



**HAL**  
open science

# Validation expérimentale d'un couplage de deux modes vibratoires pour la reproduction de la cinématique d'ailes d'insecte et la production de portance

Damien Faux, Olivier Thomas, Sébastien Grondel, Eric Cattan

## ► To cite this version:

Damien Faux, Olivier Thomas, Sébastien Grondel, Eric Cattan. Validation expérimentale d'un couplage de deux modes vibratoires pour la reproduction de la cinématique d'ailes d'insecte et la production de portance. Congrès Français de Mécanique, CFM 2017, Aug 2017, Lille, France. hal-03465766

**HAL Id: hal-03465766**

**<https://hal.science/hal-03465766>**

Submitted on 3 Dec 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Validation expérimentale d'un couplage de deux modes vibratoires pour la reproduction de la cinématique d'ailes d'insecte et la production de portance

D. FAUX<sup>a</sup>, O. THOMAS<sup>b</sup>, S. GRONDEL<sup>a</sup>, E. CATTAN<sup>a</sup>

a. IEMN-UMR 8520, Univ. Valenciennes, le Mont Houy F-59300 Valenciennes, France

b. Arts et Métiers ParisTech, LSIS, 8 boulevard Louis XIV, 59046 Lille, France

## Résumé :

*Ce travail se base sur le concept original de l'utilisation d'un couplage de deux modes vibratoires pour la reproduction de la cinématique d'une aile d'insecte et la génération de portance. La problématique étant de déterminer la géométrie et les propriétés élastiques des ailes artificielles telles qu'un couplage entre des mouvements de flexion et de torsion en quadrature de phase puissent être obtenus, cela impliquant de rapprocher les fréquences de résonances des deux modes associés. A la lumière de ce challenge, un prototype en polymères possédant une envergure de 3 cm, des ailes flexibles et un unique actionneur a été réalisé via les procédés de microfabrication. Une configuration optimale d'aile a été déterminée et validée au travers d'analyses modales expérimentales illustrant la proximité fréquentielle des deux modes. Un banc de mesure de force de portance dédié a été développé et utilisé pour mettre en évidence la production d'une force de portance équivalente à 110% du poids du prototype. Enfin, à la fréquence générant le maximum de portance, des enregistrements à la caméra rapide ont permis de confirmer que la cinématique des ailes flexibles correspondait à celle attendue.*

## Abstract :

*This work lies on the original concept of designing the coupling of two resonant vibration modes to reproduce insect wings kinematics and generate lift. The key issue is to design the geometry and the elastic properties of artificial wings such that a coupling of bending and twisting motions in a quadrature phase shift could be obtained, this implies bringing the frequencies of the two resonant modes closer. In the light of this challenge, a polymeric prototype was micromachined with a wingspan of 3 cm, flexible wings and a single actuator. An optimal wing configuration was determined and validated through experimental modal analyses to illustrate how close the frequencies of the two modes are. A dedicated lift force measurement bench was developed and used to demonstrate a lift force equivalent to 110% of the prototype weight. Finally, at the maximum lift frequency, high-speed camera measurements allowed to confirm a kinematic of the flexible wings as expected.*

**Mots clefs : Couplage modal, Aile vibrante, Nano-drone, Biomimétisme**

## 1 Introduction

Parmi les espèces volantes observées dans la nature, les insectes sont certainement ceux qui font démonstration des plus impressionnantes capacités en termes de vol stationnaire ou d'accélération subite, de plus leur diversité offre de multiples solutions pour les systèmes bio-inspirés. La compréhension du vol des insectes a considérablement progressé et il est admis que la portance résulte d'un large panel de mécanismes aérodynamique non-conventionnels [1] ainsi que des cinématiques spécifiques induites par les caractéristiques élastiques des ailes [2]. Plus précisément, comme illustré en Fig. 1 par le mouvement périodique d'une section en coupe de l'aile selon la direction de la corde, la cinématique d'une aile d'insecte repose sur la combinaison de quatre mouvements basiques : le battement descendant, la supination, le battement ascendant et la pronation [3, 4].

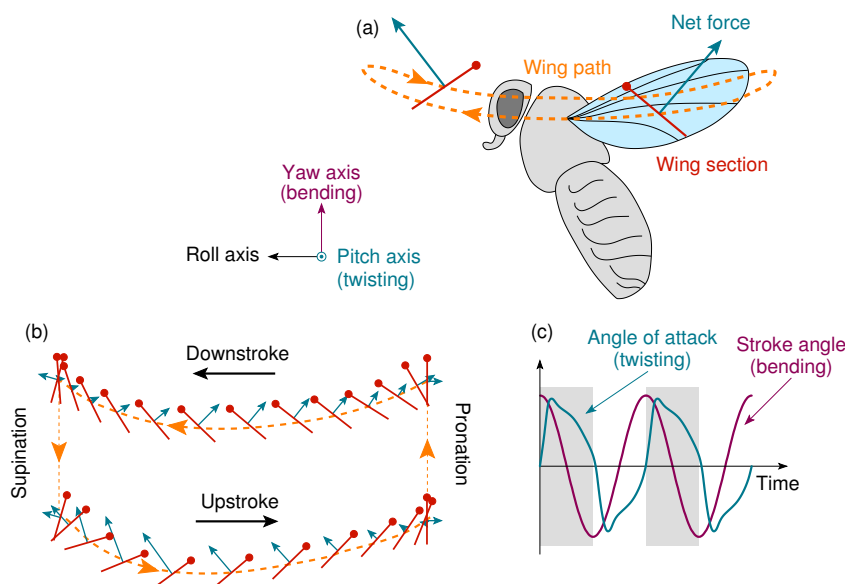


FIGURE 1 – Mouvement d'une aile d'insecte : (a) Trajectoire de l'aile décrite en s'intéressant à une section particulière de l'aile (en rouge) avec les pointillés représentant le bord d'attaque ; (b) Suivi de cette section d'aile pendant les battements ascendant et descendant démontrant leur mouvement de translation et montrant le changement d'inclinaison dû à la pronation et à la supination interprétée comme un mouvement de rotation ; (c) Tendances de l'évolution au cours du temps du battement et de la rotation en quadrature [5, 6]

Dans le cas des ailes flexibles, les battements ascendant et descendant impliquent un mouvement de flexion tandis que la supination et la pronation résultent en un mouvement de torsion en quadrature avec le précédent. Cette quadrature de phase, c-à-d quand l'amplitude d'un mouvement est maximale celle de l'autre est nulle, produit des forces aérodynamiques et contribue à la génération de portance. Comme déjà évoqué, un élément clé du vol de l'insecte réside dans la flexibilité de la structure de l'aile dont la forme varie dynamiquement durant le vol [7], néanmoins son rôle exact reste peu clair et controversé. Plusieurs études [2, 8, 9] ont fournies des preuves directes que les ailes flexibles sont capables de produire une courbure générant de plus fort pics de portance que ceux constatés sur les ailes rigides [10, 11], cependant de récents travaux de simulations [12] ont démontrés qu'à de faibles et moyens angles d'attaques les performances aérodynamiques diminues avec l'accroissement de la flexibilité. Par ailleurs, l'utilisation de mécanismes résonants est aussi sujet à discussions entre études mettant en lumière l'utilisation des fréquences de résonances des ailes [13, 14] menant à d'excellentes performances pour une

faible consommation énergétique, et celles démontrant que des insectes possèdent une fréquence de battement différente des fréquences de résonances de leurs ailes [15, 7] et que le mécanisme résonant repose alors sur d'autres organes comme le thorax [16].

Il semble donc qu'il n'existe pas une unique voie pour expliquer le vol de l'insecte et une question se pose alors naturellement : serait-il possible de coupler des modes de flexion et torsion pour reproduire la cinématique d'une aile d'insecte et générer de la portance. Historiquement, le concept de couplage modal a déjà été utilisé dans les domaines de l'optique, la photonique et la chimie [17, 18], ainsi que dans les systèmes micro-électro-mécaniques (MEMS) pour accroître la sensibilité des gyroscopes vibratoires [19, 20]. Dans le domaine musical, la structure des instruments est aussi conçue afin de régler les fréquences des modes de manière non-linéaire pour produire des sons complexes [21, 22, 23]. Cependant, à notre connaissance, les modes de vibrations mécaniques sont généralement déplacés au-delà de la bande fréquentielle de fonctionnement afin d'éviter toute interaction destructive avec un système et sont rarement utilisés pour réaliser un mécanisme spécifique. De plus, une part de ce challenge est également d'appliquer ce concept de couplage modal à un nano-drone constitué d'ailes artificielles flexibles pour reproduire la cinématique d'une aile d'insecte et générer de la portance.

## 2 Concept

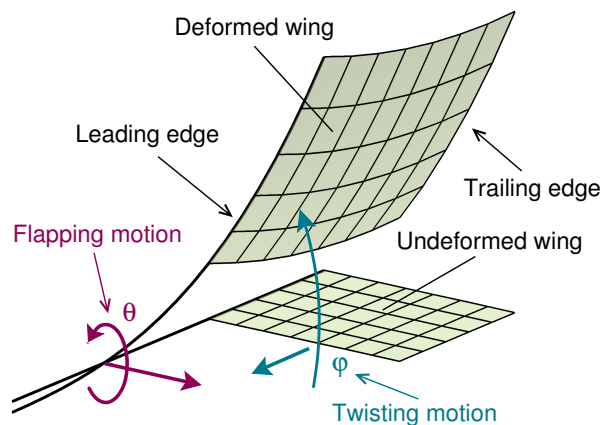


FIGURE 2 – Schéma d'une aile flexible à deux degrés de liberté

Dans cette étude, nous considérons une aile complètement flexible (Fig. 2) dont la cinématique est définie par la combinaison de deux mouvements élémentaires : un mouvement de battement, décrit par un angle  $\theta$ , et un mouvement de torsion, décrit par un angle  $\varphi$ .

En général, les ailes artificielles des micro et nano-drones sont constituées d'un bord d'attaque rigide articulé, relié au thorax, et d'une membrane flexible [24, 25]. Pour produire une inclinaison appropriée de l'aile et procéder au décollage [26], le mécanisme le plus répandu est d'imposer un grand mouvement de battement du bord d'attaque rigide et d'exploiter la torsion passive de l'aile. Dans ce cas, l'aile équivaut à un système à un degré de liberté en torsion avec le déplacement du bord d'attaque imposé pendant le battement.

Le nouveau concept proposé ici est de concevoir une aile flexible telle que le mouvement du bord d'attaque et la torsion soit tout deux induit par le comportement dynamique de la structure, avec un couplage adapté pour produire une quadrature de phase. Pour obtenir une telle cinématique, la solution proposée

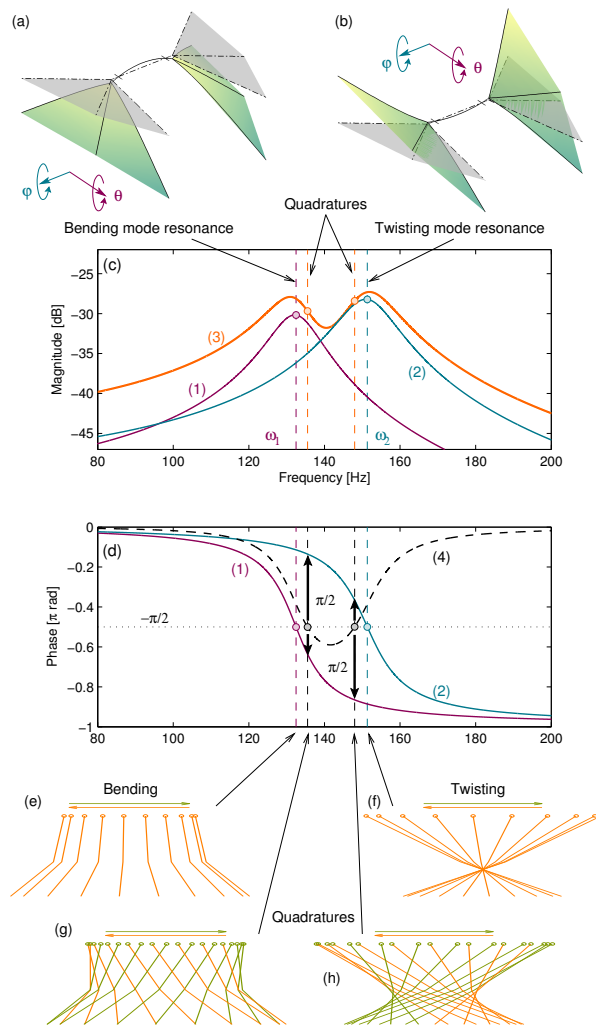


FIGURE 3 – Déformées modales théoriques du prototype : (a) flexion ; (b) torsion. Amplitude et phase des réponses en fréquence théoriques du prototype : (c) amplitude en (1) flexion et (2) torsion coordonnées modales ; (3) amplitude de leur combinaison ; (d) flexion (1) et torsion (2) phases et leur différence (4). Suivi du mouvement en bout d'aile vu de profil : (e) résonance en flexion, (f) résonance en torsion, (g,h) mouvements de quadrature

est (1) de considérer deux modes propres de vibrations dont les déformées modales sont proches d'un mouvement de flexion pour le premier et d'un mouvement de torsion pour le second, et (2) de concevoir la géométrie et les propriétés élastiques de la structure de l'aile telles que les fréquences propres des deux modes soient proches l'une de l'autre.

Pour illustrer ce concept, nous considérons un modèle dynamique de l'aile flexible tronqué à seulement deux modes propres. Le déplacement d'un point  $x$  de l'aile s'écrit comme une fonction du temps et de l'espace :

$$u(x, t) = \Phi_1(x)q_1(t) + \Phi_2(x)q_2(t) \quad (1)$$

avec  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  les coordonnées modales et  $\Phi_1(x)$  et  $\Phi_2(x)$  les déformées modales des deux modes retenus (respectivement flexion et torsion). Ces deux déformées modales sont illustrées Fig. 3(a,b) : la déformée modale en flexion  $\Phi_1(x)$  correspondant à un mouvement avec  $\theta$  et  $\varphi$  en phase, tandis que la déformée modale en torsion correspond à une opposition de phase entre  $\theta$  et  $\varphi$ .

D'après la théorie vibratoire classique [27], les deux coordonnées modales  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  satisfont les équations différentielles suivantes :

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2q_i(t) = F_i \cos \Omega t, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

où  $\xi_1$  et  $\xi_2$  correspondent aux taux d'amortissement de chaque mode,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  leurs fréquences propres,  $F_1$ ,  $F_2$  les termes d'excitation modaux et  $\Omega$  la fréquence d'excitation harmonique. Ces coordonnées modales peuvent être écrites  $q_1(t) = a_1 \cos(\Omega t + \alpha_1)$  et  $q_2(t) = a_2 \cos(\Omega t + \alpha_2)$  en régime permanent. Si  $\xi_i < \sqrt{2}$ , la réponse est résonante comme illustré Fig. 3(c,d) ((1) pour le mode de flexion et (2) pour le mode de torsion). La réponse en fréquence de l'aile est aussi montrée (ligne (3)) et résulte de la superposition modale de Eq. (1).

Les amplitudes  $a_1$  et  $a_2$  sont maximales pour  $\Omega \simeq \omega_1, \omega_2$ , où les phases  $\alpha_1, \alpha_2$  passent par  $\pi/2$ . Comme illustré Fig. 3(d), entre les fréquences de résonances, il existe deux autres fréquences pour lesquelles la différence de phase est  $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi/2$  et correspondent à une cinématique présentant des mouvements de flexion et torsion en quadrature. Pour illustrer ces cinématiques particulières, les suivis du bout d'aile, vus de profil, sont montrés Figs. 3(e,f,g,h). Pour une fréquence d'excitation proche de ces deux résonances ( $\Omega \simeq \omega_1, \omega_2$ ), le mouvement de l'aile est synchrone et correspond à l'une des déformées modale. Au deux fréquences de quadrature, il est évident d'après la Figs. 3(g,h) que les déformées modales en flexion et en torsion sont toutes deux activées en quadrature.

Par conséquent, le concept proposé présente deux propriétés remarquables. Premièrement, il permet un couplage adapté de mouvements de flexion et de torsion pour recréer le mouvement d'une aile d'insecte (illustré Fig. 1(b)). Ensuite, étant donné que les deux fréquences de quadratures sont proches en fréquence des résonances de flexion et de torsion, les ailes répondent avec une forte amplitude adaptée à la maximisation de la force de portance.

### 3 Design du prototype

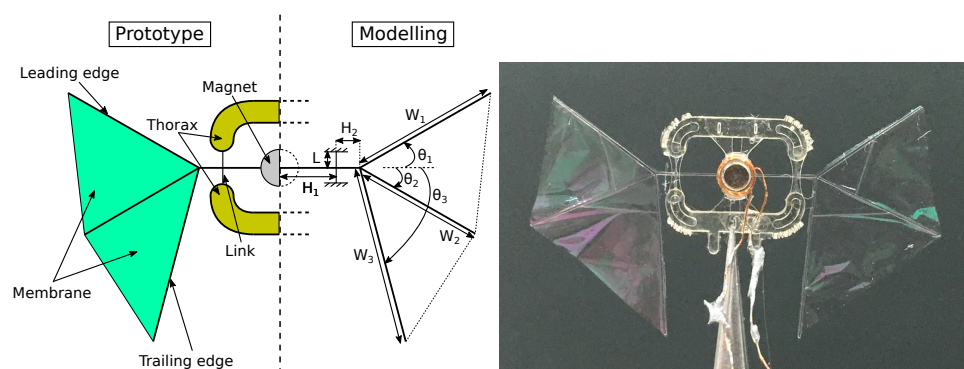


FIGURE 4 – Prototype de nano-drone avec un squelette en polymère SU-8, des ailes en Parylene C et un actionneur électromagnétique pour une masse totale de 22 mg et 22 mm d'envergure

Le prototype est fabriqué via les procédés dédiés aux technologies MEMS permettant une grande précision sur les tolérances de fabrication. Il est composé d'un squelette 3D constitué de plusieurs couches de polymère photo-sensible SU-8, d'une épaisseur variant entre  $40 \mu\text{m}$  et  $150 \mu\text{m}$  (Fig. 4). Les membranes des ailes, constituées d'un film de Parylene C de  $400 \text{ nm}$  d'épaisseur, sont déposées par évaporation sur

les veines du squelette, donnant des ailes de 22 mm de long. Tous ces détails peuvent être retrouvés dans [28].

L'actionnement des ailes repose sur la force électromagnétique appliquée à l'aimant quand un courant sinusoïdal traverse la bobine. Afin de piloter les deux ailes simultanément, le prototype est muni d'un unique actionneur électromagnétique placé au centre du thorax. Ce dernier présente l'avantage d'être simple à réaliser et à intégrer au prototype en plus de posséder une géométrie simple, une réponse rapide, une large bande et plus particulièrement la possibilité d'utiliser un large panel de fréquences. L'actionneur électromagnétique comprend un aimant collé au milieu du thorax glissé à l'intérieur d'une bobine reliée au thorax, comme présenté Fig. 4.

La masse totale du prototype est de 22 mg, ainsi il est actuellement le plus petit et le plus léger nano-drone à ailes flexibles existant.

La structure flexible de l'aile est modélisée par des poutres d'Euler-Bernoulli se déformant dans le vide. L'effet structurel des membranes des ailes est négligé au vu de leur très faible épaisseur en comparaison avec celles des veines du squelette. Ces hypothèses sont justifiées étant donné que le but premier de ce modèle est de concevoir la géométrie de l'aile telle que les fréquences propres de flexion et torsion soient proches. A cette fin, une analyse paramétrique de la géométrie des veines de l'aile proposée Fig. 4 a été réalisée. Parmi les contraintes, la géométrie du thorax est imposée et les fréquences des modes doivent être situées entre 100 Hz et 200 Hz tout en utilisant la résine photo-sensible SU-8, un matériau polymère considéré comme équivalent à celui des ailes d'insectes [29, 30, 31]. Evidemment, le but de cette analyse est de rapprocher les fréquences des deux modes propres, comme expliqué précédemment.

A partir de cette analyse paramétrique une configuration optimale de la structure de l'aile a été obtenue, comme illustrée Fig. 4. La réponse en fréquence associée est montrée Fig. 3, avec les taux d'amortissements  $\xi_1 = \xi_2 = 5\%$  fixés dans Eqs. (2) pour s'ajuster aux résultats expérimentaux. L'amortissement visqueux inclus ici est utilisé pour prendre en compte l'effet d'amortissement des forces aéro-élastiques. Bien que de nombreuses solutions existent, celle proposée ici apparaît satisfaisante étant donné que les deux modes couplés sont seulement distant de 20 Hz avec le mode de flexion à 130.2 Hz et celui de torsion à 151.4 Hz. Cela signifie à présent que ce couplage en quadrature est réalisable par un simple réglage de la fréquence d'excitation. L'utilisation de deux résonances conduit à deux solutions pour obtenir une quadrature de phase entre les deux modes. La première étant à 134.8 Hz et la seconde à 146.7 Hz, très proches des résonances de flexion et de torsion, permettant donc une relativement grande amplitude de battement.

En Figs. 3(e,f,g,h) sont illustrés les mouvements simulés de la corde de l'aile pour le mode de flexion à 130.2 Hz, le mode de torsion à 151.4 Hz et pour les quadratures à 134.8 et 146.7 Hz. Il est évident que l'inclinaison de l'aile est quasiment nulle durant chaque battement pour le mode de flexion, alors que dans le suivi du mode de torsion l'inclinaison n'est pas conservée pendant le battement. Pour ces modes de flexion et de torsion, aucune portance n'est donc générée. Comme attendu, coupler ces modes avec une quadrature de phase permet de reproduire la cinématique d'une aile d'insecte (Fig. 1) étant donné que l'inclinaison maximale intervient quand l'aile est au milieu d'un battement ascendant ou descendant, avec un renversement de pente à la fin de chaque battement.

## 4 Protocole expérimental

Dans l'objectif d'évaluer à la fois la cinématique et la force de portance générée par le prototype, un banc de test spécifique a été développé. Il est constitué d'une poutre cantilever en laiton sur laquelle est collé le prototype, le but étant de relier le déplacement du cantilever aux forces aérodynamiques créées.

Un vibromètre laser Polytec PSV400 est utilisé pour mesurer la vitesse en différents points sur le squelette du prototype durant une excitation de type sinus balayé. Précisément, le spectre fréquentiel du signal de vitesse est alors divisé par celui du courant électrique d'entrée circulant dans la bobine pour obtenir la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) du point correspondant.

Le vibromètre laser est également utilisé pour mesurer la réponse passive de la poutre en laiton afin d'identifier sa plus basse fréquence de résonance. Il est alors vérifié que celle-ci est supérieure à deux fois celles en flexion et en torsion du prototype, qui se situent entre 150 Hz et 250 Hz. Cette condition est nécessaire pour assurer que le déplacement du cantilever peut être utilisé pour déterminer la force de portance générée grâce à une simple relation de proportionnalité indépendante de la fréquence d'actionnement.

La relation linéaire entre la force appliquée au cantilever et sa flèche est évaluée à  $180 \mu\text{N}/\mu\text{m}$  en utilisant une sonde pour micro-force FT-S1000 associée à un bras mécanique FT-1000 de Femto-Tools. La force de portance est alors obtenue par la mesure du déplacement du cantilever lors de l'actionnement du prototype grâce à l'utilisation d'un capteur laser CCD (LK-G32 Keyence) permettant la mesure de déplacements de l'ordre de  $0.1 \mu\text{m}$ , de telle sorte qu'une force minimale d'environ  $18 \mu\text{N}$  peut être mesurée.

## 5 Analyse des résultats et discussion

Les performances de la configuration d'aile optimale présentée en Fig. 4 sont alors testées suivant le protocole expérimental décrit en section précédente. Premièrement, les FRFs en différents points du squelette du prototype sont mesurées en utilisant le vibromètre laser PSV400. Ces mesures sont alors utilisées pour reconstruire les déformées opérationnelles du prototype à différentes fréquences d'actionnement. La FRF sur l'aimant est montrée en Fig. 5(c) et met en évidence deux résonances à 140 Hz et 195 Hz. Les déformées opérationnelles correspondantes sont présentées en Fig. 5(a,b) et sont clairement associées avec les modes de flexion et de torsion. Les résultats expérimentaux sont remarquablement proches de ceux obtenus en simulation. D'abord, les déformées opérationnelles expérimentales sont similaires à celles attendues. Puis, une différence minimale de 60 Hz a été obtenue entre les deux modes. Evidemment, la différence théorique était plus petite (environ 20 Hz), ce qui peut s'expliquer par les effets aéro-élastiques négligés dans le modèle. Ces effets sont responsables de l'amortissement et des effets de masse ajoutée pouvant impacter et modifier les fréquences de résonances.

Dans un second temps, en utilisant le banc de test proposé, la force de portance est mesurée en régime permanent à différentes fréquences autour des fréquences de résonances de flexion et de torsion. La Fig. 5(d) montre la force de portance moyennée sur une période de battement ainsi qu'une fonction polynomiale s'y ajustant. Une précision acceptable a été obtenue pour de tels niveaux de force étant donné l'observation d'une incertitude de l'ordre de 10%. De plus, deux valeurs maximales de cette portance moyenne sont observées à proximité des modes de flexion et de torsion, respectivement à 133.5 Hz et 190.8 Hz. Manifestement, ces valeurs maximales correspondent aux fréquences de quadrature de phase,



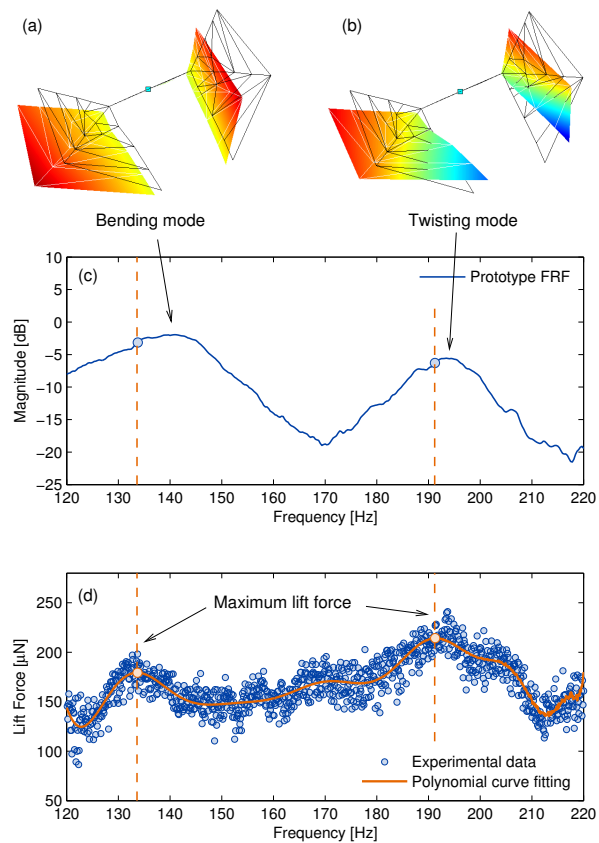


FIGURE 5 – Déformées opérationnelles expérimentales aux résonances : (a) mode de flexion ; (b) mode de torsion. (c) Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) du prototype prise sur l'aimant et centré sur la bande fréquentielle de travail. (d) Force de portance moyenne sur une période pour différentes fréquences d'actionnement.

(Fig. 3(d)). Par ailleurs, la seconde valeur proche du mode de torsion ( $220 \mu\text{N}$ ) est suffisante pour dépasser le poids du prototype (équivalent à  $200 \mu\text{N}$ ). De plus, le but premier de cette étude est d'utiliser un couplage en quadrature de deux modes pour produire de la portance, et il est clair que celui-ci est atteint et validé.

Finalement, l'observation et le suivi du mouvement de la corde de l'aile à l'aide d'une caméra rapide (Phantom V7.4 from Vision) est illustré Fig. 6. D'après cette figure, on peut conclure une fois encore que le mouvement expérimental présente la cinématique d'aile attendue avec le bord d'attaque et le bord de fuite en quadrature de phase. Cela souligne l'intérêt de l'utilisation d'un couplage de modes résonants en quadrature pour générer de la portance.

Les futurs travaux se focaliseront non seulement sur les configurations d'ailes mais également sur l'actionnement et les parties permettant sa transmission dans l'objectif de maximiser l'amplitude de battement et permettre le décollage.

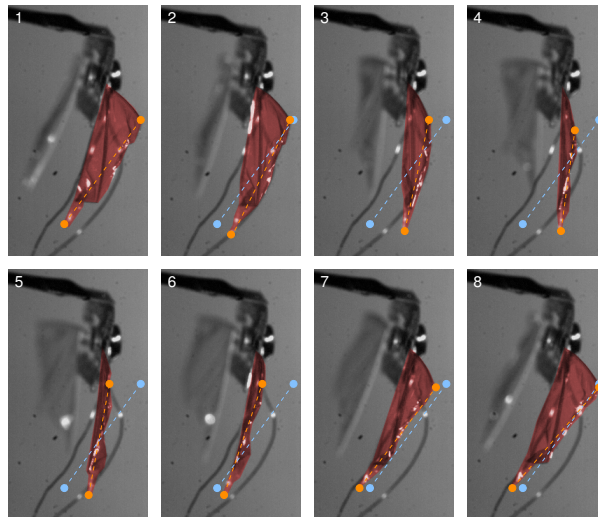


FIGURE 6 – Plusieurs séquences enregistrées à l’aide d’une caméra rapide à la seconde fréquence de quadrature (190.8 Hz). Tirets bleu : position initiale de la corde de l’aile ; Tirets orange : position actuelle de la corde de l’aile. Inversion de l’inclinaison intervenant séquence 4.

## Références

- [1] R.B. Srygley and A.L.R Thomas. Unconventionnal lift generating mechanism in free flying butterflies. *Nature*, 420 :660–664, 2002.
- [2] R.J. Wootton. The functional morphology of the wings of odonata. *Advances in odonatology*, 5(1) :153–169, 1991.
- [3] R.J. Wootton. How flies fly. *Nature*, 400(6740) :112–3, July 1999.
- [4] M.H. Dickinson. Wing Rotation and the Aerodynamic Basis of Insect Flight. *Science*, 284(5422) :1954–1960, June 1999.
- [5] S. N. Fry, R. Sayaman, and M. H. Dickinson. The aerodynamics of free-flight maneuvers in drosophila. *Science*, 300 :495–498, 2003.
- [6] P. Seshadri, M. Benedict, and I. Chopra. A novel mechanism for emulating insect wing kinematics. *Bioinspir. Biomim.*, 7 :036017, 2012.
- [7] J-S. Chen, J-Y. Chen, and Y-F. Chou. On the natural frequencies and mode shapes of dragonfly wings. *Journal of Sound and Vibration*, 313(3-5) :643–654, June 2008.
- [8] Ennos. The importance of torsion in the design of insect wings. *Journal of experimental biology*, 140(1) :137–160, November 1988.
- [9] Ennos. The inertial cause of wing rotation in Diptera. *Journal of experimental biology*, 140(1) :161–169, November 1988.
- [10] A.M. Mountcastle and Daniel. Aerodynamic and functional consequences of wing compliance. *T.L. Experiments in fluids*, 46 :873, May 2009.
- [11] J. Young, S.M. Walker, R.J. Bomphrey, G.K. Taylor, and A.L.R. Thomas. Details of insect wing design and deformation enhance aerodynamic function and flight efficiency. *Science*, 325(5947) :1549–52, September 2009.

- [12] L. Zhao, Q. Huang, X. Deng, and S.P. Sane. Aerodynamic effects of flexibility in flapping wings. *Journal of the royal society Interface*, 7 :485–497, 2010.
- [13] S. Michelin and S.G. Llewellyn Smith. Resonance and propulsion performance of a heaving flexible wing. *Physics of Fluids*, 21(7), July 2009.
- [14] H. Masoud and A. Alexeev. Resonance of flexible flapping wings at low Reynolds number. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 81(5), May 2010.
- [15] N.S. Ha, Q.T. Truong, N.S. Goo, and H.C. Park. Relationship between wingbeat frequency and resonant frequency of the wing in insects. *Bioinspiration & biomimetics*, 8(4), December 2013.
- [16] M. Hrncir, A-I. Gravel, D.L.P. Schorkopf, V.M. Schmidt, R. Zucchi, and F.G. Barth. Thoracic vibrations in stingless bees (*Melipona seminigra*) : resonances of the thorax influence vibrations associated with flight but not those associated with sound production. *The Journal of experimental biology*, 211(Pt 5) :678–85, March 2008.
- [17] M.W. McCutcheon, J.F. Young, G.W. Rieger, D. Dalacu, S. Frederick, P.J. Poole, G.C. Aers, and R.L. Williams. Second-Order Nonlinear Mixing of Two Modes in a Planar Photonic Crystal Microcavity. *Physics*, 2, January 2006.
- [18] O.V. Misochko and E.I. Rasi-Iba and E.Y. Sherman and V.B. Timofeev . On the mixing of vibrational modes in high-t superconductors. *Physics Reports (Physics Letter)*, 6(194) :387–395, November 1990.
- [19] M.F. Zaman, A. Sharma, and F. Ayazi. High performance matched-mode tuning fork gyroscope. *IEEE MEMS*, pages 66–69, January 2006.
- [20] R.P. Leland. Adaptive Mode Tuning for Vibrational Gyroscopes. *IEEE Transactions on control systems technology*, 11(2) :242–247, March 2003.
- [21] M. Monteil, O. Thomas, and C. Touzé. Identification of mode couplings in nonlinear vibrations of the steelpan. *Applied Acoustics*, 89(2015) :1–15, March 2015.
- [22] T.D. Rossing and R. Perrin. Vibrations of bells. *Applied Acoustics*, 20(1) :41–70, 1987.
- [23] N.H. Fletcher. Tuning a pentangle : A new musical vibrating element. *Applied Acoustics*, 39(3) :145–163, 1993.
- [24] R.J. Wood. The First Takeoff of a Biologically Inspired At-Scale Robotic Insect. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(2) :341–347, April 2008.
- [25] D.L. Raney and E.C. Slominski. Mechanization and Control Concepts for Biologically Inspired Micro Aerial Vehicles. *AIAA*, 5345, August 2003.
- [26] S. Ramananarivo, R. Godoy-Diana, and B. Thiria. Rather than resonance, flapping wing flyers may play on aerodynamics to improve performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 108(15) :5964–5969, 2011.
- [27] M. Géradin and D. Rixen. *Mechanical Vibrations : Theory and Applications to Structural Dynamics*. J. Wiley & Sons, 3rd edition, 2015.
- [28] X.Q. Bao, A. Bontemps, S. Grondel, and E. Cattan. Design and fabrication of insect-inspired composite wings for MAV application using MEMS technology. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 21(12), November 2011.
- [29] A. Bontemps, T. Vanneste, J-B. Paquet, T. Dietsch, S. Grondel, and E. Cattan. Design and performance of an insect-inspired nano air vehicle. *Smart Materials and Structures*, 22(1), January 2013.

- [30] T. Dargent, X.Q. Bao, S. Grondel, G. Le Brun, J-B. Paquet, C. Soyer, and E. Cattan. Micromachining of an SU-8 flapping-wing flying micro-electro-mechanical system. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 19(8), July 2009.
- [31] X.Q. Bao, T. Dargent, S. Grondel, J.B. Paquet, and E. Cattan. Improved micromachining of all SU-8 3D structures for a biologically-inspired flying robot. *Microelectronic Engineering*, 88(8) :2218–2224, August 2011.