secondaire des centrales nucléaires REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) sont soumis à un phénomène de corrosion atmosphérique en milieu confiné affectant leur fond par la surface externe. Pour l'un d'entre eux (il s'agit d'une bache), plusieurs campagnes de mesures d'épaisseur du fond de la bache sont disponibles au cours du temps sur une population de points de mesure. Ces points sont situés dans la zone périphérique du fond où la corrosion est la plus active. Les mesures montrent un effet significatif de la corrosion avec une diminution globale de l'épaisseur au cours du temps. Il est possible d'évaluer, à partir de ces mesures, une distribution de cinétique de perte d'épaisseur et une distribution d'épaisseur résiduelle au cours du temps.

Cet article présente le principe détaillé de l'approche probabiliste mise en œuvre ainsi que ses principaux résultats utiles à l'optimisation de la maintenance sur ce composant.

## II. CADRE GENERAL

Il s'agit d'une approche probabiliste prévisionnelle permettant d'obtenir l'évolution de l'épaisseur résiduelle mesurée (sur laquelle porte le critère de défaillance) au cours du temps. On est dans une démarche de type pronostic. Pour chaque année à venir, on est ainsi capable de calculer en chaque point de mesure :

- Une distribution d'épaisseur résiduelle, réelle ou mesurée ;
- Un risque de sous-épaisseur.

Il est ensuite possible de combiner, à un instant donné quelconque, ces évaluations de risque individuel pour obtenir un risque global de sous-épaisseur de l'ensemble de la population des points de mesure à un instant souhaité, et donc de suivre l'évolution du risque global de sous-épaisseur au cours du temps.

L'approche présentée se rattache donc à l'analyse de fiabilité des structures, dont on trouvera une présentation synthétique dans [1] ou bien développée dans [2]. Ces approches sont d'utilisation actuelle dans le secteur de l'hydroélectricité [3]. On en présente ci-dessous une description succincte.

Par rapport à l'approche déterministe, on notera que l'approche probabiliste a le double avantage de permettre un traitement rigoureux des incertitudes (plutôt qu'un empiement de marges au conservatisme pas toujours maîtrisé), ainsi qu'une évaluation précise des risques.

### A. La Fiabilité des Structures

#### 1) Le cas R-S (méthode Contrainte-Résistance)

L'approche la plus élémentaire consiste à modéliser une structure par sa résistance notée  $R$  et son environnement par un terme de sollicitation représentant le chargement appliqué, noté  $S$ .  $R$  et  $S$  sont généralement aléatoires, car soumis à une variabilité naturelle. Il y a défaillance lorsque le terme de sollicitation  $S$  excède la résistance  $R$  :  $R - S < 0$ . Ce critère permet d'introduire la fonction  $G(R, S) = R - S$ , qui partitionne l'espace  $(R, S)$  à deux dimensions en un domaine de défaillance, caractérisé par  $R - S \leq 0$ , et un domaine de sûreté, défini par  $R - S > 0$ . La fonction  $G$  est appelée fonction

de performance, ou fonction d'état limite, ou fonction de défaillance.

En Sûreté de Fonctionnement, cette approche est connue sous le nom de méthode contrainte-résistance.

La probabilité de défaillance  $P_f$  est égale à  $P(R - S \leq 0)$ . Elle est égale à l'intégrale de la densité conjointe  $f_{RS}$  du vecteur  $(R, S)$  sur le domaine de défaillance, soit :

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \iint_{r \leq s} f_{RS}(r, s) dr \cdot ds \quad (1)$$

Ces calculs sont aisés, et résolus par les méthodes classiques d'intégration numérique à une ou deux dimensions.

Lorsqu'en plus d'être indépendantes, les variables sont gaussiennes, on dispose directement d'une expression analytique de la probabilité  $P_f$  :

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \Phi(-\beta), \text{ avec } \beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}} \quad (2)$$

Où  $\beta$  désigne l'indice de fiabilité,  $\mu_X$  et  $\sigma_X$  désignent respectivement la moyenne et l'écart-type de la variable  $X$ , et  $\Phi$  la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. L'indice de fiabilité utilisé ici est celui de Hasofer-Lind, de la méthode FORM (cf. [1, 2, 4]).

Il est également possible d'évaluer analytiquement sur ce cas les facteurs d'importance FORM  $\alpha_R^2$  et  $\alpha_S^2$  et les facteurs de sensibilité  $\alpha_R$  et  $\alpha_S$  correspondants (indices de sensibilité spécifiques à cette méthode, obtenus directement sans coût de calcul supplémentaire et montrant l'effet de la variable sur l'indice de fiabilité). Cela permet d'aborder l'étape d'analyse de sensibilité, encore appelée hiérarchisation des sources d'incertitude (étape C' du référentiel). On a :

$$\alpha_R = \frac{-\sigma_R}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}}, \alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}} \quad (3)$$

On constate donc que, pour ce cas de base, l'évaluation de la probabilité de défaillance  $P_f$  ne pose aucune difficulté particulière.

On verra que ces rappels méthodologiques, un peu détaillés, sont utiles à la résolution de l'étude considérée.

## 2) Le cas général

Dans le cas général, qui correspond à la quasi-totalité des cas industriels, l'état de la structure est caractérisé par un vecteur d'état  $X$  de dimension  $n$ , où  $n$  correspond au nombre de variables aléatoires  $X_{i, i=1, \dots, n}$  d'entrée du modèle physico-mathématique du comportement de la structure à la défaillance (fonction  $G$ ).

Formellement, la probabilité de défaillance est alors donnée par l'intégrale :

$$P_f = \int_{G(x_{i=1, \dots, n}) \leq 0} f_X(x_{i=1, \dots, n}) dx_1 \dots dx_n \quad (4)$$

Le calcul numérique de cette intégrale n'est possible que dans des cas particuliers comme le cas  $R - S$  évoqué précédemment. De nombreuses méthodes numériques d'évaluation de la probabilité ont été développées, afin de pouvoir calculer efficacement des probabilités faibles avec un code  $G$  coûteux à évaluer. Des indices de sensibilité ont souvent été développés pour ces méthodes.

## B. Le traitement d'incertitude

Les analyses de fiabilité des structures se rattachent à la famille des approches de traitement d'incertitudes, et constituent à la fois l'origine et un cas particulier d'un référentiel méthodologique désormais assez largement accepté [5]. La figure 1 ci-dessus décrit ses principales étapes (version simplifiée du référentiel).

Ces étapes, également valables pour une analyse de fiabilité des structures, sont donc :

Etape A : spécification du problème

Etape B : quantification des incertitudes

Etape C : propagation des incertitudes

Etape C' : hiérarchisation des incertitudes, analyse de sensibilité

Les étapes A et B sont nécessaires, l'étape C est le cœur de l'approche, et l'étape C' est souhaitable sans être indispensable.

L'article suit naturellement ce déroulement.

## C. Le logiciel OpenTURNS

OpenTURNS est un outil de traitement des incertitudes développé depuis 2005 en partenariat par EDF-R&D, AIRBUS, PHIMECA Engineering, IMACS et maintenant l'ONERA. Il est, a fortiori, adapté aux études de type « analyses de fiabilité des structures » et couvre l'ensemble des étapes du référentiel évoqué ci-dessus. Une présentation détaillée du logiciel est accessible en français [6] ou en anglais [7]. Il regroupe :

- Une bibliothèque C++ avec des méthodes et algorithmes spécifiques au traitement des incertitudes ;
- Une interface textuelle en Python servant d'interface de programmation (module Python).

Il permet de procéder à l'analyse de la dispersion centrale, de la probabilité de dépassement d'un seuil (en particulier probabilité de défaillance), des quantiles et de sensibilité.

Dans le cas de modèles physiques complexes, il est possible de coupler OpenTURNS avec un code externe (e.g. code de calcul aux éléments finis).

Deux versions par an en moyenne sont diffusées par le partenariat, disponibles sous Windows et sous LINUX.

OpenTURNS est distribué sous licence LGPL pour le code informatique et sous licence FDL pour la documentation.

Récemment, une interface graphique destinée au pilotage du code a été développée. Elle s'appelle maintenant PERSALYS (Version 8 depuis mai 2020 – cf. Fig.2). Elle ne donne accès qu'à une partie des fonctionnalités d'OpenTURNS.

Une large communauté d'acteurs a adopté la plate-forme pour réaliser des études ou prototyper des travaux de recherche. Cette large diffusion permet l'enrichissement constant de la plate-forme par de nouvelles méthodes de plus en plus performantes et répondant à des besoins de plus en plus pointus.

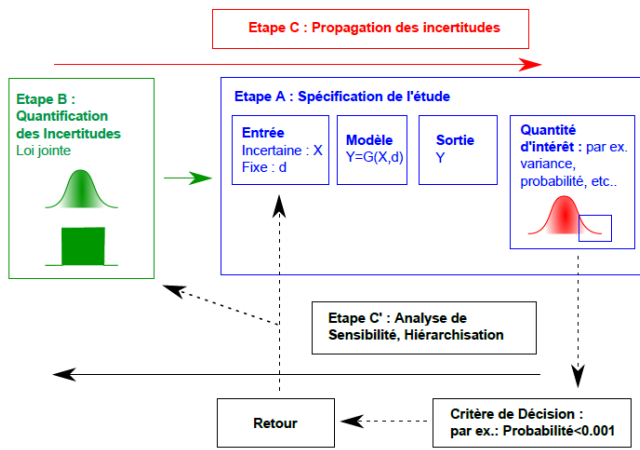


Fig. 1. Les principales étapes de la méthodologie du traitement d'incertitude

### III. MODÉLISATION RETENUE (ÉTAPE A: SPÉCIFICATION DU PROBLÈME)

#### A. Critère de défaillance

Le critère de défaillance, en lien avec la tenue du composant au séisme, porte sur l'épaisseur mesurée  $E_{p_{mes}}$ . Pour les points déjà réparés, le critère est  $E_{p_{mes}} \leq 0$  mm, pour les points non réparés, le critère est  $E_{p_{mes}} \leq 2$  mm, où  $E_{p_{mes}}$  désigne l'épaisseur mesurée.

La grandeur d'intérêt est donc la probabilité, à l'instant considéré, que l'épaisseur mesurée soit inférieure au seuil considéré.

#### B. Significativité de la corrosion

Même si les données disponibles (explicitées au §IV.B.2a)) semblent indiquer un effet « visible » de la corrosion, faisant l'objet d'un suivi de l'exploitant, il n'est pas inutile d'en chercher une confirmation au moyen d'un test statistique.

Pour cela, on utilise le test statistique non paramétrique des rangs signés de Wilcoxon [13], pour échantillons appariés, implémenté en Python dans la librairie scipy (module stats). Le test est appliqué aux mesures d'épaisseur des campagnes 2001 et 2016 provenant des mêmes points de mesure, utilisées ultérieurement pour calculer la cinétique.

L'hypothèse nulle  $H_0$  du test est que les deux échantillons sont issus d'une même distribution. Elle est acceptée si la p valeur du test est supérieure à un seuil choisi par l'analyste (en général 0.05), et doit être rejetée sinon.

Le test de Wilcoxon est également appliqué aux campagnes ultérieures, pour lesquelles 23 points de mesure ont été suivis. Il y a donc plus de mesures. Le tableau ci-dessous donne la valeur de la statistique et la p-valeur du test.

La valeur 0 obtenue pour la statistique pour les campagnes 2001 – 2016 traduit le fait que toutes les valeurs d'épaisseur mesurées en 2016 sont inférieures à celles de 2001 (points de mesure identiques).

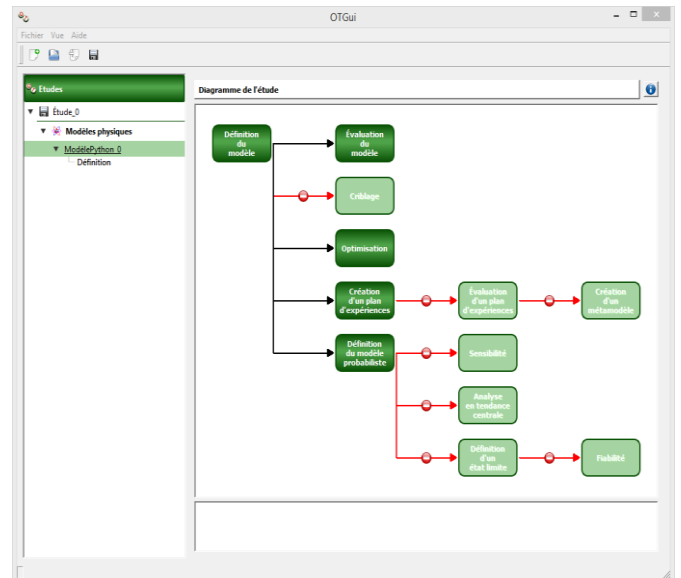


Fig. 2. Entrée dans PERSALYS, IHM d'OpenURNS

TABLE I. TEST DE WILCOXON POUR LES DIFFÉRENTES CAMPAGNES

Campagnes comparées	Statistique	p-valeur
2001 - 2016	0	0.002
2010 - 2012	17	0.002
2010 - 2016	14.5	0
2012 - 2016	26	0.03

L'application du test donne des p-valeurs toujours (largement) inférieures au seuil de 0.05, ce qui conduit à rejeter clairement  $H_0$ , et donc à conclure à un effet significatif de la dégradation (corrosion).

Le test de Friedman, généralisation du test de Wilcoxon à plusieurs échantillons appariés, peut aussi être appliqué aux campagnes 2010, 2012, 2016. On obtient des résultats tout à fait similaires (p-valeur égale à 0). Comme attendu, la p-valeur est encore plus basse, car ce test, qui est appliqué à l'ensemble des 3 échantillons considérés, est de ce fait moins exigeant que le test de Wilcoxon appliqué à chacun des couples de campagne.

#### C. Modèle retenu pour l'évolution du phénomène de dégradation

La connaissance disponible est uniquement constituée de mesures d'épaisseur au cours du temps sur les différents points de mesure suivis. On n'a donc accès naturellement qu'au taux d'évolution de l'épaisseur mesurée. Mais cette grandeur ne reflète pas directement la physique du phénomène et sa cinétique réelle. C'est la cinétique réelle qui permet de faire le lien avec un éventuel modèle physico-mathématique (pas disponible dans notre cas). Par ailleurs, raisonner sur le taux d'évolution de l'épaisseur mesurée augmente artificiellement la dispersion du phénomène, et ce d'autant plus que les deux campagnes choisies pour évaluer ce taux sont rapprochées dans le temps. Il est donc préférable de faire apparaître la cinétique réelle dans le modèle.

En second lieu, on suppose que la perte d'épaisseur réelle est linéaire en fonction du temps. Cette hypothèse de linéarité est valable pour de nombreux phénomènes de corrosion de l'acier [8] comme la corrosion-érosion [9] ou la corrosion des

armatures du béton [10]. Elle est conservatrice pour d'autres phénomènes de corrosion (évolution selon  $t^A$ , où  $A < 1$ ) [12]. Naturellement, l'hypothèse de linéarité, commune à de nombreux phénomènes de corrosion et conservatrice dans certains cas, ne signifie pas que les vitesses de corrosion des différents phénomènes sont proches.

Par définition de l'erreur globale de mesure notée  $\varepsilon$ , on a à tout instant  $t$  la relation (5):

$$Ep_{mes}(t) = Ep_{réelle}(t) + \varepsilon \quad (5)$$

Notons qu' $\varepsilon$  est qualifiée d'erreur globale de mesure (notée EGM) car, outre l'erreur du procédé de mesure proprement dit (ultrasons), elle englobe aussi l'erreur aléatoire de localisation de la mesure. Classiquement, elle est considérée comme indépendante de l'épaisseur réelle.

On voit donc que cet exemple a nécessité, en l'absence peut-être provisoire de modèle physique de dégradation adéquat, une phase d'élaboration du modèle le plus pertinent compte tenu de l'information disponible. Il s'agit d'un élément d'originalité de cette étude, le modèle physique (comportement, dégradation) étant souvent une donnée d'entrée des analyses de fiabilité structurale.

#### D. Calcul de la cinétique de perte d'épaisseur réelle à partir du taux d'évolution de l'épaisseur mesurée

De la relation (5) découle la relation suivante (6), qui permet d'obtenir la cinétique de perte d'épaisseur réelle entre les instants  $t_i$  et  $t_j$  à partir du taux d'évolution de l'épaisseur mesurée :

$$c_{ij,mes} = c_{ij,réel} + (\varepsilon_j - \varepsilon_i) / (t_j - t_i) \quad (6)$$

$\varepsilon_i$  et  $\varepsilon_j$  désignent respectivement l'erreur globale de mesure effectuée aux temps  $t_i$  et  $t_j$  ( $t_j > t_i$ ). Il s'agit de deux variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d).

$c_{ij,mes}$  désigne le taux annuel d'évolution de l'épaisseur mesurée entre les temps (années)  $t_i$  et  $t_j$ .

$c_{ij,réel}$  désigne la cinétique annuelle d'évolution de l'épaisseur réelle entre les temps (années)  $t_i$  et  $t_j$ .

Notons qu'avec les conventions de signe adoptées,  $c_{ij,mes}$  et  $c_{ij,réel}$  seront en général négatives.

On constate que l'hypothèse d'une erreur sans biais ( $\mu_\varepsilon = 0$ ) n'est pas nécessaire. En revanche,  $\varepsilon$  est supposée stationnaire, et indépendante de l'épaisseur réelle (mais pas de l'épaisseur mesurée).

Il résulte de (6) que si l'erreur de mesure  $\varepsilon$  suit une loi normale et si le taux d'évolution de l'épaisseur mesurée suit également une loi normale, alors la cinétique réelle suit aussi une loi normale.

Toujours d'après (6), on a les relations suivantes (valables quelle que soit la loi de  $\varepsilon$ ):

$$\mu_{ij,mes} = \mu_{ij,réel} \quad (7)$$

$$\sigma_{ij,mes}^2 = \sigma_{ij,réel}^2 + (2 \cdot \sigma_\varepsilon^2) / (t_j - t_i)^2 \quad (8)$$

$\mu_{ij,mes}$  (resp.  $\mu_{ij,réel}$ ) désigne la moyenne de  $c_{ij,mes}$  (resp. de  $c_{ij,réel}$ )

$\sigma_{ij,mes}^2$  (resp.  $\sigma_{ij,réel}^2$ ) désigne la variance de  $c_{ij,mes}$  (resp. de  $c_{ij,réel}$ )

$\sigma_\varepsilon^2$  désigne la variance de l'erreur globale de mesure (EGM).

On constate que la variabilité de la cinétique réelle est systématiquement inférieure à celle du taux d'évolution de l'épaisseur mesurée. La différence est d'autant plus importante que l'intervalle de temps est court, comme évoqué au paragraphe III.C. L'estimation de  $\sigma_{ij,réel}^2$  nécessite donc la connaissance des caractéristiques de l'erreur globale de mesure ( $\sigma_\varepsilon^2$ ); son estimation sera d'autant plus robuste vis-à-vis de ce paramètre que la période d'évaluation de la cinétique sera longue.

#### E. Expression de la fonction d'état limite G : calcul de l'épaisseur résiduelle mesurée en chaque point de mesure au cours du temps

Pour évaluer l'épaisseur mesurée au point  $k$  à l'instant  $t_i > t_0$  à partir de la mesure d'épaisseur disponible à  $t_0$ , il faut :

- Revenir à la distribution d'épaisseur réelle au point  $k$  en  $t_0$ , en « retranchant » une erreur de mesure ;
- Rajouter la perte d'épaisseur réelle sur l'intervalle de temps  $[t_0 ; t_i]$  : on obtient ainsi la distribution d'épaisseur réelle au point  $k$  au temps  $t_i$  ;
- Rajouter une erreur de mesure pour obtenir la distribution d'épaisseur mesurée au point  $k$  au temps  $t_i$ .

Ceci s'exprime à travers l'équation (9) suivante :

$$Ep_{mes,k}(t_i) = Ep_{mes,k}(t_0) - \varepsilon_0 + c_{0i,réel} \cdot (t_i - t_0) + \varepsilon_i \quad (9)$$

$Ep_{mes,k}(t_i)$  (resp.  $Ep_{mes,k}(t_0)$ ) désigne l'épaisseur mesurée au point  $k$  au temps  $t_i$  (resp.  $t_0$ ). Les autres grandeurs ont déjà été introduites précédemment.

Comme déjà dit, les variables  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_i$  sont i.i.d. On peut donc se ramener à une seule variable aléatoire notée  $\varepsilon'$ , de moyenne nulle et de variance égale à  $2 \cdot \sigma_\varepsilon^2$ .  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_i$  étant supposées gaussiennes,  $\varepsilon'$  est également gaussienne.

Il s'agit donc d'un problème à 2 variables aléatoires indépendantes (le vecteur d'état  $X = (c_{0i,réel}, \varepsilon')$ ). Et la fonction d'état limite  $G$  du problème (pour un point de mesure individuel) s'écrit :

$$G(X) = G(c_{0i,réel}, \varepsilon') = Ep_{mes,k}(t_0) + c_{0i,réel} \cdot (t_i - t_0) + \varepsilon' - \text{seuil} \quad (10)$$

Nous sommes donc ramenés au cas de base R – S évoqué ci-dessus (méthode contrainte-résistance, paragraphe II.A.1)), en posant par exemple :

$$R = Ep_{mes,k}(t_0) + \varepsilon' - \text{seuil} \quad (11)$$

$$S = c_{0i,réel} \cdot (t_i - t_0) \quad (12)$$

R illustre la contribution de l'EGM, S celle de la cinétique de corrosion.

#### F. Grandeurs d'intérêt

Il s'agit principalement:

- De l'évolution du risque individuel de sous-épaisseur au cours du temps en chaque point de mesure ;
- De l'évolution du risque global de sous-épaisseur au cours du temps sur l'ensemble de la population des points de mesure.

#### IV. QUANTIFICATION DES INCERTITUDES (ÉTAPE B)

##### A. Approche retenue

Il faut estimer la loi conjointe du vecteur d'état  $X = (c_{0i, \text{réel}}, \varepsilon')$ , comportant 2 variables aléatoires évidemment indépendantes.

###### 1) Variable $\varepsilon'$

On sait qu'elle est de moyenne nulle. Cela revient à identifier la loi marginale de  $\varepsilon$ . Classiquement, pour une erreur de mesure on prend une loi normale. Il reste à évaluer son écart-type. Ceci est fait par avis d'expert, et aussi en cohérence avec les données de mesure. En effet, la relation (8) du §III.D montre que l'on a nécessairement :

$$\sigma_{ij, \text{mes}} \cdot (t_j - t_i) / \sqrt{2} \geq \sigma_\varepsilon \quad (13)$$

Ce qui donne un majorant de  $\sigma_\varepsilon$ .

###### 2) Cinétique de corrosion $c_{0i, \text{réel}}$

Ici, à la différence de  $\varepsilon'$ , il ne s'agit quasiment pas d'avis d'expert car des données sont disponibles. Il faut choisir la période d'évaluation (entre quelles campagnes de mesures). Sur les données choisies, il conviendra ensuite de faire un premier test de normalité destiné à voir si l'hypothèse de normalité est acceptable, puis de choisir une distribution en fonction des résultats des tests d'ajustement ou de sélection de modèle usuels.

Le test de normalité choisi est le test de Shapiro-Wilk [13], prochainement disponible dans OpenTURN et disponible en Python dans la librairie scipy (module stats : scipy.stats.shapiro). Ce test a été choisi car il est le plus recommandé des tests de normalité [13]; en effet, il est considéré comme le plus puissant de ces tests pour des échantillons de faible taille (i.e. < 50 valeurs) [14].

Les tests d'ajustement et de sélection de modèle sont ceux disponibles dans l'IHM graphique d'OpenTURN, Persalys. C'est la version 5 de Persalys (OTGui V5) qui a été utilisée. Il s'agit du test de Kolmogorov-Smirnov et du critère d'information bayésien (BIC). Les deux tests sont employés.

Ces tests d'ajustement statistique sont classiques. Une présentation de ces tests est disponible par exemple dans [13], sur Wikipedia (cf. par exemple [15] pour le critère d'information bayésien BIC), ou dans la documentation du logiciel OpenTURN [6] accessible sur internet (cf. par exemple [http://openturns.github.io/openturns/latest/theory/data\\_analysis/bic.html](http://openturns.github.io/openturns/latest/theory/data_analysis/bic.html) pour le Bayesian Information Criterion).

Pour le BIC, il s'agit de minimiser une fonctionnelle comportant une pénalité qui dépend du nombre de paramètres de la distribution mais aussi de la taille de l'échantillon utilisé pour l'ajustement.

##### B. Résultats numériques

###### 1) Variable $\varepsilon'$

Comme vu précédemment,  $\varepsilon'$  suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type égal à  $\sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon$ . Comme évoqué au §IV.A.2), on peut identifier un majorant de  $\sigma_\varepsilon$  pour l'un des couples de campagne, on trouve que  $\sigma_\varepsilon$  doit être inférieur à 0.31.

Au final, on testera les hypothèses  $\sigma_\varepsilon = 0.2$  et  $\sigma_\varepsilon = 0.3$ .

###### 2) Cinétique de corrosion $c_{0i, \text{réel}}$

Les ajustements portent en fait sur le taux d'évolution de l'épaisseur mesurée : les données disponibles sont des mesures d'épaisseur. On revient ensuite à la cinétique réelle par les formules (6) à (8) du §III.D.

###### a) Données disponibles

4 campagnes de mesure valides sont disponibles : 2001, 2010, 2012, 2016. La campagne 2001 comporte seulement 12 mesures, les campagnes 2010 à 2016 en comportent 23.

###### b) Choix des campagnes d'évaluation

Il a été décidé de privilégier la distribution de cinétique issue des campagnes 2001 à 2016.

La principale raison est de rendre les résultats plus robustes vis-à-vis de l'EGM. En effet, comme évoqué au §III.C ci-dessus, l'incertitude liée à l'EGM a un impact d'autant plus élevé sur le taux d'évolution de l'épaisseur mesurée que les instants de mesure sont rapprochés. Il en résulte que, dans le sens inverse, la distribution de cinétique réelle sera moins sensible aux hypothèses concernant l'EGM pour des instants de mesure espacés. C'est ce que l'on observe en testant deux hypothèses :  $\sigma_\varepsilon = 0.2$  mm et  $\sigma_\varepsilon = 0.3$  mm,  $\sigma_\varepsilon$  désignant l'écart-type de l'EGM.

###### c) Première justification de la normalité

Le test employé est donc le test de normalité de Shapiro-Wilk (implémenté dans la librairie scipy).

En plus de vérifier la normalité du taux d'évolution de l'épaisseur mesurée, on vérifie aussi celle des distributions de l'épaisseur en 2001 et en 2016, puisque ces 3 variables sont liées par une relation linéaire : si 2 d'entre elles sont gaussiennes, la 3<sup>ème</sup> doit l'être également.

Le tableau ci-dessous fournit les valeurs de la statistique du test et de la p-valeur (p-value).

TABLE II. LE TEST DE SHAPIRO-WILK POUR LES 3 VARIABLES

Variable	Valeur de la statistique	p-valeur (p-value)
Ep <sub>mes</sub> (2001)	0.897	0.147
Ep <sub>mes</sub> (2016)	0.956	0.382
Cin <sub>mes, 2001-2016</sub>	0.917	0.265

Classiquement, on considère comme critère une valeur p seuil de 0.05 : si la valeur p trouvée est inférieure à ce seuil, il faut rejeter l'hypothèse de normalité. Si elle est supérieure, l'hypothèse de normalité est acceptable.

Dans notre cas, toutes les distributions peuvent être supposées normales, ce qui est bien cohérent. C'est en particulier le cas de Cin<sub>mes, 2001-2016</sub>, qui nous intéresse. On constate aussi que la valeur p trouvée pour Cin<sub>mes, 2001-2016</sub> est intermédiaire entre celle des deux autres variables, ce qui semble logique.

###### d) Ajustement aux données : choix de la distribution normale

La figure ci-dessous (issue de OT-GUI V5) représente la forme de la distribution empirique du taux d'évolution d'épaisseur mesurée.

En terme d'adéquation de loi statistique, les résultats montrent que la loi normale :

- Est acceptable pour le BIC (Bayesian Information Criterion – critère d'information bayésien) ;

- Donne de bons résultats pour le test non paramétrique de Kolmogorov-Smirnov ;
- Conduit au meilleur QQ-plot.

On choisit donc d'adopter la loi normale.

Les paramètres (moyenne et écart-type) correspondants sont (en mm):

$$\mu = -0.0628 ; \sigma = 0.0411 .$$

e) *Distribution retenue pour  $c_{0i, \text{réel}}$*

Compte tenu de la normalité de  $\varepsilon'$ , on considère que la cinétique de corrosion  $c_{0i, \text{réel}}$  suit une loi normale.

A partir de la distribution précédente, on peut maintenant caractériser la distribution de la cinétique de perte d'épaisseur réelle :

- Elle suit une loi normale de moyenne identique à celle du taux précédent ( $\mu = -0.0627778$ ) ;
- Son écart-type  $\sigma_{ij, \text{réel}}$  dépend aussi de l'écart-type  $\sigma_\varepsilon$  de l'EGM.

On obtient les valeurs suivantes :

TABLE III. VALEURS DE L'ECART TYPE DE LA CINETIQUE REELLE DE CORROSION

$\sigma_\varepsilon(\text{mm})$	0.3	0.2
$\sigma_{ij, \text{réel}}(\text{mm})$	0.0299	0.0366

Ces résultats confirment la relative insensibilité de  $\sigma_{ij, \text{réel}}$  à la variabilité de l'EGM. L'hypothèse privilégiée est  $\sigma_\varepsilon = 0.3\text{mm}$ .

Par ailleurs, on remarquera que la distribution de cinétique réelle est nécessairement à valeurs négatives, ce qui n'est pas complètement le cas de la distribution normale à laquelle nous parvenons. Néanmoins, compte tenu des valeurs de  $\mu_{ij, \text{réel}}$  et de  $\sigma_{ij, \text{réel}}$ , cette troncature ne concernerait qu'environ 2% de la distribution. L'impact de la troncature serait alors vraisemblablement (très) faible sur les résultats. Il a donc été décidé de conserver la loi normale non tronquée.

## V. PROPAGATION DES INCERTITUDES, ANALYSE DE SENSIBILITÉ (ÉTAPES C ET C')

### A. Approche retenue

1) *Risque individuel de sous-épaisseur: indice de fiabilité, probabilité de sous-épaisseur sous hypothèse de normalité (étape C en un point donné)*

$\varepsilon'$  suivant une distribution normale, c'est aussi le cas de R. Si l'on suppose que la cinétique est normale, S est normale et d'après II.A.1), on peut évaluer l'indice de fiabilité, la probabilité de défaillance et les facteurs de sensibilité correspondants. L'application des formules donne :

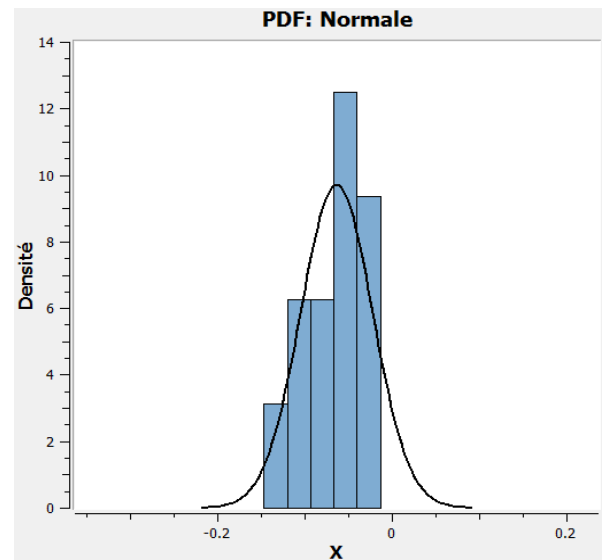


Fig. 3. Densités empirique et ajustée du taux d'évolution de l'épaisseur mesurée (2001 – 2016)

$P_f = \Phi(-\beta)$ , avec

$$\beta = \frac{Ep_{mes,k}(t_0) - \text{seuil} - \mu_{0i, \text{réel}} \cdot (t_i - t_0)}{\sqrt{(2 \cdot \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{0i, \text{réel}}^2 \cdot (t_i - t_0)^2)}} \quad (14)$$

2) *Risque individuel de sous-épaisseur: facteurs de sensibilité FORM sous hypothèse de normalité (étape C' en un point donné)*

Pour l'étape C' du référentiel, on considère les facteurs de sensibilité FORM car la méthode FORM est exacte dans ce cas linéaire gaussien. On a (cf. §II.A.1)):

$$\alpha_R = \frac{-\sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon}{\sqrt{(2 \cdot \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{0i, \text{réel}}^2 \cdot (t_i - t_0)^2)}} \quad (15)$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_{0i, \text{réel}} \cdot (t_i - t_0)}{\sqrt{(2 \cdot \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{0i, \text{réel}}^2 \cdot (t_i - t_0)^2)}} \quad (16)$$

On constate que l'importance stochastique de la cinétique augmente avec le temps et finit, pour des instants éloignés, par devenir prépondérante, lorsque :

$$\sigma_{0i, \text{réel}} \cdot (t_i - t_0) > \sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon. \quad (17)$$

Les variables sont de même importance lorsque :

$$\sigma_{0i, \text{réel}} \cdot (t_i - t_0) = \sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon \quad (18)$$

On notera que ces conclusions ne dépendent pas du point de mesure.

3) *Calcul de l'évolution du risque global de sous-épaisseur sur la population des points de mesure (étape C)*

On note  $P_{\text{def}}(t_i, k)$  le risque de sous-épaisseur au point de mesure k et à l'instant  $t_i$ .

On a clairement :

$$P_{\text{def}}(t_i, k) = P[Ep_{mes,k}(t_i) < \text{seuil}] = P(G(c_{0i, \text{réel}}, \varepsilon') < 0) \quad (19)$$

En supposant les événements « sous-épaisseur » de chaque point de mesure mutuellement indépendants (hypothèse applicable au cas étudié et conservative lorsqu'il y a corrélation positive de certains événements), on obtient le risque global de sous-épaisseur à l'instant  $t_i$   $RG(t_i)$  en cumulant les risques individuels des  $n$  points de mesure de la façon suivante :

$$RG(t_i) = 1 - \prod_{k=1}^n (1 - P_{\text{def}}(t_i, k)) \quad (20)$$

C'est la probabilité, à l'instant  $t_i$ , qu'il y ait au moins 1 point parmi les  $n$  points de mesure en sous-épaisseur.

On notera que ce risque global possède un **majorant**, valable d'ailleurs avec ou sans l'hypothèse d'indépendance mentionnée ci-dessus. On a :

$$RG(t_i) \leq RG_{\text{sup}}(t_i) = \sum_{k=1}^n P_{\text{def}}(t_j, k) \quad (21)$$

$RG(t_i)$  et  $RG_{\text{sup}}(t_i)$  sont proches si  $RG_{\text{sup}}(t_i) \ll 1$

De plus, on dispose aussi d'une évaluation du **nombre moyen de points en sous-épaisseur** (noté  $N_{\text{sep}}^{\text{moy}}$ ) à l'instant  $t_i$ ; il se trouve qu'il s'agit justement du majorant ci-dessus :

$$N_{\text{sep}}^{\text{moy}} = \sum_{k=1}^n P_{\text{def}}(t_j, k) \quad (22)$$

4) *Risque global de sous-épaisseur : analyse de sensibilité (étape C')*

Calculer des indices de sensibilité pertinents pour un risque global (i.e. une probabilité d'unions d'événements) n'est pas aisé, même pour le cas de base R-S auquel nous nous sommes ramenés, et reste, à notre avis, un problème non totalement résolu.

Dans notre cas particulier, on peut néanmoins parvenir à des conclusions qualitatives intéressantes. En effet, on a vu au paragraphe V.A.2) que l'importance relative de chacune des deux variables est la même quel que soit le point de mesure. On considère donc ici que les conclusions trouvées sur le risque individuel doivent s'étendre au risque global de sous-épaisseur : l'importance relative des variables dépend uniquement du ratio des grandeurs  $\sigma_{0i,\text{réel}} \cdot (t_i - t_0)$  et  $\sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon$  (inférieur, égal ou supérieur à 1). Ce résultat pourrait être un critère de pertinence pour un indice de sensibilité.

#### B. Résultats numériques

Les risques individuels de chaque point de mesure étant finalement un intermédiaire de calcul, ils ne sont pas donnés dans cet article.

Le risque global est calculé sur la population des 23 points de mesure, à partir des formules figurant au §V.A.3) (risque global).

La figure ci-dessous montre l'évolution du risque global en fonction du temps, jusqu'en 2040 ( $\sigma_\varepsilon = 0.3$  mm).

Il apparaît tout d'abord que le **risque global en 2023 reste très faible (0.9%)**. Sans intervention de maintenance, le risque global en 2033 est compris **entre 54,8%** ( $\sigma_\varepsilon = 0.3$  mm) **et 58,6%** ( $\sigma_\varepsilon = 0.2$  mm). La variabilité de l'erreur de mesure a donc peu d'impact sur le résultat.

Par ailleurs, il apparaît également que même sans intervention, le nombre moyen de points en sous-épaisseur **reste quand-même inférieur à 1** en 2033 : on a  $N_{\text{sep}}^{\text{moy}} = 0.76$ . Ce nombre peut sembler faible.

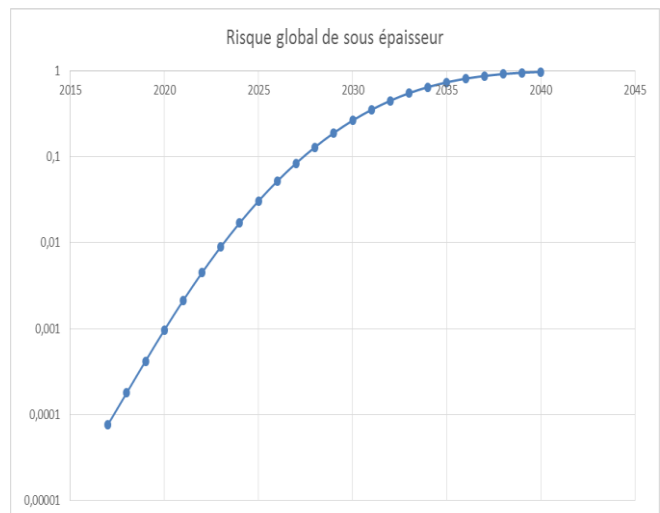


Fig. 4. Evolution du risque global de sous-épaisseur (échelle log)

TABLE IV. ANNEE OU CINETIQUE ET ERREUR DE MESURE ONT LA MEME IMPORTANCE

$\sigma_\varepsilon$ (mm)	0.3	0.2
$\sigma_{0i,\text{réel}}$ (mm)	0.0299	0.0366
$t_{\text{éq}}$	2030	2023

Concernant l'analyse de sensibilité (étape C'), comme vu au §V.A.4), il faut chercher l'instant, noté  $t_{\text{éq}}$ , pour lequel les grandeurs  $\sigma_{0i,\text{réel}} \cdot (t_i - t_0)$  et  $\sqrt{2} \cdot \sigma_\varepsilon$  sont égales. Il dépend de  $\sigma_\varepsilon$ . Avant cette année, c'est l'erreur de mesure qui prédomine, après, c'est la cinétique de corrosion. Les résultats figurent au tableau IV ci-dessus.

## VI. UTILISATION DES RESULTATS PROBABILISTES : DETERMINATION DES POINTS A REPARER

### A. Approche retenue

On décrit ici la manière dont sont utilisées les évaluations de risque global issues des étapes précédentes de l'approche.

Le critère retenu est le risque global de sous-épaisseur en 2033,  $RG(t_i=2033)$ .

Si  $RG(t_i=2033)$  excède 10%, on recherchera l'ensemble minimal des  $n_p$  points de mesure à réparer (patcher). Cela permet de minimiser les réparations à faire. Cet ensemble correspond aux points de plus fort risque individuel, classés par risque décroissant, en ne retenant que les 1<sup>ers</sup> points permettant d'atteindre un risque global inférieur ou égal à 10. Dit autrement, on sélectionne alors  $n_p$  points tels que:

$$RG_{n_{\text{mp}}}(t_j = 2033) < 10\% \text{ (et } RG_{n_{\text{mp}}+1}(t_j = 2033) \geq 10\%) \quad (23)$$

Dans une 2<sup>ème</sup> phase de l'étude, le niveau de risque toléré a été pris égal à 5%. Cela permet aussi de tenir compte des hypothèses de modélisation et notamment du fait que, dans l'étape B de quantification des incertitudes, les échantillons utilisés pour l'ajustement de la distribution de cinétique de perte d'épaisseur sont de faible taille.

On notera que les niveaux de risque retenus ne correspondent bien sûr pas à un risque de défaillance en conditions normales d'exploitation, mais à un risque de

dépassement du critère de « défaillance », dimensionné pour le séisme, en au moins un point de mesure.

Il est également intéressant d'avoir une évaluation du **nombre moyen de points en sous-épaisseur** ( $N^{\text{moy}}_{\text{sep}}$ ) à l'instant  $t_j$ , mais ce n'est pas un critère.

### B. Résultats numériques

Le nombre des points à réparer dépend du critère de risque global retenu. Comme vu précédemment, il a été fixé dans un premier temps à 10%. On va donc sélectionner les points à réparer de manière séquentielle, en partant du point de plus fort risque individuel et en les enlevant au fur et à mesure de la contribution au risque global jusqu'à arriver en dessous de 10%. Pour les points non réparés, il s'agit bien sûr des points d'épaisseur mesurée la plus faible en 2016.

Au total, les points à réparer avant 2033 sont :

- 1 point déjà réparé en 2016;
- 7 points non réparés en 2016.

En les réparant, on arrive à un risque global seulement égal à 8,5%.

Le nombre moyen de points en sous-épaisseur en ayant enlevé les points réparés serait alors de 0.089 en 2033, ce qui est très faible.

Si l'on souhaite réduire le risque et tolérer un **risque de sous-épaisseur de seulement 5%**, alors il faut **réparer deux points supplémentaires**; le risque global est alors de 5,03%. Si l'on souhaite être **strictement inférieur à 5%, il faut réparer un 3<sup>ème</sup> point** et le risque global est alors de 4,04%.

Dans tous les cas, il apparaît qu'il n'est pas nécessaire de remplacer le fond de la bache, il suffit de réparer un certain nombre de points de mesure (8 à 11).

## VII. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Certains composants structuraux en acier situés dans la partie secondaire des centrales nucléaires REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) sont soumis à un phénomène de corrosion atmosphérique en milieu confiné affectant leur fond par la surface externe. Pour l'un d'entre eux (il s'agit d'une bache), plusieurs campagnes de mesures d'épaisseur du fond de la bache sont disponibles au cours du temps sur une population de points de mesure identifiés dans la zone périphérique du fond, la plus sensible à la corrosion.

Il est possible d'évaluer, à partir de ces mesures, une distribution de cinétique de perte d'épaisseur et, en chaque point de mesure, une distribution d'épaisseur résiduelle au cours du temps, et un risque de sous-épaisseur. En cumulant ces risques individuels, on obtient un risque global de sous-épaisseur au cours du temps. En imposant une limite à ce risque, on en déduit un nombre de points à réparer (patcher). C'est cette approche probabiliste prévisionnelle pour la maintenance qui a été détaillée dans cet article, tant sur le plan méthodologique qu'industriel.

### Intérêt industriel

Tout d'abord, par rapport à l'approche déterministe, il est apparu que l'approche probabiliste a le double avantage de permettre un traitement rigoureux des incertitudes (plutôt

qu'un empilement de marges au conservatisme pas toujours maîtrisé), ainsi qu'une évaluation précise des risques.

En considérant l'année 2033 comme horizon temporel, on trouve que sans intervention de maintenance, le risque global en 2033 est compris **entre 54,8%** ( $\sigma_g = 0.3$  mm) **et 58,6%** ( $\sigma_g = 0.2$  mm). La variabilité de l'erreur de mesure a donc peu d'impact sur le résultat.

Par ailleurs, il apparaît également que même sans intervention, le nombre moyen de points en sous-épaisseur **reste quand-même inférieur à 1** en 2033 : on a  $N^{\text{moy}}_{\text{sep}} = 0.76$ . Ce nombre peut sembler faible.

Au final, si l'on accepte un risque global de sous-épaisseur de 10% en 2033 (critère de décision), il est nécessaire de réparer 8 points sur les 23, qui sont les 8 points de plus fort risque individuel. 7 sont de nouveaux points à réparer, 1 est un point déjà réparé. Si on retient un risque de 5%, il faut réparer 2 ou 3 points supplémentaires.

Dans tous les cas, l'étude a montré qu'une réparation du fond de la bache est nécessaire afin de respecter les critères de défaillance.

En revanche, il apparaît qu'il n'est pas nécessaire de procéder au remplacement complet du fond, des réparations locales (par pose de patches) sur un certain nombre de points issus de l'étude permettent de garantir l'état du matériel étudié. Ce qui contribue à une optimisation notable de la maintenance corrective de ce matériel.

Ces résultats sont en cours de valorisation interne. Ils seront peut-être accompagnés de calculs complémentaires (étude de sensibilité). Les interventions de maintenance préconisées devraient avoir lieu dans les années à venir.

### Intérêt scientifique

Tout d'abord, la fiabilité des structures aura confirmé sur cette étude son aptitude à résoudre un problème industriel.

Cette étude aura également permis d'identifier un problème industriel qu'il est possible de résoudre avec l'approche de fiabilité des structures la plus élémentaire, à savoir le cas R-S (méthode contrainte-résistance). Bien entendu, cela n'est pas la règle générale où les modélisations physiques tendent à se complexifier toujours davantage pour mieux correspondre à la réalité, mais cela reflète la situation de ce problème en termes de modélisation physique et réglementaire. Le cas R-S n'est donc pas un exemple uniquement académique.

Malgré sa simplicité, ce problème aura été l'occasion d'aborder, en l'absence peut-être provisoire de modèle physique de dégradation adéquat, une phase d'élaboration du modèle le plus pertinent compte tenu de l'information disponible. Il s'agit d'un élément d'originalité de cette étude, le modèle physique (comportement, dégradation) étant souvent une donnée d'entrée des analyses de fiabilité structurale. Ce faisant, elle aura amené à analyser la significativité (fortement probable) de la dégradation envisagée, question qui ne se pose pas habituellement dans les études, où le modèle de dégradation est déjà spécifié.

L'étude aura également confirmé le besoin de pouvoir évaluer un risque global (union d'événements) et donc de traiter des événements système. Ce point a fait l'objet récemment (2019) d'une intégration à OpenTURNS, qui permet depuis la version 1.14 de calculer des probabilités

d'événements système. Elle aura donc confirmé la pertinence de cette évolution du logiciel. Elle aura également montré le besoin de disposer d'indices de sensibilité pour ces probabilités d'événements système.

Concernant les outils, cette étude aura également conduit à évoquer la possibilité d'introduire dans OpenTURNS les tests statistiques de Shapiro-Wilk (normalité) et de Wilcoxon (comparaison de distributions d'échantillons appariés).

#### REFERENCES

- [1] M. Lemaire, E. Ardillon, "Analyses de Fiabilité des Structures," Article publié dans la Bibliothèque Virtuelle de l'AFNOR, 2018
- [2] M. Lemaire, en collaboration avec A. Chateaufort et J.-C. Mitteau, *Fiabilité des Structures – couplage mécano-fiabiliste statique*, Collection Génie Civil, Hermès/Lavoisier, 2005.
- [3] E. Ardillon, P. Bryla, A. Dumas, "Optimisation probabiliste des marges vis-à-vis du risque d'instabilité plastique dans les diagnostics de tenue mécanique des conduites forcées", Actes du Congrès Lambda-Mu n°21, Reims, 2018
- [4] E. Ardillon & al., « Méthode FORM », fiche « Méthode » de l'IMdR, document produit par le groupe de travail Sécurité et Sureté des Structures de l'IMdR. Téléchargeable gratuitement depuis l'adresse suivante : [https://www.imdr.eu/shop\\_818-47328-5300-835/fiche-methode-methode-de-fiabilite-du-premier-ordre.html](https://www.imdr.eu/shop_818-47328-5300-835/fiche-methode-methode-de-fiabilite-du-premier-ordre.html), 2015
- [5] E. de Rocquigny, N. Devictor et S. Tarantola, *Uncertainty in Industrial Practice – A Guide to Quantitative Uncertainty Management*, Wiley, 2008.
- [6] A. Dutfoy & M. Baudin, OpenTURNS, logiciel opensource pour le traitement des incertitudes dans un contexte industriel, Actes du 19<sup>ème</sup> congrès Lambda-Mu, Dijon, France, 2014
- [7] M. Baudin, A. Dutfoy, B. Iooss, A.-L. Popelin, "OpenTURNS: An industrial software for uncertainty quantification in simulation," In: [Handbook of uncertainty quantification](#), R. Ghanem, D. Higdon and H. Owhadi (Eds), Springer, 2017. [HAL version - Springer link](#)
- [8] E. Ardillon, "Time-variant structural reliability: some theoretical considerations for industrial practice," Actes de l'ICOSSAR n°11 (International Conference On Structural Safety And Reliability), New York, USA, 2013
- [9] E. Ardillon, B. Villain & M. Bouchacourt, "Probabilistic Analysis of Flow-Accelerated Corrosion in French PWR : the Probabilistic Module of BRT-CICERO Version 2". Actes de l'ICOSSAR n°7 (International Conference on Structural Safety and Reliability, Kyoto, Japon, 1997
- [10] B. Sudret, G. Daux, & M. Pendola, M. 2005. "Time-variant finite element reliability analysis – application to the durability of cooling towers", *Structural Safety* 27: 93-112, 2005
- [11] L. Schmitt, F. Duprat, T. de Larrard et J. Mai-Nhu, "Utilisation de la modélisation et de l'approche probabiliste dans le contexte normatif de la durabilité des ouvrages en béton", Journées de la Fiabilité des Matériaux et des Structures, article accepté en cours de publication, 2020
- [12] A. Czarnecki & A. Nowak. "Time-variant reliability profiles for steel girder bridges," *Structural Safety* 30: 49-64, 2008
- [13] G. Saporta, *Probabilités, Analyse des Données et Statistique*, 2<sup>ème</sup> édition, Technip, 2006
- [14] R. Rakotomalala, "Tests de normalité: techniques empiriques et tests statistiques", document en ligne, Université Lumière Lyon 2, 2011
- [15] Wikipedia, article "Critère d'information bayésien" - [https://fr.wikipedia.org/wiki/Crit%C3%A8re\\_d%27information\\_bay%C3%A9sien](https://fr.wikipedia.org/wiki/Crit%C3%A8re_d%27information_bay%C3%A9sien)