



Une nouvelle théorie quasi-3D pour l'étude de la flexion thermomécanique des plaques fonctionnellement graduées épaisses

Abdeldjalil Benbakhti, Bouiadjra, Mohamed Bachir, Hichem Bellifa, Noureddine Retiel, Abdelouahed Tounsi

► To cite this version:

Abdeldjalil Benbakhti, Bouiadjra, Mohamed Bachir, Hichem Bellifa, Noureddine Retiel, Abdelouahed Tounsi. Une nouvelle théorie quasi-3D pour l'étude de la flexion thermomécanique des plaques fonctionnellement graduées épaisses. CFM 2017 - 23ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2017, Lille, France. <hal-03465336>

HAL Id: hal-03465336

<https://hal.science/hal-03465336v1>

Submitted on 3 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Une nouvelle théorie quasi-3D pour l'étude de la flexion thermomécanique des plaques fonctionnellement graduées épaisses

**A. BENBAKHTI^a, M. BACHIR BOUIADJRA^b, H. BELLIFA^c,
N.RETIEL^d, A. TOUNSI^e**

- a. Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics – Université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie, Algérie. Email : Jalil7benbakhti@hotmail.com
- b. Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics – Université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie, Algérie. Email : mohamedbachirbouiadjra@gmail.com
- c. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie – Université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie, Algérie. Email : bellifahichem@hotmail.fr
- d. Laboratoire de modélisation numérique et expérimentale des phénomènes mécaniques – Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem. Route Belhacel 27000 Mostaganem, Algérie, Algérie. Email : retieln@yahoo.fr
- e. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie – Université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie, Algérie. Email : touabdel@yahoo.fr

Résumé :

Ce travail de recherche a pour but d'étudier l'analyse de flexion thermomécanique des plaques fonctionnellement graduées épaisses en proposant une nouvelle théorie quasi-3D de déformation de cisaillement. Le modèle mathématique utilisé propose seulement 5 variables comme dans le cas de la théorie de la déformation au cisaillement du premier ordre (FSDT). Contrairement aux théories d'ordres élevés (HSDT) cette théorie présente un nouveau champ de déplacement qui comprend des variables intégrales indéterminées. Les propriétés mécaniques de la plaque fonctionnellement graduée sont supposées changer dans le sens de l'épaisseur selon une loi de puissance (P-FGM). Les équations gouvernantes pour l'étude de flexion thermomécanique sont obtenues par le principe du travail virtuel et résolues par une méthode de type Navier. Des résultats intéressants sont déterminés et comparés aux résultats trouvés par les théories HSDT et 2D. Les influences de l'épaisseur de la plaque et de l'index de loi de puissance sur la flèche et les contraintes des plaques FGM épaisses seront représentées.

Abstract:

The aim of this research is to study the thermomechanical bending analysis of functionally graded thick plates by proposing a new quasi-3D theory of shear deformation. The mathematical model used proposes only 5 variables as in the case of the theory of deformation at first order shear (FSDT). Unlike high order theories (HSDT) this theory presents a new field of displacement that includes indeterminate integral variables. The mechanical properties of the functionally graduated plate are assumed to change in the thickness direction according to a power law (P-FGM). The governing equations for the thermomechanical bending study are obtained by the principle of virtual work and solved by a Navier method. Interesting results are determined and compared with the results found by the HSDT and 2D theories. The influence of the thickness of the plate and of the index of power law on the arrow and the stresses of the thick FGM plates will be represented.

Mots clefs : Matériaux fonctionnellement gradués, Etude de la flexion thermomécanique, Les plaques épaisses, Théorie quasi 3-D, L'effet d'étirement

1 Introduction

Les plaques fonctionnellement graduées (FGM) sont largement utilisées dans diverses branches de l'ingénierie telles que la mécanique, l'aérospatiale, la chimie, l'électricité, etc. Les avantages des structures FGM présentent une résistance thermique élevée et un changement graduel des caractéristiques du matériau le long de la direction choisie. Pour la conception de plaques FGM pour l'application dans un environnement à haute température, les contraintes thermomécaniques et les déflexions sont des paramètres importants à considérer. Le présent travail porte sur l'élaboration d'un nouveau modèle qui se base sur une théorie de déformation des plaques de type quasi-3D pour étudier le comportement thermomécanique des plaques sandwichs en FGM. Les travaux publiés relatifs au domaine de la flexion thermique et mécanique des plaques FGM sont indiqués et discutés dans les paragraphes suivants.

Reddy et Chen [1] ont présenté un modèle 3D pour une plaque FG soumise à des charges mécaniques et thermiques, toutes deux appliquées au sommet de la plaque FG. Cetkovic et Vuksanovic [2] ont utilisé un modèle en couches généralisé pour étudier les plaques sandwich sous des charges mécaniques. Ce modèle considère la variation transversale des composantes de déplacement dans le plan en termes d'éléments finis Lagrangiens linéaires 1D. Bellifa et al. [3] ont étudié le comportement à la flexion et à la vibration libre des plaques FG en utilisant une théorie simple de la déformation par cisaillement et le concept de la position de surface neutre.

D'autre part, de nombreuses théories de déformations de cisaillement à ordre élevé « HSDT » ont été proposées au cours des dernières années pour l'étude des éléments structuraux. Ces modèles peuvent être divisés en deux groupes selon un simple critère : des théories HSDT avec influence d'étirement d'épaisseur et des théories HSDT sans influence d'étirement d'épaisseur. Lorsqu'un modèle introduit l'effet d'étirement de l'épaisseur, le déplacement transversal est supposé dépendant des coordonnées d'épaisseur obéissant à la recommandation de Koiter [4], c'est-à-dire. On peut trouver dans la littérature de nombreux modèles qui introduisent une influence d'étirement de l'épaisseur pour examiner la réponse de flexion, de vibration et de flambement des structures monocouches et

sandwich en FGM soumises à une charge thermique et / ou mécanique (Carrera et al. [5]; Grover et al. [6], Belabed et al. [7], Hamidi et al. [8], Larbi Chaht et al. [9] et Golmakani [10]).

Ce travail article propose une formulation analytique du problème thermomécanique statique des plaques sandwichs fonctionnellement graduées en employant un nouveau type de théorie de déformation en cisaillement des plaques de type quasi-3D. L'addition du terme intégral dans le champ de déplacement conduit à une réduction du nombre de variables et des équations gouvernantes. Les faces de la plaque sandwich sont considérées comme ayant une variation de matériau isotrope à deux constituants (métal-céramique) dans l'épaisseur, et le module d'Young, le coefficient de Poisson et le coefficient de dilatation thermique des faces sont censés changer selon une variation de la loi de puissance en fonction de la fraction volumique des constituants. La couche centrale reste homogène et fabriquée par un matériau céramique isotrope. Les équations gouvernantes pour l'étude de flexion thermomécanique sont déterminées par le principe du travail virtuel. Des solutions analytiques de type Navier sont utilisées pour les plaques sandwichs en FGM sous charge thermomécanique pour des conditions aux limites simplement supportées. Les résultats numériques pour les déplacements transversaux et les contraintes sont examinés. On étudie les influences du champ de température sur les contraintes dimensionnelles inégales et transversales de cisaillement de la plaque sandwich FGM. La performance du modèle proposé est vérifiée en comparant les résultats avec d'autres théories d'ordre élevé disponibles dans la littérature.

2 Formulations théoriques

2.1 Propriétés matérielles

Le modèle mathématique a été construit pour résoudre une plaque sandwich composée de trois couches (métal-céramique, céramique, céramique-métal). La plaque considérée a une longueur a , une largeur b et l'épaisseur totale h (Fig 1). Le système de coordonnées cartésiennes rectangulaires x, y, z , a la surface $z = 0$, coïncidant avec la surface médiane de la plaque. Les couches de face de la plaque sandwich sont constituées par un matériau isotrope avec des caractéristiques de matériau variant doucement dans la direction de l'épaisseur seulement. La couche centrale est constituée d'un matériau homogène isotrope. Les positions verticales de la surface inférieure, les deux interfaces entre les couches d'âme et de faces, et la surface supérieure sont définies, respectivement, par $h_0 = -h/2$, h_1 , h_2 et $h_3 = h/2$. L'épaisseur totale de la plaque sandwich en FGM est h , où $h = t_c + t_{FGM}$ et $t_c = h_2 - h_1$. t_c et t_{FGM} sont l'épaisseur de couche du noyau et de toutes les couches FGM respectivement.

$$P^{(n)}(z) = P_m + (P_c - P_m)V^{(n)} \quad (1)$$

Où $P^{(n)}$ est les caractéristiques effectives du matériau FGM de la couche n . Et définissent P_m et P_c respectivement la propriété des faces inférieure et supérieure de la couche 1 ($h_0 \leq z \leq h_1$) et vice versa pour la couche 3 ($h_2 \leq z \leq h_3$) en fonction de la fraction volumique $V^{(n)}$ ($n = 1, 2, 3$). On notera que P_m et P_c sont, respectivement, les caractéristiques correspondantes du métal et de la céramique de la plaque sandwich FGM. La fraction volumique des FGM est supposée obéir à une fonction puissance-loi le long de la direction de l'épaisseur.

$$V^{(1)} = \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k, \quad h_0 \leq z \leq h_1 \quad (2a)$$

$$V^{(2)} = 1, \quad h_1 \leq z \leq h_2 \quad (2b)$$

$$V^{(3)} = \left(\frac{z - h_3}{h_2 - h_3} \right)^k, \quad h_2 \leq z \leq h_3 \quad (2c)$$

Où k est l'indice de gradient, qui prend des valeurs supérieures ou égales à zéro. La couche centrale est indépendante de la valeur de k laquelle est une couche entièrement céramique.

2.2 Relations cinématiques et relations constitutives

Dans cet article, un nouveau champ de déplacement avec 5 inconnues est proposé :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \quad (3a)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \quad (3b)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) + g(z) \varphi_z(x, y) \quad (3c)$$

Où u_0 ; v_0 ; w_0 et φ_z sont les déplacements inconnus du plan médian de la plaque, et $f(z)$ représente une fonction de forme définissant la variation des contraintes transversales de cisaillement et des contraintes à travers l'épaisseur.

$$f(z) = \sinh^{-1} \left(\frac{3z}{h} \right) - z \frac{6}{h\sqrt{13}} \quad \text{and} \quad g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (4)$$

Les relations de contraintes linéaires obtenues à partir du modèle de déplacement des équations (3a-c), valables pour les plaques minces, moyennement épaisses et épaisses considérées sont les suivantes :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon_z = g'(z) \varepsilon_z^0 \quad (5)$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix}, \quad (6a)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_2 \int \theta dy + \frac{\partial \varphi_z}{\partial y} \\ k_1 \int \theta dx + \frac{\partial \varphi_z}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon_z^0 = \varphi_z \quad (6b)$$

Pour les plaques sandwiches fonctionnellement graduées, les relations contrainte-déformation pour l'état de contrainte plane incluant les influences thermiques peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha T \\ \varepsilon_y - \alpha T \\ \varepsilon_z - \alpha T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^{(n)} \quad (7)$$

Les expressions C_{ij} sont les expressions en termes de constantes d'ingénierie sont par :

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, \quad (8a)$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2}, \quad (8b)$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}, \quad (8c)$$

Le champ de température généralisé qui varie sur l'épaisseur de la plaque peut être écrit comme suit :

$$T(x, y, z) = T_1(x, y) + \frac{z}{h} T_2(x, y) + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) T_3(x, y) \quad (9)$$

Où T_1 , T_2 et T_3 sont des charges thermiques.

2.3 Principe des travaux virtuels

Le principe des travaux virtuels est utilisé pour l'étude de la flexion thermomécaniques des plaques sandwiches en FGM et il s'écrit comme suit :

$$\delta U + \delta V = 0$$

Où δU est l'énergie de déformation virtuelle, δV est le travail virtuel externe sous l'effet n de la charge externe appliquée à la plaque. La substitution des expressions énergétiques appropriées peut être déterminée

$$\int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}] d\Omega dz - \int_{\Omega} q \delta w d\Omega = 0 \quad (11)$$

2.4 Procédure de résolution

Considérant une plaque rectangulaire simplement appuyée avec la longueur a et la largeur b sous la charge transversale q . Pour résoudre ce problème, Navier a présenté les charges transversales mécaniques et de température q , T_1 , T_2 et T_3 sous la forme d'une série trigonométrique comme :

$$\begin{Bmatrix} q \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \quad (12)$$

Où q_0 , t_1 , t_2 et t_3 sont constant, α et β sont donnés par :

$$\alpha = m\pi/a \text{ et } \beta = n\pi/b \quad (13)$$

En utilisant la procédure de Navier, la solution des variables de déplacement satisfaisant aux conditions aux limites ci-dessus peut être écrite dans la série de Fourier suivante :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ X \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Où

$$\begin{aligned} S_{11} &= \alpha^2 B_{11} + \beta^2 A_{66} \\ S_{12} &= \alpha\beta(A_{12} + A_{66}) \\ S_{13} &= -\alpha^3 B_{11} - \alpha\beta^2(B_{12} + 2B_{66}) \\ S_{14} &= -\alpha(k_1 B_{11}^s + k_2 B_{12}^s) + \alpha\beta^2 B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B') \\ S_{15} &= \alpha X_{13} \\ S_{22} &= \alpha^2 A_{66} + \beta^2 A_{22} \\ S_{23} &= -\alpha^2 \beta(B_{12} + 2B_{66}) - \beta^3 B_{22} \\ S_{24} &= -\beta(k_1 B_{12}^s + k_2 B_{22}^s) + \alpha^2 \beta(k_1 A' + k_2 B') B_{66}^s \\ S_{25} &= -\beta X_{23} \\ S_{33} &= \alpha^4 D_{11} + \beta^4 D_{22} + 2\alpha^2 \beta^2 (D_{12} + 2D_{66}) \\ S_{34} &= \alpha^2 k_1 D_{11}^s + (k_2 \alpha^2 + k_1 \beta^2) D_{12}^s + \beta^2 k_2 D_{22}^s - 2\alpha^2 \beta^2 (k_1 A' + k_2 B') D_{66}^s \\ S_{35} &= \alpha^2 Y_{13} + \beta^2 Y_{23} \\ S_{44} &= k_1^2 H_{11}^s + k_2^2 H_{22}^s + 2k_1 k_2 H_{12}^s + \alpha^2 \beta^2 (k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s + \alpha^2 (k_1 A')^2 A_{55}^s + \beta^2 (k_2 B')^2 A_{44}^s \\ S_{45} &= k_1 Y_{13}^s + k_2 Y_{23}^s + \alpha^2 k_1 A' A_{55}^s + \beta^2 k_2 B' A_{44}^s \\ S_{55} &= \alpha^2 A_{55}^s + \beta^2 A_{44}^s + Z_{33} \end{aligned} \quad (15)$$

Et les composantes du vecteur force généralisé $\{P\} = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}^t$ sont données par :

$$\begin{aligned} P_1 &= \lambda(A^T t_1 + B^T t_2 + {}^a B^T t_3), \\ P_2 &= \mu(A^T t_1 + B^T t_2 + {}^a B^T t_3), \\ P_3 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)(B^T t_1 + D^T t_2 + {}^a D^T t_3), \\ P_4 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)({}^s B^T t_1 + {}^s D^T t_2 + {}^s F^T t_3), \\ P_5 &= -h(L^T t_1 + {}^a L^T t_2 + R^T t_3). \end{aligned} \quad (16)$$

2.5 Résultats numériques et discussion

Les résultats sont présentés dans les formes normalisées suivantes pour la flèche maximale adimensionnelle et les contraintes :

- La flèche maximale adimensionnelle $\bar{w} = \frac{10^3}{q_0 a^4 / (E_0 h^3) + 10^3 \alpha_0 t_2 a^2 / h} w \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right)$,

- La contrainte axiale $\bar{\sigma}_x = \frac{10}{q_0 a^2 / h^2 + 10 E_0 \alpha_0 t_2 a^2 / h^2} \sigma_x \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{h}{2} \right)$,

L'analyse thermomécanique de la flexion est conduite pour des combinaisons de métal et de céramique. Le métal utilisé est un alliage de titane (Ti-6Al-4V) et une céramique de type oxyde de zirconium (ZrO₂). Pour simplifier les calculs, on supposera que le coefficient de poisson est constant en tout point de l'épaisseur de la plaque.

Tableau 1 : Les propriétés matérielles utilisées pour la plaque sandwich en FGM.

Material	Properties		
	E (GPa)	α (10 ⁻⁶ /K)	ν
Métal : Ti-6Al-4V	66.2	10.3	1/3
Céramique : ZrO ₂	117.0	7.11	1/3

Le tableau 2 compare les flèches maximales adimensionnelles \bar{w} des différents types des plaques sandwiches fonctionnellement graduées carrées pour des valeurs d'indice matériel $k = 0, 1$ et 5 . Les résultats trouvés sont comparés avec des solutions basées sur une théorie de cisaillement d'ordre élevé de déformation sinusoïdale (SSDT) et la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). On peut conclure que l'introduction de l'effet d'étirement de l'épaisseur de la plaque sert à rendre la plaque plus rigide et donc à réduire la flèche. Cependant, l'introduction de l'influence de la déformation par cisaillement rend la plaque plus flexible et conduit par conséquent à augmenter la flèche.

Tableau 2 : Comparaison de la flèche maximale adimensionnelle \bar{w} pour des différentes plaques sandwiches en FGM ($t_1 = 0$, $q_0 = t_2 = t_3 = 100$ et $a/h = 10$).

k	Théorie	\bar{w}					
		$t_{\text{FGM}}/h = 0$	$t_{\text{FGM}}/h = 0.2$	$t_{\text{FGM}}/h = 0.4$	$t_{\text{FGM}}/h = 0.6$	$t_{\text{FGM}}/h = 0.8$	$t_{\text{FGM}}/h = 1$
0	Présente ($\varepsilon_z \neq 0$)	0,750266	0,750266	0,750266	0,750266	0,750266	0,750266
	SSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,796783	0,796783	0,796783	0,796783	0,796783	0,796783
	FSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,895735	0,895735	0,895735	0,895735	0,895735	0,895735
1	Présente ($\varepsilon_z \neq 0$)	0,750266	0,835477	0,909406	0,965390	1,001361	1,022245
	SSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,796783	0,873745	0,941636	0,996334	1,036213	1,062840
	FSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,895735	0,979641	1,054630	1,115684	1,160568	1,190728
5	Présente ($\varepsilon_z \neq 0$)	0,750266	0,878280	0,992466	1,068336	1,096132	1,096047
	SSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,796783	0,912488	1,016938	1,094427	1,137993	1,154412
	FSDT ($\varepsilon_z = 0$)	0,895735	1,020919	1,137289	1,225706	1,276497	1,296101

La figure 1 montre l'influence du rapport d'aspect géométrique de la plaque a/b sur la flèche maximale adimensionnelle pour une plaque sandwich fonctionnellement graduée avec un indice matériel $k = 3$ et un rapport $t_{\text{FGM}}/h = 0.2$. Les influences des charges mécaniques et thermiques sont considérées dans cet exemple. A partir de la figure 1, on peut remarquer que l'influence du rapport d'aspect géométrique est plus importante sur la flèche maximale adimensionnelle \bar{w} de la plaque sandwich en FGM lorsque $q_0 = t_2 = t_3 = 100$.

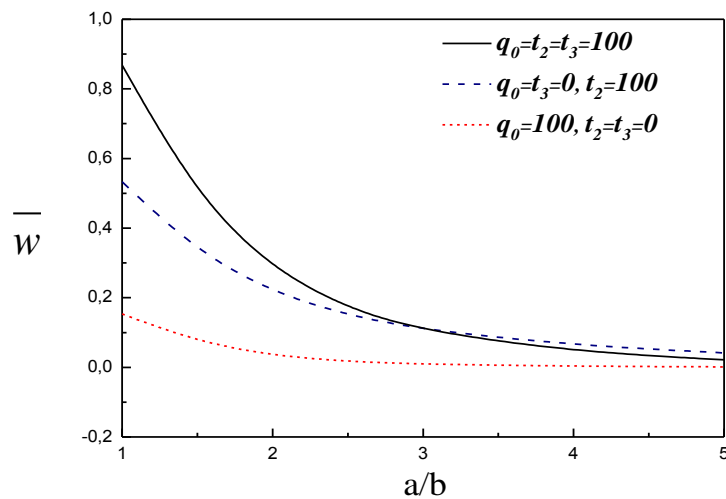


Figure 1 : Influence des charges mécaniques et thermiques sur la flèche maximale adimensionnelle \bar{w} par rapport au rapport d'aspect géométrique a/b de la plaque sandwich en FGM.

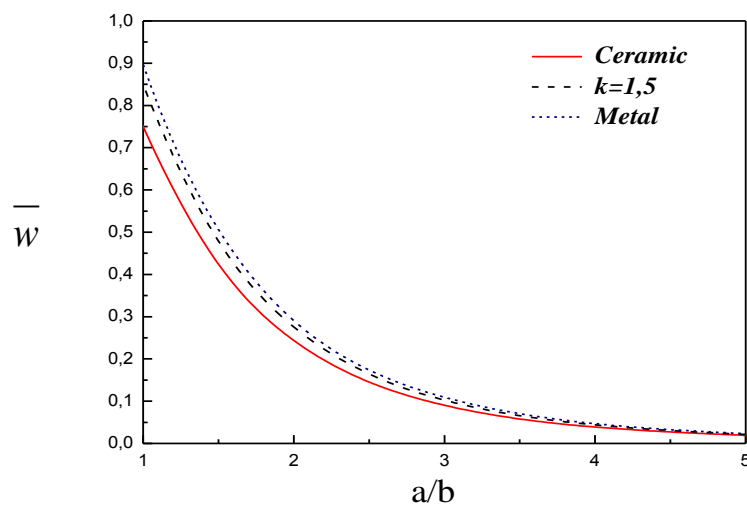


Figure 2 : L'effet du rapport d'aspect géométrique sur la flèche maximale adimensionnelle \bar{w} de la plaque sandwich en FGM ($t_{\text{FGM}}/h = 0.2$) sous un chargement thermique ($t_1 = 0, t_2 = t_3 = 100$).

La figure V.2 illustre la variation de sur la flèche maximale adimensionnelle \bar{w} en fonction du rapport d'aspect géométrique d'une plaque métallique, une plaque entièrement en céramique et d'une plaque sandwich fonctionnellement graduée (avec un indice matériel $k = 1.5$ et un rapport $t_{\text{FGM}}/h = 0.2$) sous l'effet de charges thermiques ($t_2 = t_3 = 100$). On constate que la flèche maximale est plus importante pour la plaque métallique et petite pour la plaque céramique.

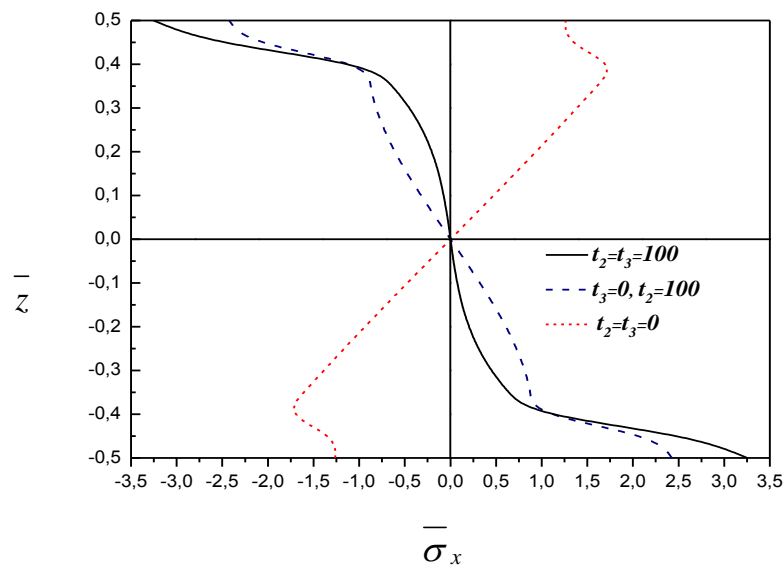


Figure 3: Influence des charges thermiques sur la contrainte axiale adimensionnelle $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur de la plaque sandwich carrée en FGM.

Dans la figure 3 on a représenté graphiquement la distribution transversale de la contrainte axiale adimensionnelle $\bar{\sigma}_x$ pour une plaque sandwich carrée fonctionnellement graduée (avec un indice matériel $k = 3$ et un rapport $t_{\text{FGM}}/h = 0.2$). Ces figures montrent la grande influence exercée par les différentes charges thermiques sur les contraintes axiales $\bar{\sigma}_x$, on remarque une augmentation importante des contraintes axiales sous présence des charges thermiques.

3 Conclusion

Ce travail présente une analyse de flexion thermomécanique pour plaques sandwiches FG en utilisant un HSDT original quasi-3D avec 5 inconnues. La théorie considère les effets d'étirement et de déformation du cisaillement sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement. Des comparaisons ont été réalisées pour décrire l'efficacité de la présente théorie. En effet, nous proposons fortement d'appliquer la présente théorie car elle contient une cinématique spéciale avec un plus petit nombre de variables que la FSDT classique et d'autres HSDT. On a présenté des résultats numériques pour différents indices de fraction volumique, des rapports d'épaisseur, une élévation de la température. On conclut que la gradation des propriétés du matériau et du champ de température a une influence considérable sur la réponse de flexion thermomécanique des plaques sandwich FGM.

Références

- [1] Reddy, J.N., Cheng, Z.Q. "Three-dimensional thermomechanical deformations of functionally graded rectangular plates", *Euro. J. Mech. A Solids*, 20, 2001, 841–855.
- [2] Cetkovic, M, Vuksanovic, DJ. "Bending, free vibrations and buckling of laminated composite and sandwich plates using a layerwise displacement model", *Compos Struct*, 88, 2000, 219-227.
- [3] Bellifa, H., Benrahou, K.H., Hadji, L., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. "Bending and free vibration analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position", *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 38(1), 2016, 265-275.
- [4] Koiter, WT. "A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells. In: *Proceedings of first symposium on the theory of thin elastic shells*", Amsterdam: North-Holland, 1959.
- [5] Carrera, E, Brischetto, S, Cinefra, M, Soave, M. "Effects of thickness stretching in functionally graded plates and shells", *Composites: Part B*, 42, 2011, 123-133.
- [6] Grover, N, Maiti, DK, Singh, BN. "A new inverse hyperbolic shear deformation theory for static and buckling analysis of laminated composite and sandwich plates", *Compos Struct*, 95, 2013, 667-675.
- [7] Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Composites: Part B*, 60, 2014, 274–283.
- [8] Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A. "A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates", *Steel and Composite Structures*, 18(1), 2015, 235 – 253.
- [9] Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O., Mahmoud, S.R. "Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect", *Steel and Composite Structures*, 18(2), 2015, 425 – 442.
- [10] Golmakani, M.E. "Large deflection thermoelastic analysis of shear deformable functionally graded variable thickness rotating disk", *Composites: Part B*, 45, 2013, 1143–1155.