



HAL
open science

Introduction générale des éditeurs §3.4 Mécanique volume III 11

Christophe Schmit, Alexandre Guilbaud

► **To cite this version:**

Christophe Schmit, Alexandre Guilbaud. Introduction générale des éditeurs §3.4 Mécanique volume III 11. D'Alembert académicien des sciences, dans Oeuvres complètes de Jean Le Rond D'Alembert, A paraître. hal-03467309

HAL Id: hal-03467309

<https://hal.science/hal-03467309>

Submitted on 23 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Christophe Schmit et Alexandre Guilbaud, « Introduction générale des éditeurs, §3.4 Mécanique », dans Hugues Chabot, Irène Passeron, Marie Jacob (éds), *D'Alembert académicien des sciences*, dans *Œuvres complètes de Jean Le Rond D'Alembert*, vol. III/11, Paris, Cnrs éditions, 2022, p. cxxxv-cli.

III.4 MÉCANIQUE

Aspects terminologiques et objets des rapports

La mécanique :
définition et
contenu

D'Alembert écrit que « la mécanique en général a pour objet les lois de l'équilibre & du mouvement des corps, mais on donne plus parfaitement le nom de *mécanique* à la partie qui traite du mouvement, & celui de *statique* à la partie qui traite de l'équilibre » (STATIQUE, *Encyclopédie*, t. XV, p. 496b). Ainsi, la « mécanique » englobe à la fois les lois de l'équilibre et du mouvement mais le terme s'emploie aussi pour un de ses domaines, à savoir celui qui traite du seul mouvement, tandis que la statique s'attache aux lois de l'équilibre³⁴³. Cette répartition figure dans l'*Explication détaillée du système des connaissances humaines* à ceci près que cette dernière introduit le terme

343. Voir aussi MECHANIQUE (*Encyclopédie*, t. X, p. 222a-222b) : « on appelle plus proprement statique, la partie de la mécanique qui considère les corps & les puissances dans un état d'équilibre, & mécanique la partie qui les considère en mouvement ».

« dynamique » qui s'entend comme la science de « la *quantité* considérée dans les corps actuellement mus³⁴⁴ ». Finalement, la mécanique « qui traite du mouvement » correspond au sens que l'*Explication* donne à « dynamique » et la « mécanique en général » se divise effectivement dans le *Système figuré* en deux branches (*Encyclopédie*, t. I), la statique et la dynamique.

L'*Explication* introduit aussi des précisions terminologiques en fonction de la nature des corps étudiés. Ainsi, la statique science de « *quantité* considérée dans les corps en équilibre, & tendans à se mouvoir » se divise en « statique proprement dite » et en « hydrostatique » qui concernent respectivement les solides et les fluides ; de la même manière, la dynamique comprend la « dynamique proprement dite » (pour les solides) et l'« hydrodynamique » (pour les fluides) (*Encyclopédie*, t. I, p. xljxb). Plus précisément, le mot « dynamique » renvoie à deux sens : soit il s'agit de la science « des forces qui mettent les corps en mouvement », soit de « la science du mouvement des corps qui agissent les uns sur les autres, de quelque manière que ce puisse être, soit en se poussant, soit en se tirant par le moyen de quelque corps interposé entr'eux, & auquel ils sont attachés, comme un fil, un levier inflexible, un plan, &c. » (DYNAMIQUE, *Encyclopédie*, t. V, p. 174b).

L'hydrodynamique désigne, quant à elle, la « dynamique des fluides, c'est-à-dire la science qui enseigne les loix de leur mouvement » (HYDRODYNAMIQUE, *Encyclopédie*, t. VIII, p. 371b). Le terme, récent, est introduit par Daniel Bernoulli dans son traité, l'*Hydrodynamica*, publié en 1738. La science du mouvement des fluides reste encore couramment désignée sous le nom d'hydraulique.

Dynamique,
hydrodynamique
et enseignements

Le corpus de mécanique faisant l'objet de rapports auxquels D'Alembert participe recouvre tous les champs de cette science. Malgré tout, ces rapports concernent majoritairement des travaux de dynamique et d'hydrodynamique³⁴⁵, ceci reflétant les évolutions de la mécanique au XVIII^e siècle et les préoccupations de l'époque. Par ailleurs, bon nombre d'expertises portent sur des manuels, ce qui témoigne de l'importance des mutations dont l'enseignement est le théâtre à partir des années 1760.

Des deux sens précédemment évoqués du mot « dynamique », D'Alembert privilégie le deuxième dans son *Traité de dynamique* de 1743. Il remarque que « le mot dynamique est fort usité aujourd'hui parmi les savans » et qu'il se rapporte à l'étude des mouvements de systèmes de corps liés entre eux par des fils ou des verges, soit un type de problèmes auquel « les plus grands géomètres [se] sont appliqués particulièrement depuis quelques années³⁴⁶ ». En effet, cette « dynamique » naît et se développe dans le courant des années 1730-1740 avec notamment des contributions de Jean I Bernoulli, Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, avec aussi des mémoires publiés dans les volumes de l'Académie royale des sciences, et notamment des travaux d'Alexis Claude Clairaut, puis avec le *Traité de dynamique* de 1743, premier livre exclusivement consacré à cette

344. *Encyclopédie*, t. I, p. xljxb.

345. Voir ci-dessous « Domaines et natures des textes examinés ».

346. [D'Alembert 1743, p. xxij]. Le savant tient des propos semblables dans la deuxième édition de 1758 de son traité [D'Alembert 1758, p. xxxij]. Pour une hypothèse sur l'origine du mot « dynamique » appliqué à cette branche de la mécanique, voir [Ariga 2013].

science³⁴⁷. Cet essor est caractérisé par l'étude de nouveaux objets mécaniques³⁴⁸ et par l'énoncé de principes et méthodes généraux³⁴⁹. Ainsi, par exemple, Clairaut annonce chercher « quelques principes qui donnent la solution d'un grand nombre de problèmes de dynamique » ou une « méthode générale » ou des « méthodes » [1739, p. 3 et 1745, p. 1], Montigny « détermine les trajectoires & les vitesses d'une infinité de corps » [Montigny 1744, p. 280], et D'Alembert entend « résoudre toutes les questions de dynamique par une même méthode fort simple & fort directe » [D'Alembert 1743, p. xxiv]. La « méthode » ici évoquée correspond au principe dit de D'Alembert faisant reposer la dynamique sur la combinaison des principes de la composition des mouvements et de l'équilibre. L'usage des interactions des corps entre eux, immédiates ou par le biais de liaisons (fils, verges), ne suppose alors rien d'autre que l'impénétrabilité des corps, l'espace et le temps, et le mouvement que ces notions permettent de définir, le mouvement et ses propriétés étant « le premier & principal objet de la mécanique³⁵⁰ ». La dynamique ainsi conçue reposerait alors, pour D'Alembert, sur des fondements clairs et non sur des principes et concepts qu'il juge obscurs tel le principe fondamental de la dynamique et donc le concept de force³⁵¹, ou encore sur des principes qu'il juge « secondaires » comme celui de la conservation des forces vives³⁵².

347. Pour les travaux des Bernoulli, d'Euler et de Clairaut, voir notamment [Truesdell 1960], [Truesdell 1968], [Maltese 1992]. Pour les mémoires d'académiciens à la fin des années 1730 et au tout début de 1740, voir [Clairaut 1739], [Clairaut 1740], [Montigny 1744], [Clairaut 1745]. Sur le fait que le *Traité de dynamique* de D'Alembert soit le premier livre de dynamique, remarquons que si [Bernoulli 1742] paraît effectivement en 1742, des lettres et des gravures insérées dans le premier tome et datées de 1743 suggèrent que ces *Opera omnia* ne sont diffusées qu'à partir de cette année-là et, au demeurant, ces *Opera* ne portent pas exclusivement sur la dynamique. Les travaux de Euler et D. Bernoulli antérieurs à 1743 sont des mémoires sur des sujets particuliers de cette science.

348. Les objets en question sont ces systèmes mécaniques à liaisons. Pour les nouveaux problèmes qui apparaissent à cette période, mentionnons, par exemple, le développement de problèmes relatifs à l'étude de trajectoires de corps dans des référentiels en mouvement, ainsi d'un corps pesant qui glisse sur un plan incliné mobile sur une surface horizontale ou d'un corps dans un tube en rotation par rapport à un plan fixe. Voir [Maltese 1992].

349. Sur ce point, voir notamment [Truesdell 1960], [Truesdell 1968], [Pulte 1989], [Maltese 1992], [Darrigol 2014].

350. D'Alembert démontre les principes d'inertie, de la composition du mouvement et de l'équilibre à l'aide de « la considération seule du mouvement » [D'Alembert 1743, p. xvj]. Sur la question du cadre conceptuel de dynamique dalembertienne et sur son principe, voir notamment [Firode 2001], [Fraser 1985a], [O.C., vol. I/7], [O.C., vol. V/2] et le volume à venir [O.C., vol. I/2].

351. Ce principe fondamental correspond à l'égalité entre la force et le produit d'une masse par l'accélération qu'elle subit ; sans cette masse, ce principe reçoit généralement l'appellation de « principe des forces accélératrices ». Voir [D'Alembert 1743, p. 16-20].

352. Le terme « secondaire » ou encore « indirect » se rapporte au principe de la conserva-

L'hydrodynamique se développe au cours de la même période, celle des années 1730-1740, avec la parution de la première théorie du mouvement des fluides, l'*Hydrodynamica* de Daniel Bernoulli (1738), à laquelle succèdent l'*Hydraulica* (1743) de Jean I Bernoulli puis le *Traité des fluides* (1744) de D'Alembert³⁵³. Dans ce dernier, explicitement présenté comme la suite du *Traité de dynamique*, le savant applique sa propre méthode, fondée sur son principe de dynamique, à la question de l'écoulement des fluides, incompressibles et compressibles, dans les différents problèmes-types (écoulements dans des vases, dans des conduites, siphons, etc.) abordés par ses prédécesseurs par le moyen de principes différents. À la différence des principes de la dynamique des corps solides, qui s'appuient « sur des principes métaphysiques & indépendants de l'expérience » [D'Alembert 1744, p. vj], les lois de la dynamique des fluides reposent pour D'Alembert sur un principe de nature exclusivement expérimental, le principe (hydrostatique) d'égalité des pressions en tous sens, sur la base duquel son principe de dynamique peut ensuite s'appliquer pour obtenir les lois du mouvement³⁵⁴. C'est sur cette même approche principielle de l'hydrodynamique que reposent les contributions de Bézout et de Bossut dans les ouvrages qui font l'objet des rapports du 02/09/1767 et du 11/12/1771 pour le premier, et du 04/02/1767 pour le second.

Un autre sujet de préoccupation concerne la détermination des lois de la résistance des fluides et leurs applications à plusieurs problèmes essentiels pour l'époque³⁵⁵ : la détermination de la figure des carènes de navire minimisant la résistance éprouvée (il s'agit du problème dit du solide de moindre résistance)³⁵⁶ d'une part, de la trajectoire des projectiles balistiques dans l'air d'autre part. La loi ordinaire avancée par Newton (dite également loi de percussion) dans ses *Principia*, qui constitue la clé de voûte de travaux sur le sujet au XVIII^e siècle, fait l'objet de remises en cause à la fois théoriques et expérimentales.

Ce problème nous amène à l'un des principaux enjeux du développement de l'hydrodynamique au cours de la seconde moitié du XVIII^e siècle, que l'on retrouve à plusieurs reprises dans ces rapports : celui de la conformité de la théorie avec l'expérience, question majeure touchant tout autant les recherches sur la résistance des fluides et ses

tion des forces vives (l'équivalent, de nos jours, du point de vue d'une analyse dimensionnelle, de la conservation de l'énergie cinétique) qui pour D'Alembert peut être déduit d'autres principes mais qui est aussi applicable seulement sous certaines conditions physiques. Voir dans l'*Encyclopédie*, ses articles DYNAMIQUE (t. V, p. 174b-176a) et CONSERVATION DES FORCES VIVES (t. VII, p. 114b-116b). Pour les critiques par D'Alembert des concepts et des principes de la dynamique, voir notamment [Le Ru 1994], [Paty 1998], [Firode 2001], [Boudri 2002].

353. Sur les travaux de Daniel Bernoulli, Jean I Bernoulli, D'Alembert et, de façon plus générale, sur le développement de l'hydrodynamique au XVIII^e siècle, voir [Truesdell 1954], [Darrigol 2005] et [Calero 2008].

354. Sur la théorie des écoulements de D'Alembert dans le *Traité des fluides*, voir [Darrigol 2005, p. 11-15] et [Calero 2008, p. 338-346].

355. Voir [Calero 2008, part. I].

356. Sur l'influence du problème de la résistance des fluides dans le domaine de l'architecture navale à cette époque, voir [Ferreiro 2007].

applications que l'ensemble des travaux dédiés aux écoulements de fluides et à leurs frottements dans les vases, les canaux ou tout autre type de conduites.

Les rapports témoignent enfin d'une évolution importante, engagée au milieu du XVIII^e siècle et fortement renforcée suite à la défaite de la guerre de Sept Ans : la création d'écoles destinées à la formation d'ingénieurs civils et militaires et la nomination de savants pour assurer les examens d'entrée et de sortie de ces écoles, et rédiger les manuels d'enseignement correspondants. Bézout est ainsi nommé par le ministre Choiseul en 1764 comme examinateur des écoles d'officiers de la marine (Brest, Rochefort, Toulon) et chargé d'en publier le cours. Il est également chargé de cette même fonction pour l'École d'artillerie de la Fère à partir de 1768. La même année, Bossut, professeur de mathématiques à l'École royale du Génie de Mézières, prend la suite de Camus au poste d'examineur et se voit confier le soin d'en renouveler les manuels. Cette évolution, au sein de laquelle Bézout et Bossut jouent un rôle central, témoigne notamment du rôle de l'importance croissante des mathématiques dans les écoles militaires, tant dans la formation que dans la sélection des élèves, ainsi que d'une volonté d'uniformisation des manuels d'enseignement³⁵⁷.

Les textes donnant lieu à des rapports s'inscrivent dans de tels contextes. Quels thèmes abordent-ils et de quelle nature sont-ils ?

Domaine et
nature des
textes examinés

En fonction des critères indiqués au début de cette partie III, le corpus examiné relatif à la mécanique comprend 15 textes, dont un seul se rattache aussi à un autre thème³⁵⁸.

Parmi les 15 rapports, on en dénombre 12 relatifs à des sujets de mécanique des solides répartis en 7 livres et 5 mémoires. Un rapport porte sur un traité exclusivement consacré à la statique (11/12/1771 – Rapport Bossut), 5 sont sur des traités exposant à la fois de la statique et de la dynamique (05/12/1761 – Rapport Lemaur ; 12/06/1762 – Rapport Bossut³⁵⁹ ; 02/09/1767 – Rapport Bézout ; 11/12/1771 – Rapport Bézout ; 30/08/1775 – Rapport Bossut), et 1 concerne un ouvrage qui, pour sa partie mécanique, ne contient que de la dynamique ([Fontaine 1764], 20/12/1763 – Rapport Fontaine)³⁶⁰. La dynamique abordée dans chacun de ces textes couvre les

357. Sur l'évolution de l'enseignement dans les écoles d'ingénieur dans la seconde moitié du XVIII^e siècle, voir [Taton 1964], [Dhombres 1985], [Lamandé 1987], [Julia 1989], [Vergé-Franceschi 1999], [Alfonsi 2011], [Alfonsi & Guilbaud 2015].

358. Il s'agit de 20/12/1763 – Rapport Fontaine, qui relève principalement des « mathématiques supérieures », mais aussi de l'« astronomie ».

359. Le *Traité élémentaire de mécanique*, qui fait l'objet de ce rapport, traite des machines simples en mouvement, en tenant notamment compte des frottements ; il ne s'agit donc pas, à proprement parler, de statique et d'équilibre. Malgré tout, ces développements se retrouvent quasi *in extenso* dans [Bossut 1772a] et [Bossut 1775a] dans des parties intitulées « Eléments de statique ».

360. Cet ouvrage rassemble des mémoires qui traitent de mathématiques, d'astronomie et de mécanique. Il ne figure pas parmi les 14 rapports de la « Mécanique » du tableau des rapports par thèmes (voir « Répartition chronologique » au début de ce § III).

deux sens du mot introduits plus haut. Concernant les mémoires, 4 d'entre eux relèvent de la dynamique, 3 s'attachant exclusivement à des questions de systèmes à liaisons (10/12/1746 – Rapport d'Arcy; 15/05/1756 – Rapport Bézout; 26/04/1758 – Rapport Bossut), un autre concernant des courbes décrites par des mobiles soumis à des forces (15/05/1756 – Rapport Necker). C'est de ce dernier type de dynamique dont il est question dans un mémoire de Jurain qui aborde aussi un problème de statique (13/12/1749 – Rapport Jurain). Précisons qu'un mémoire de Fontaine inséré dans son recueil de 1764 donne lieu en 1761 à des remarques critiques de D'Alembert : Fontaine en tient manifestement compte³⁶¹.

Deux des rapports mentionnés ci-dessus (02/09/1767 et 11/12/1771 – Rapport Bézout) ont aussi pour objet des ouvrages qui proposent de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique. Il faut joindre à ceci le rapport du 04/02/1767 sur le *Traité élémentaire d'hydrodynamique* de Bossut [1771] dévolu exclusivement à la mécanique des fluides, le rapport du 26/06/1751 pour un anonyme [Jourdan] sur la question des courants de mer ainsi que celui du 06/09/1757 pour Silvabelle sur la résolution du problème du solide de moindre résistance. En somme, cette dernière fait l'objet de 5 rapports dont 3 sur des ouvrages.

L'ensemble des 15 documents comprend donc 8 traités dont 7 manuels, soit presque la moitié du corpus³⁶² et, par ailleurs, un seul de ces cours n'est pas rédigé par Bossut ou Bézout. Au total, 8 textes expertisés sur l'ensemble des 15 sont de ces deux derniers savants.

Parmi les 15 rapports, on en comptabilise 2 avant 1750, 5 dans la décennie 1750 dont 4 postérieurs à 1756, 5 autres entre 1760 et 1770, et 3 à partir de 1770. Ainsi, 12 rapports sont faits entre 1756 et 1775, année après laquelle il n'en existe plus. Seuls 3 rapports sont autographes de D'Alembert (13/12/1749 – Rapport Jurain; 15/05/1756 – Rapport Necker; 26/04/1758 – Rapport Bossut), et 3 autres contiennent des corrections/ajouts de sa main portant exclusivement sur des travaux de Bossut et Bézout (15/05/1756 – Rapport Bézout; 04/02/1767 – Rapport Bossut; 02/09/1767 – Rapport Bézout).

D'Alembert a aussi été nommé commissaire pour examiner 10 travaux de mécanique qui n'ont pas donné lieu à des rapports (voir Liste des commissions non remplies, p. 1111). De manière certaine, sept d'entre eux ont pour objet la mécanique des fluides³⁶³; les trois autres semblent concerner la mécanique des solides sans que nous sachions précisément leur contenu³⁶⁴.

361. Ces remarques portent sur la question des chocs multiples. Voir [O.C., vol. III/1, p. cxlvi-cxlvii, p. 390-391].

362. Seul [Fontaine 1764] n'est pas destiné à l'enseignement.

363. Ainsi du mémoire de Ludot, voir [O. C., V/2, p. 11], de la polémique opposant De Gua à Camus, du mémoire de Jurain pour lequel des commissaires sont nommés le 03/02/1753 (voir son intitulé dans 13/12/1749 – Rapport Jurain), de celui de Goimpy, du livre de Bossut [1771] dont deux rapports étaient prévus (le 20/05/1768 et le 24/07/1770), et enfin de la polémique Bossut-Borda (27/02/1771).

364. Ainsi, pour le mémoire de l'abbé Jurain (commissaires nommés le 17/01/1750), pour

En tenant compte de ces 10 commissions et en les joignant aux 15 remplies, D'Alembert aurait donc été nommé à 25 reprises pour l'examen de questions de mécanique. On dénombrerait 11 rapports supplémentaires portant sur la mécanique (solides et fluides compris) auxquels D'Alembert ne participe pas³⁶⁵. Parmi ces travaux examinés, 7 concernent la dynamique, 3 l'hydrodynamique et 1 ces deux sciences. Enfin, 9 rapports se situent entre 1770 et 1783³⁶⁶. Quelles conclusions tirer de ces différents éléments? Tout d'abord, D'Alembert participerait à 60% des expertises relatives à la mécanique sur la période 1741-1783. Puis, comme déjà mentionné, il ne collabore qu'à 3 rapports à partir de 1770 – sur des livres de Bossut et Bézout –, ce qui, confronté avec le nombre de rapports auxquels il ne participe pas³⁶⁷, à savoir 11 dont 9 entre 1770 et 1783, suggère que, d'une part, D'Alembert assume l'examen de presque tous les textes de mécanique soumis à l'Académie avant 1770 et, d'autre part, que dans cette décennie il ne participe quasiment plus aux rapports³⁶⁸. Enfin, comme remarqué plus haut, de nombreux textes sont des manuels et un peu plus de la moitié des rapports faits par D'Alembert portent sur des travaux de Bossut et Bézout.

Mémoires de dynamique et d'hydrodynamique

Quatre
mémoires
académiques

Le mémoire de d'Arcy [1749], objet du rapport du 10/12/1746 trouve son origine dans l'essor de la mécanique des systèmes à liaisons décrit plus haut. D'Arcy énonce un principe correspondant à celui de la conservation du moment cinétique d'un système isolé qu'il applique à quatre problèmes³⁶⁹. Montigny [1744], Clairaut [1745] et D'Alembert [1743] résolvent déjà trois d'entre eux et, par ailleurs, le principe est en

celui de Frisi (commissaires nommés le 07/01/1767) dont les intitulés figurent dans 13/12/1749 – Rapport Jurain, note [1] et 05/09/1766 – Rapport Frisi note [1], et pour celui de Meusnier (04/04/1781).

365. À nouveau, cette comptabilité repose sur les critères définis au début de cette partie III.

366. Les deux rapports en dehors de cette période concernent un mémoire sur le solide de moindre résistance de Silvabelle examiné par Nicole et Clairaut le 21/06/1752 (*RMAS* 1752, p. 403-406) et un sur un problème de dynamique de Chabanon de Maugris examiné par Clairaut et Jean Baptiste Le Roy le 27/06/1759 (*RMAS* 1759, f. 622v^o-624v^o). Ce problème figure dans les *Savants étrangers* (t. IV, p. 646-655) sous le titre « Problème de dynamique ». Remarquons que parmi les commissaires de ces 9 rapports figurent Bézout, Borda, Bossut, Condorcet, Cousin, Le Gentil, Laplace, Montigny, Du Séjour et Vandermonde.

367. Le rapport sur le *Traité de navigation* de Bouguer n'a pas été pris en compte.

368. Notons que trois commissions sont non remplies à partir de 1770 : celles datées du 24/07/1770 (concernant le traité d'hydrodynamique de Bossut de 1771), du 27/02/1771 (la polémique Bossut-Borda), et du 04/04/1781 (Meusnier).

369. Ces problèmes sont notamment liés aux mouvements de corps dans des référentiels mobiles, ainsi d'un corps qui suit une trajectoire rectiligne le long d'une verge en rotation et dont il s'agit de trouver l'équation dans un référentiel absolu. Voir 10/12/1746 – Rapport d'Arcy.

germe, bien que non formulé, dans [Clairaut 1745] et [D'Alembert 1743] ; le mémoire de d'Arcy [1749] tient davantage d'une synthèse de ce que ses collègues académiciens n'énoncent pas explicitement mais qui figure chez Bernoulli [1745] et Euler [1746a] comme le remarque Condorcet dans son éloge de d'Arcy³⁷⁰. Le rapport évoque l'utilité du principe et souligne que sa combinaison avec celui de la conservation des forces vives, technique utilisée par d'Arcy pour trouver l'équation du mouvement d'un corps, donne directement cette équation en fonction de différences du premier ordre, tandis que les résultats obtenus par « les méthodes ordinaires » comprennent des différences du deuxième ordre³⁷¹.

Cette dernière remarque fait écho à une autre figurant dans le rapport du 15/05/1756 concernant Bézout rédigé par D'Alembert et d'Arcy : suivant la « nature » du principe utilisé, les solutions comprennent des termes d'ordre un ou d'ordre deux voire davantage, mais selon le rapport « il est rare qu'un théorème très général » donne ce premier type de solution. Ces propos entrent aussi en résonance avec cette conception de la mécanique qui, pour D'Alembert, ne se résume pas à l'usage de principes facilitant les calculs : D'Alembert [1743, p. 80] reconnaît que son principe peut rendre ceux-ci plus longs, mais il précise :

[ce principe] n'est appuyé sur aucune métaphysique mauvaise ou obscure ; il ne considère dans le mouvement que ce qui y est réellement, c'est-à-dire l'espace parcouru, & le tems employé à le parcourir ; il ne fait usage ni des actions ni des forces, ni en un mot d'aucun de ces principes secondaires, qui peuvent être bons en eux-mêmes, & quelquefois utiles, pour abréger ou faciliter les solutions, mais qui ne seront jamais des principes primitifs, parce que la métaphysique n'en sera jamais claire (DYNAMIQUE, *Encyclopédie*, t. V, p. 175b-176a).

Or, d'une part, les forces vives reposent sur une telle « métaphysique » non « claire » et, d'autre part, il ne s'agit que d'un « principe secondaire » à savoir pouvant être déduit d'un autre plus général comme le principe de D'Alembert. Ce principe correspond-il au « théorème » utilisé par Bézout dans son premier mémoire de dynamique (non publié) (voir 15/05/1756 – Rapport Bézout) ? Le rapport évoque un « théorème très général » fournissant des équations du mouvement avec des termes d'ordre deux voire trois et précise qu'il figure dans [D'Alembert 1743]. Remarquons aussi que Bézout recourt au principe de D'Alembert dans ses manuels de mécanique (voir 02/09/1767 et 11/12/1771 – Rapports Bézout) et qu'il rédige 61 notes insérées dans la seconde édition du *Traité de dynamique*. Ces éléments pourraient suggérer l'usage de ce que D'Alembert dans son *Traité* (1743) appelle sa « méthode générale ». Qu'en est-il des problèmes de ce mémoire ? L'examen des résumés, parfois peu explicites, qu'en donne le rapport invite à penser qu'ils ne correspondent ni à ceux du traité [D'Alembert

370. [Condorcet 1782, p. 79], Pour ce principe chez d'Arcy, Clairaut, D'Alembert, D. Bernoulli et Euler voir [Truesdell 1968], [Maltese 1992], [Viard 2003].

371. Par exemple, Clairaut [1745] utilise ces « méthodes ordinaires » en associant une expression différentielle de la conservation des forces vives avec le principe fondamental de la dynamique et, pour sa part, D'Alembert dans son traité de 1743 obtient des équations en appliquant son principe : dans les deux cas, les solutions obtenues contiennent des différentielles du deuxième voire du troisième ordre nécessitant une intégration.

1743] ni aux additions de 1758³⁷². En somme, ce mémoire prouverait suffisamment, selon les mots des examinateurs, le « savoir » et les « talens » de son auteur dans ce domaine et pourrait constituer une étape importante sur le chemin conduisant à la collaboration de Bézout à la réédition du *Traité*. Au demeurant, dès 1755 Bézout figure dans l'entourage de D'Alembert, puisque le *Traité du calcul intégral* de Bougainville, rédigé sous la direction de l'encyclopédiste, contient une note informant que Bézout a participé à la relecture des épreuves [Alfonsi 2011, p. 51].

Des problèmes du mémoire de Bézout figurent manifestement dans les « Recherches de dynamique » [Bossut 1760c] (voir 26/04/1758 – Rapport Bossut). Bossut applique la loi d'égalité entre l'action et la réaction à une série de systèmes mécaniques isolés, les mouvements perdus par certains corps se voyant gagnés par d'autres, ce qui lui permet de retrouver pour la plupart des problèmes une expression de la conservation des forces vives qui constitue une étape de la mise en équation des mouvements de corps³⁷³. Les manuels de Bossut [1763, p. 56-63] et [1775a, p. 347-348] s'appuient sur cette loi d'égalité baptisée « principe fondamental de la communication des mouvements » et contiennent des problèmes déjà traités en 1758 (voir 26/04/1758 – Rapports Bossut, n. [2]). Par ailleurs, dans son application ce principe peut s'apparenter à celui de D'Alembert (voir ci-dessous « Les manuels et le traité de Fontaine ») et des problèmes sont communs au mémoire de Bossut [1760c] et au traité de D'Alembert [1743] (voir 26/04/1758 – Rapport Bossut).

Le mémoire de Silvabelle, publié en 1760 sous le titre « Du solide de la moindre résistance » dans les *Savants étrangers* (t. III, 1760, p. 638-649), porte sur la résolution mathématique du problème du même nom. Ce problème consiste à déterminer la figure d'un solide de révolution, de base donnée, immergé dans un fluide en mouvement (ou en mouvement par rapport à ce fluide), de façon à minimiser la résistance éprouvée par la surface de ce solide. Il est pour la première fois énoncé par Newton dans la première édition de ses *Principia* (1687), mais celui-ci en donne une solution sans démonstration que plusieurs mathématiciens, parmi lesquels Fatio de Duillier, puis Jean I Bernoulli et Guillaume de L'Hôpital, chercheront à établir mathématiquement au cours des deux décennies suivantes grâce au calcul différentiel et intégral et à la méthode de recherche des maxima et minima³⁷⁴. En 1745, le jeune astronome Silvabelle découvre les *Principia* de Newton et entreprend d'en résoudre plusieurs problèmes, dont celui du solide de moindre résistance. Le mémoire, dont une première version soumise à l'Académie n'avait pas été jugée « digne de l'impression par les commissaires, Nicole et Clairaut »³⁷⁵, développe une solution mathématique que Silvabelle présente comme

372. Voir 15/05/1756 – Rapport Bézout pour les détails de ces problèmes avec l'évocation de ceux du *Traité de dynamique*. Les additions de 1758 concernent essentiellement le Problème III (mouvements de corps sur un tube en rotation), le Problème V (lié aux cordes vibrantes), le Problème VII (corps qui vacillent sur un plan horizontal) et le Problème XIV (la section concernant les chocs élastiques). Voir [D'Alembert 1758, « Avertissement » (non paginé)].

373. Ce principe est notamment combiné à des expressions rendant compte d'accélération tangentielle et radiales de corps et obtenues *via* la géométrie des problèmes.

374. Voir [Calero 2008, partie I, chap. 2 et 3] et [Ferreiro 2007, chap. 3].

375. Voir le site d'O. Courcelle, *Chronologie Clairaut*, « 2 août 1752 (1) : Clairaut rappor-

nouvelle et rigoureuse, mais qui s'avère finalement proche de celles précédemment obtenues par L'Hôpital et Bernoulli [Ferreiro 2007, p. 133 et p. 348, n. 47]. Le rapport rédigé par D'Alembert et Montigny (06/09/1757) note que la solution de Silvabelle ne paraît pas aussi simple que ces dernières et que ce sont surtout les remarques accompagnant la solution qui justifient l'approbation pour une publication dans les *Savants étrangers*, moyennant certains « retranchements ». D'Alembert ne fera jamais mention de la solution de Silvabelle dans ses écrits sur le sujet, que ce soit dans l'article *RÉSISTANCE des fluides* de l'*Encyclopédie* (t. XIV, p. 175b-178a) – qui cite dûment les solutions de Bernoulli et L'Hôpital, ainsi que la solution de Bouguer [1735a] au problème plus général d'un solide quelconque (non nécessairement de révolution) de moindre résistance –, dans le tome V de ses *Opuscules mathématiques* (Partie 2, Mémoire 44, § III), publié en 1768, ou dans la seconde édition du *Traité des fluides* (1770) où D'Alembert s'était, dès la première édition de 1744, déjà intéressé au problème du solide de moindre résistance.

Mémoires sur les courbes et les trajectoires

Jurain et
Fontaine

Le mémoire de Jurain (non publié) porte notamment sur l'obtention d'équations de courbes liées à des questions de mécanique traitées au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles (voilière, chaînette, courbure d'une surface qu'un corps presse également lors de son mouvement). Le rapport du 13/12/1749 sur le mémoire de Jurain ne permet pas de connaître les principes et les méthodes utilisés par le savant. De la même manière, les mémoires de Fontaine [1764] contiennent l'étude de courbes classiques (courbe de plus vite descente, tautochrones) en recourant notamment au principe fondamental de la dynamique.

Necker,
du mémoire à
l'*Encyclopédie*

Le mémoire de Necker [1763] contient essentiellement une étude sur les courbes tautochrones dans le vide et dans des milieux résistants qui font déjà l'objet de nombreuses recherches dans la première moitié du XVIII^e siècle ; Fontaine dans son recueil [1764, p. 15-23] aborde cette question (voir 20/12/1763 – Rapport Fontaine)³⁷⁶. L'originalité de Necker tient à la prise en compte des frottements solides exercés par la surface sur laquelle glisse le mobile. Il utilise alors une loi de frottements obtenue expérimentalement par des « physiciens » dans laquelle la perte de vitesse occasionnée à chaque instant par la résistance de la surface est proportionnelle à la pression exercée par le corps. L'enjeu du mémoire consiste essentiellement en des réflexions contenues dans un « Scholie » discutant la justesse de cette loi et reconnaissant « combien nos connoissances sur la nature & les véritables loix du frottement sont encore éloignées de

teur ».

376. Dans l'*Encyclopédie*, la courbe tautochrone est définie par D'Alembert comme celle dont « la propriété est telle, que si on laisse tomber un corps pesant le long de la concavité de cette courbe, il arrivera toujours dans le même tems au point le plus bas [...] de quelque point qu'il commence à partir ». Cette appellation convient aussi à la courbe décrite par un corps pesant qui partant avec une vitesse quelconque du point le plus bas emploie toujours le même temps à remonter le long d'arcs de différentes longueurs. Ainsi, « on nomme la première espèce tautochrones, *tautochrones en descendant*, & la seconde espèce, *tautochrones en montant* » (TAUTOCHRONE, COURBE, t. XV, p. 945b-946a). Concernant les recherches notamment de Newton, Hermann, Jean I Bernoulli et Euler, voir 15/05/1756 – Rapport Necker.

la précision & de la certitude qu'on pourroit y désirer » [Necker 1763, p. 107]. Necker souligne alors les contradictions entre les expérimentateurs qui ne s'accordent pas sur les paramètres à prendre en compte dans la modélisation des frottements (surface des corps, vitesse, lois de proportion à la pression etc.). D'Alembert, qui expertise le mémoire, semble avoir reconnu l'intérêt et la pertinence de telles réflexions puisqu'elles se retrouvent dans l'article FROTTEMENT (*Méch.*) de l'*Encyclopédie* signé par ce même Necker (t. VII, p. 341b-345b) ; le rapport est daté du 15/06/1756, le tome VII de l'*Encyclopédie* paraît en novembre 1757 et, dans cet article, Necker évoque sa lecture à l'Académie de son mémoire, sa contribution à l'*Encyclopédie* pouvant ainsi être postérieure à cet événement³⁷⁷. Article et mémoire soulignent la difficulté de trouver des « lois générales », le premier dénonçant aussi des expériences mal conduites et soulignant que seul leur perfectionnement peut aider à enseigner ces lois. Un propos qui n'est pas sans rappeler des positions de D'Alembert dénonçant pour la résistance des fluides des résultats expérimentaux contradictoires et mal établis, insistant sur les difficultés à réaliser ces expériences et appelant de ses vœux à leur progrès³⁷⁸. Par ailleurs, remarquons que D'Alembert est commissaire du prix de 1779 (non attribué) et remporté en 1781 par Charles Augustin Coulomb, prix portant notamment sur les lois expérimentales des frottements solides. Les commissaires louent alors les « expériences multipliées faites avec sagacité » et la théorie « simple » auxquelles elles donnent naissance.

Les manuels et le traité de Fontaine

Les manuels de Lemaury, Bossut et Bézout s'inscrivent dans le mouvement français et plus largement européen de réforme des enseignements évoqué ci-dessus. Comment entrent-ils en résonance avec les réflexions de D'Alembert sur l'enseignement ? Quelles relations ces livres, ainsi que le traité de Fontaine, entretiennent-ils avec les conceptions de D'Alembert sur les fondements de la mécanique et ses travaux théoriques ?

L'ensemble éditorial [Bossut 1763], [Bossut 1771], [Bossut 1772a] et [Bossut 1775a] correspond aux enseignements de Bossut à l'École du Génie de Mézières. [Bézout 1767a ; 1767b] et [Bézout 1772a ; 1772b] sont des cours destinés respectivement aux Gardes du Pavillon et de la Marine et au Corps royal de l'artillerie qui, tout en contenant une théorie mécanique semblable, proposent aussi des applications plus spécifiques à chacun

Cours de
Bossut et
de Bézout

377. Des éléments de ces réflexions et des correspondances avec l'article de Necker de l'*Encyclopédie* se trouvent dans le rapport 15/06/1756 – Rapport Necker.

378. Dans l'*Essai sur la résistance des fluides* (1752), D'Alembert affirme en particulier, au sujet des expériences sur la résistance des fluides : « je les ai trouvées si peu d'accord entr'elles, qu'il n'y a, ce me semble, encore aucun fait parfaitement constaté sur ce point. Il n'en faut pas davantage pour montrer combien ces expériences sont délicates [...]. Cette matière pourroit bien être du nombre de celles où les expériences faites en petit n'ont presque aucune analogie avec les expériences faites en grand, & les contredisent même quelque fois ; où chaque cas particulier demande, pour ainsi dire, une expérience isolée » (p. xxxv-xxxvij). On peut aussi notamment consulter, dans l'*Encyclopédie*, les articles de D'Alembert BALISTIQUE (t. I, p. 38a-38b), FLUIDE (t. VI, p. 881a-886b) et PROJECTILE (t. XIII, p. 437b-440a) ; voir [Guilbaud 2012].

de ces corps³⁷⁹.

Le rapport du 12/06/1762 pour Bossut et celui du 02/09/1767 pour Bézout soulignent la « clarté » des exposés notamment concernant les notions générales de la mécanique telles que l'espace, le temps ou encore les forces. En l'occurrence, Bossut précise ne pas entrer dans « des disputes frivoles que la métaphysique a élevées » sur la nature de ces notions, prône d'écarter « des discussions métaphysiques, qui seroient étrangères à l'objet de ce Traité » et « de ne raisonner que sur des idées simples & claires » ; ainsi la matière définie comme « substance étendue & impénétrable [...] suffit dans la mécanique » [Bossut 1763, p. iv et p. 1-2]. Dans ses cours, Bézout [1767a, p. 227-233 ; 1772a, p. 195-200] donne directement la définition mathématique du mouvement uniforme sans s'attacher à celle de l'espace ou du temps et, par ailleurs, il insiste sur l'idée que les forces se résument à leurs effets quantifiés [Bézout 1767a, p. 223-234 ; 1772a, p. 200-202]. Dans une « remarque » relative à la querelle des forces vives³⁸⁰, Bézout écrit qu'une telle force s'évalue soit par « le nombre des obstacles » que le mobile peut vaincre, soit par « la somme des résistances que ces obstacles ont opposées » : dans le premier cas cette force est proportionnelle à une force vive, dans le second à une quantité de mouvement. Il s'agit alors de s'entendre sur le mot « force » et Bézout qualifie la dispute de « querelle de mots ». Quelle que soit la quantification adoptée, il souligne que pour un même problème « on arrivera toujours aux mêmes résultats » et, finalement, adopte une mesure de convenance (la quantité de mouvement) [Bézout 1767b, p. 18-20 ; 1772b, p. 18-22]. Le « Discours préliminaire » de [Bossut 1772a, p. v-vij] contient une réflexion sur les forces dénonçant la métaphysique et les disputes que cette dernière peut occasionner – en l'occurrence, la querelle des forces vives –, prônant de considérer la mécanique sous son seul aspect mathématique. Bossut évoque le « schisme philosophique » dans la communauté des savants qu'introduit la question de la juste mesure de la force et remarque que les partis opposés aboutissent à la même solution pour un problème donné, soulignant alors la vanité de la dispute.

De telles positions apparaissent dans l'œuvre de D'Alembert et correspondent à

379. [Bézout 1767a] et [Bézout 1772a] sont quasiment identiques. [Bézout 1767b] et [Bézout 1772b] contiennent une première partie sur les chocs inélastiques et élastiques identiques ainsi qu'une même étude théorique de la résistance des fluides ; à partir de cette dernière s'ouvrent des applications différentes, ce premier livre s'orientant vers des études liées aux mouvements de vaisseaux (vitesse d'un navire sous l'action du vent, résistance subie par une surface courbe telle que la carène etc.) tandis que le deuxième s'attache davantage à la balistique (courbe des projectiles dans les milieux résistants, vitesse reçue par la poudre ou un fluide condensé tel que l'air, force de recul etc.) Ces deux livres comprennent ensuite des développements théoriques identiques sur l'équilibre et le mouvement dans les machines en tenant notamment compte des frottements et des « roideurs » des cordes, mais ces parties reçoivent aussi des applications plus particulières aux corps d'armées auxquels ces ouvrages sont destinés (ainsi pour la marine, les courbures des cordes et des voiles, les oscillations de corps attachés à des cordes, les cordes vibrantes, les mouvements dus à l'action de l'eau sur le gouvernail et du vent dans les voiles etc. ; ces différents thèmes ne figurent pas dans le manuel du corps d'artillerie).

380. Il s'agit de la querelle sur la mesure de la force d'un corps en mouvement, la force vive correspondant à une quantité mv^2 avec m et v la masse et la vitesse du corps. Voir notamment [Costabel 1983].

l'idée que le savant se fait sur la manière dont il faut rédiger des manuels de sciences. D'Alembert, dans son article *ELÉMENTS DES SCIENCES* de l'*Encyclopédie* (t. V, p. 493a-493b), dénonce des questions « contestées », « frivoles » et « inutiles » n'ayant pas leur place dans « un livre d'*éléments* ». Ainsi, « quoique le mouvement & ses propriétés principales soient l'objet de la mécanique, néanmoins la métaphysique obscure & contentieuse de la nature du mouvement, est totalement étrangère à cette science » : elle en « suppose l'existence » et en tire « une foule de vérités utiles ». En somme, la recherche des principes d'une science est déterminée par la nature même de cette science et il faut en écarter des sujets étrangers. Par ailleurs, il est des notions de la mécanique telles que le temps et l'espace qui ne requièrent pas de définitions car elles renferment des idées simples. Au demeurant, les positions adoptées par Bézout et Bossut sur la force réduite à son effet mesurable et sur les forces vives correspondent précisément, et parfois avec les mêmes mots, à celles de D'Alembert dans son traité [1758, p. xviii-xxiv] et dans son article *FORCE VIVE, ou FORCE DES CORPS EN MOUVEMENT* (t. VII, p. 113a)³⁸¹.

Par ailleurs, D'Alembert dénonce la « disette » de bons éléments évoquant certains qui, bien que sans connaissance « approfondie », se proclament auteurs et d'autres qui, trop savants, se préoccupent davantage « d'augmenter l'édifice » que « d'en éclairer l'entrée » (*ELÉMENTS DES SCIENCES*, t. V, p. 496b). Pour sa part, si Bossut reconnaît qu'il ne manque pas d'ouvrages de mécanique, il souligne avant tout qu'ils ne contiennent presque rien ou qu'ils ne sont pas à la portée des lecteurs [Bossut 1763, p. ij]. Les rapports mettent en évidence la dimension pédagogique des ouvrages à travers à la fois le type d'objets étudiés et le niveau de technicité mathématique développé.

Ainsi, le rapport du 12/06/1762 sur l'ouvrage de Bossut remarque que les applications de la dynamique « ne sont pas toujours du ressort d'un traité élémentaire » mais que, d'une part, Bossut donne des exemples liés aux « machines les plus en usage » et, d'autre part, que le traitement proposé n'exige pas de « profondes connoissances de géométrie » : les systèmes dynamiques étudiés ne correspondent pas à ceux contenus dans un traité théorique comme celui de D'Alembert [1758], il s'agit d'objets plus pratiques, pas « trop compliqués » et qui en même temps donnent « aux commençans l'esprit d'applications ». Le rapport note aussi que « pour ceux plus au fait du calcul » la fin du cours de Bossut [1763] contient des problèmes de dynamique plus complexes (centre d'oscillation de pendule composé, des problèmes simplifiés de [Bossut 1760c]). Bossut dans [1763, p. 55-56] se donne pour « principal but » de « développer très-clairement les principes fondamentaux de la dynamique » et invite pour aller plus loin à « la lecture des ouvrages écrits sur ce sujet, principalement [celle de] l'excellent Traité de M. d'Alembert ». Le rapport du 02/09/1767 souligne que Bézout introduit de « manière fort élémentaire » les « méthodes les plus usuelles » du calcul différentiel et intégral utiles à des sujets de mécanique - elles sont aussi présentes dans [Bézout 1772a] – et qu'il donne aussi « en caractères plus petits » des notions permettant à l'élève d'aller plus loin ; dans certains problèmes de mécanique, Bézout distingue « par un caractère particulier » ce qui fait proprement l'objet du livre d'avec ce qui en est un peu plus éloigné, en particulier des thématiques au traitement plus complexe (par exemple, les vibrations de cordes pesantes et les cordes vibrantes, Bézout renvoyant au

381. Sur ces différents aspects dans l'œuvre de D'Alembert, voir en particulier [Le Ru 1994], [Firode 2001].

Traité de dynamique de D'Alembert sur ces questions et à [D'Alembert 1747], l'étude analytique de la courbe décrite par des projectiles etc.).

Le rapport du 04/02/1767 insiste de même sur la dimension pédagogique du *Traité élémentaire d'hydrodynamique* de Bossut et l'utilité de l'ouvrage, à la fois, d'une part, pour les élèves, grâce à « la méthode et la clarté avec laquelle les éléments de la théorie y sont tous exposés » ou au relevé d'« erreurs répandues dans plusieurs ouvrages élémentaires », susceptibles d'« égarer les commençants » et, d'autre part, pour ceux « qui sont le plus versés dans l'hydrodynamique ». Bossut indique lui-même avoir pris soin de reprendre à la fois l'hydrostatique et l'hydraulique par leurs « premiers principes » afin d'adapter plus spécialement l'ouvrage « aux besoins des lecteurs que je cherche à instruire » [Bossut 1771, p. xvij] et d'ajouter des notes à la suite de plusieurs chapitres, destinées à tous ceux qui souhaiteront approfondir certaines théories : sur la théorie du mouvement des fluides, les notes, explique-t-il, doivent permettre d'accéder au « même degré de précision auquel les géomètres ont pu atteindre jusqu'ici » [Bossut 1771, p. xxxvj].

Dans ces différents manuels, et dans les rapports dont ils ont fait l'objet, la coexistence de deux dimensions se voit donc systématiquement soulignée : une dimension pédagogique, incarnée par des savoirs exposés avec méthode et clarté à destination des commençants, et la présentation d'éléments théoriques plus avancés ainsi que de savoirs nouveaux. Les deux auteurs, Bézout et Bossut, livrent ainsi, avec l'approbation de l'Académie et celle de D'Alembert comme commissaire, des manuels dédiés à l'enseignement tout en intégrant des connaissances plus pointues et le résultat de leurs propres recherches.

Expériences
et applications
pratiques

Le rapport du 12/06/1762 pour Bossut remarque que peu d'ouvrages abordent pour les « commençants » l'étude des machines en mouvement et non simplement leurs conditions d'équilibre. Ce rapport insiste aussi sur les développements expérimentaux et théoriques de Bossut relatifs aux frottements solides et à la « raideur » des cordes (la difficulté éprouvée à les plier) : la détermination de lois expérimentales et leurs applications à des machines simples et composées permet de déterminer les forces qu'il faut réellement appliquer pour soulever des fardeaux, ceci donnant lieu à des applications numériques³⁸² ; les cours de Bossut [1772a] et [1775a] contiennent les mêmes éléments et les rapports n'y reviennent pas. Le rapport du 11/12/1771 sur Bossut souligne, sans précisions, « plusieurs choses nouvelles » par rapport à la publication précédente. En particulier, l'ouvrage propose de nouveaux problèmes pratiques destinés aux ingénieurs, une étude sur l'équilibre de pont-levis et des quantifications d'efforts appliqués aux grues afin de soulever des charges en tenant compte des effets dus aux frottements et aux cordes d'après les théories du cours de Bossut [1763]. Enfin, les « jeunes ingénieurs » bénéficient d'une théorie des « remblais » et « déblais » grâce à [Bossut 1775a] (voir 30/08/1775 – Rapport Bossut). Les rapports des 02/09/1767 et 11/12/1771 sur Bézout évoquent les travaux sur le mouvement et l'équilibre des machines et leurs « applications », Bézout proposant, comme Bossut, des études sur les frottements et la raideur des cordages.

Les questions de l'accord de la théorie avec l'expérience et de son applicabilité à la pratique apparaissent aussi de façon appuyée dans les rapports touchant au domaine

382. Sur les expériences et le calcul des frottements et la raideur des cordes sur les machines, voir les annotations 12/06/1762 – Rapport Bossut.

de l'hydrodynamique.

Au sujet du problème de l'écoulement des fluides par des ouvertures, tout à fait central dans ce domaine à l'époque, le rapport du 04/02/1767 sur le *Traité élémentaire d'hydrodynamique* de Bossut [1771] souligne par exemple « l'impossibilité de résoudre le problème [...] d'une manière qui soit tout à la fois rigoureuse et applicable à la pratique » ainsi que les efforts de Bossut pour comparer la théorie avec l'expérience et donner les moyens de déterminer « à très peu-près, les écoulements dans tous les cas qui peuvent se présenter dans la pratique ». La conclusion du même rapport, qui loue des « expériences pour la plupart nouvelles, exécutées avec beaucoup de précisions et d'intelligence, et comparées avec exactitude aux résultats que donne la théorie », en dit long sur l'importance de la question.

Il en est de même sur le problème de la résistance des fluides, mentionné dans plusieurs rapports. Celui du 02/09/1767 sur Bézout, qui rend compte de la partie du manuel traitant de l'effet de la résistance des fluides sur la carène des vaisseaux et de l'action du vent sur le mouvement des navires, ne mentionne pas la dimension expérimentale du sujet. En revanche, le rapport du 04/02/1767 sur le traité de Bossut [1771] aborde les questions pratiques et expérimentales liées au mouvement des eaux courantes dans les tuyaux et l'évaluation de leurs frottements contre les conduites. Il rend également compte de la partie du traité dédiée à la loi ordinaire (ou newtonienne) de résistance des fluides (et la théorie de percussion qui la sous-tend), que Bossut « discute [...] par la voye de l'expérience » et « trouve fautive en plusieurs points ». Le rapport du 11/12/1771 sur le cours pour l'artillerie de Bézout rend un avis important sur un autre versant du même problème, celui de la résistance des fluides dans l'air, devenu essentiel dans le domaine de la balistique : les commissaires saluent l'apport théorique, « particulièrement remarqué », de Bézout pour déterminer la courbe décrite par les projectiles dans les milieux résistants, ainsi, pour le versant expérimental, qu'un « accord aussi satisfaisant qu'on pouvoit le désirer » entre la théorie et la pratique³⁸³.

De manière générale, les rapports mettent l'accent sur le caractère « utile » de tels programmes pour les élèves, théories et expériences se combinant pour éclairer des problèmes liés à la pratique des futurs ingénieurs et officiers. Ces différentes considérations, et en particulier la détermination précise des lois expérimentales et leur confrontation avec la théorie, font directement écho aux idées de D'Alembert sur la manière de perfectionner certains domaines des sciences physico-mathématiques.

Principes de
mécanique

Bézout collabore à la seconde édition du *Traité de dynamique* de D'Alembert [1758] dont Bossut [1759] rédige un compte rendu élogieux dans le *Journal encyclopédique* composé de larges extraits du « Discours préliminaire » de ce livre ; l'un et l'autre connaissent parfaitement cet ouvrage.

Le rapport du 12/06/1762 sur Bossut relève l'existence dans [Bossut 1763] d'une étude de chocs de corps qui ne se font pas selon une direction passant par leur centre de gravité : ceci donne lieu chez Bossut à une étude simplifiée au cas où les corps sont parfaitement symétriques et conduit aux équations de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique du système en tenant compte des moments d'inertie ; Bossut dans [1763, p. 103-104] renvoie à D'Alembert « dans ses recherches sur la précession des équinoxes » pour avoir le premier résolu ce genre de problèmes dans

383. Tous ces aspects sont commentés dans les annotations des rapports respectifs.

des cas plus généraux et complexes (voir [O.C. vol. I/7]). Le rapport du 02/09/1767 pour Bézout mentionne l'application de « principes » à l'examen de mouvements de vaisseaux, or Bézout [1767b] aborde comme Bossut [1763] ce type de chocs appliqués notamment à la pression d'un fluide sur le gouvernail d'un vaisseau. La mécanique pratique développée dans ces manuels requiert de ne pas réduire les corps à des points matériels et à ne pas considérer que l'action de forces sur leur centre de masse, mais à tenir compte des moments d'inertie et des actions de directions quelconques; Bézout dans [1767b, p. 335-351] va plus loin que Bossut en donnant une étude générale du mouvement d'un corps de figure quelconque soumis à des forces agissant dans des plans différents³⁸⁴.

Le rapport du 30/08/1775 mentionne la résolution par Bossut avec le principe de conservation des mouvements perdus et gagnés énoncé dans [Bossut 1760c] du problème du centre d'oscillation d'un pendule composé : or, l'examen de la solution montre que l'application impliquant l'équilibre mutuel de ces quantités de mouvement revient à utiliser le principe de D'Alembert et correspond à la résolution que ce dernier donne du même problème dans [D'Alembert 1758]. Si Bossut dans le mémoire [1763] évoque Newton pour ce principe, dans [Bossut 1775a, p. 347-348], il insiste davantage dans son énoncé sur le fait que les corps se résistent mutuellement parce qu'ils conservent leurs tendances inertielles et qu'alors le mouvement de chacun d'eux à l'issue de l'interaction s'obtient par « les conditions d'équilibre entre les mouvements perdus & les mouvements gagnés »; l'énoncé s'avère ainsi plus proche de l'esprit du principe de D'Alembert. Bossut écrit que « j'ai cité plusieurs fois (& je ne saurois trop citer) le *Traité de Dynamique* de M. d'Alembert. L'auteur qui possède la métaphysique des sciences en un degré éminent, a su réduire toutes les loix de la dynamique à celles de la statique ordinaire, & il s'est élevé ainsi à des problèmes qui ne paroissent pas traitables par toute autre méthode » [Bossut 1763, p. vij-viii].

Dans 02/09/1767 – Rapport Bézout, les commissaires soulignent que Bézout expose « le principe général » donnant les mouvements de corps qui interagissent sans plus de précisions : il s'agit en fait du principe de D'Alembert. Bézout dans ses ouvrages [Bézout 1767a] et [Bézout 1772a] donne un énoncé et une justification de la loi d'équilibre proches de celles de [D'Alembert 1758] et il résout à l'aide du principe de D'Alembert des problèmes identiques ou simplifiés du *Traité de dynamique*³⁸⁵.

Le rapport qui lui est consacré souligne les nombreux points communs du traité de Lemaire avec celui de D'Alembert [1758]. Ainsi, Lemaire démontre de la même manière que D'Alembert les principes de la composition de mouvements et ceux de l'équilibre, et utilise le principe de D'Alembert pour résoudre des problèmes de dynamique. D'autres éléments témoignent de la grande proximité de l'ouvrage avec le contenu de [D'Alembert 1758] ainsi que manifestement une connaissance chez l'auteur du reste de l'œuvre de D'Alembert, notamment concernant la mécanique céleste³⁸⁶.

384. L'obtention de ces équations du mouvement repose sur une mise en équation de l'équilibre du corps inspirée par [D'Alembert 1758, p. 66-71] mais aussi [D'Alembert 1749], autrement dit par un usage du principe de D'Alembert. Voir [O.C., vol. I/7] et [O.C., vol. III/1].

385. Voir les annotations de 02/09/1767 – Rapport Bézout et 11/12/1771 – Rapport Bézout.

386. Sur ces aspects et les correspondances entre le *Traité de dynamique* et le livre de

Enfin, le recueil de Fontaine [1764] fait l'objet d'au moins deux différends avec D'Alembert (sans qu'ils figurent dans le rapport du 20/12/1763). Tout d'abord, la question de chocs inélastiques simultanés donne lieu à un débat entre Fontaine et D'Alembert, le premier se ralliant manifestement aux remarques de D'Alembert sur le sujet³⁸⁷. Puis, le recueil de Fontaine [1764, p. 337] contient un principe que, dans la Préface de l'ouvrage, il revendique avoir annoncé dès 1739. Ce principe s'avère proche de celui de D'Alembert, lequel met fin officiellement dans le *Mercur de France* de juin 1765 à ce qui pourrait faire figure de querelle de priorité (voir 20/12/1763 – Rapport Fontaine). Dans son éloge de Fontaine, Condorcet [1774c, p. 109] souligne que cette revendication de priorité ne serait pas le fait de Fontaine mais de « quelques gens plus propres à brouiller des hommes célèbres, que dignes de les juger », « gens » qui ont « imprimé dans les journaux » que Fontaine considérait son principe comme la « source » de celui de D'Alembert. Le *Mercur de France* d'avril 1765 contient en effet une recension du recueil de Fontaine [1764] où après avoir énoncé le principe de Fontaine, l'auteur ajoute :

M. d'Alembert s'en sert pour résoudre non-seulement toutes les questions de dynamique, il en déduit aussi plusieurs propriétés singulières du centre de gravité, & il en fait le plus grand usage dans ses recherches sur la précession des équinoxes, dans son essai sur la résistance des fluides, & dans ses réflexions sur la cause des vents. M. Fontaine, en lisant tous ces excellents ouvrages du géomètre philosophe, doit s'être souvent applaudi d'une semblable découverte (p. 123).

Condorcet [1774c, p. 129-130] récuse cette priorité de Fontaine, oppose à l'énoncé « métaphysique & vague » de Fontaine celui « géométrique & précis » de D'Alembert, puis insère une longue note détaillant le contenu de chaque principe.

Lemaur, voir 05/12/1761 – Rapport Lemaur.

387. Il s'agit du choc d'un corps contre quatre autres immobiles, le *Traité* [D'Alembert 1758] montrant que seulement deux de ces corps prennent une vitesse, ce que conteste Fontaine. Voir [O. C., vol. III/1, p. cxlv-cxlviii, p. 365-369, p. 390-393].