



HAL
open science

Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques

Paul-Etienne Vidal, Baptiste Trajin, Frédéric Rotella

► **To cite this version:**

Paul-Etienne Vidal, Baptiste Trajin, Frédéric Rotella. Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques. Techniques de l'Ingénieur, 2019, pp.0. 10.51257/a-v1-e3969 . hal-03463016

HAL Id: hal-03463016

<https://hal.science/hal-03463016>

Submitted on 2 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/25244>

To cite this version:

Vidal, Paul-Etienne[✉] and Trajin, Baptiste[✉] and Rotella, Frédéric[✉] *Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques*. (2019) Techniques de l'Ingénieur.

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques

Cet article est issu de : **Électronique - Photonique | Électronique**

par **Paul-Étienne VIDAL, Baptiste TRAJIN, Frédéric ROTELLA**

Mots-clés

modulation de largeur d'impulsion | convertisseur statique d'énergie | système linéaire | inverses généralisées

Résumé La modulation de largeur d'impulsion est un principe bien connu en électronique de puissance. Si l'état de l'art est riche d'exemples de schémas de modulation, cela ne veut pas dire qu'un outil de modulation générique à toutes structures de conversion soit communément utilisé. Cet article propose une méthode pour d'une part, déterminer le modèle linéaire générique d'un convertisseur à modulation de largeur d'impulsion et d'autre part, exprimer sur cette base tous les schémas de modulations par l'expression d'un degré de liberté à fixer.

Keywords

pulse width modulation | power converter | linear system | generalized inverses

Abstract Pulse width modulation is a well-known principle in power electronics. The state of the art is rich with many examples of modulation schemes. Nevertheless, it does not mean that as generic modeling tool, common to all topologies is commonly used. This paper describes a method to express the generic linear model of a pulse width modulation converter. Then modulation schemes are described thanks to a degree of freedom, explicitly exhibited.

Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques

par **Paul-Étienne VIDAL**

*Enseignant chercheur – Maître de conférence – HDR,
Laboratoire Génie de Production, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes,
Université Fédérale Toulouse Midi Pyrénées,
Institut National Polytechnique de Toulouse, France*

Baptiste TRAJIN

*Enseignant chercheur – Maître de conférence,
École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, France*

et **Frédéric ROTELLA**

*Enseignant chercheur – Professeur des Universités,
École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, France*

1. Modulation et convertisseur statique d'énergie électrique ...	E 3 969 – 2
1.1 Convertisseurs statiques considérés	– 2
1.2 Expression du modèle linéaire d'une cellule de commutation	– 3
1.3 Principe de la modulation	– 4
1.3.1 Quelques éléments pour la définition de la modulation	– 4
1.3.2 Technique de modulation pour les onduleurs de tension	– 5
1.3.3 Modulation et rendement de conversion	– 6
2. Approche mathématique pour un modèle de la modulation ..	– 6
2.1 Expression d'un modèle linéaire générique	– 6
2.2 Application à la SVM	– 7
3. Expression générique des solutions du modèle linéaire du système convertisseur – modulation	– 8
3.1 Ensemble des solutions	– 8
3.1.1 Notion de solution	– 8
3.1.2 Application du critère de compatibilité	– 8
3.1.3 Utilisation de l'inverse généralisée pour la résolution de systèmes linéaires	– 8
3.1.4 Application à un onduleur triphasé à deux niveaux de tension ..	– 8
3.2 Expression des degrés de liberté	– 9
3.3 Expression des limites de validité pour les solutions	– 9
3.3.1 Modulation avec porteuse	– 9
3.3.2 Modulation sans porteuse	– 9
3.4 Schéma de mise en œuvre en vue de l'application	– 9
4. Application	– 10
4.1 Application à un onduleur triphasé à 2 niveaux de tensions sur charge inductive	– 10
4.1.1 Modulation sinusoïdale (SPWM) et injection d'harmonique de rang trois (THIPWM)	– 11
4.1.2 Modulation Zero-Sequence Signal (ZSSPWM)	– 12
4.1.3 Modulation discontinue (DPWM) et discontinue généralisée (GDPWM)	– 12
4.1.4 Synthèse	– 12
4.2 Application à un bras d'onduleur à 3 interrupteurs	– 12
5. Conclusion	– 15
6. Symboles et sigles	– 15
Pour en savoir plus	Doc. E 3 969

En électronique de puissance, la modulation de largeur d'impulsion est souvent utilisée avec les onduleurs de tension [D 3 176]. Cette technique de pilotage, qui consiste à appliquer aux interrupteurs de puissance des ordres de commande, permet de maîtriser les échanges d'énergie électrique entre une source et un récepteur. Les séquences successives des ordres de commande sont générées par le biais des schémas de modulation. Effectivement, pour une structure de conversion donnée, il existe souvent plusieurs solutions qui permettent d'obtenir les séquences d'ordre de commande. S'il est communément admis un panel d'indicateurs pour quantifier la performance d'un schéma de modulation par rapport à un autre, l'état de l'art ne fait pas nettement apparaître une méthode, pour la modélisation des convertisseurs statiques à modulation, qui facilite l'expression des solutions pour les schémas de modulation.

Cet article propose une méthode pour obtenir le modèle générique linéaire d'un convertisseur à modulation de largeur d'impulsion, et la manière dont les techniques de l'algèbre linéaire conduisent à exprimer les solutions admissibles.

De cette manière, toutes les architectures de conversion et leurs schémas de modulation pourront être représentés par une approche unique de modélisation. Ainsi exprimé, le problème à résoudre consistera à chercher l'ensemble des modulations, ou solutions, du modèle. Le caractère linéaire du modèle facilite la détermination de la solution par l'utilisation des outils de traitement des systèmes linéaires.

Ces outils permettent de démontrer qu'il existe une infinité de modulations de largeur d'impulsion, solutions du modèle exprimé sous la forme d'un système linéaire générique, mais également de le résoudre. Ainsi, l'ensemble des solutions, quels que soient le nombre m d'équations et le nombre n d'inconnues, sont obtenues. Un degré de liberté est exhibé et permet d'explorer l'ensemble des solutions. L'expression de valeurs limites physiques pour les grandeurs associées aux architectures de conversion définies détermine les limites admissibles pour les solutions. La démarche méthodique conduit à relier explicitement l'expression du degré de liberté à des indicateurs de qualité de la fonction de modulation, mais également aux valeurs limites. Des exemples pratiques d'utilisation de la méthode sont proposés. Notamment, l'application de la méthode à une structure multiniveaux, dont la cellule de commutation possède trois interrupteurs, est décrite. Ceci permet de vérifier la généralité de la méthode, mais également son emploi particulièrement avantageux lorsque la structure de conversion possède plusieurs degrés de liberté à fixer.

Le lecteur trouvera en fin d'article un glossaire et un tableau des symboles et des sigles utilisés.

1. Modulation et convertisseur statique d'énergie électrique

1.1 Convertisseurs statiques considérés

La définition retenue d'un convertisseur statique (CS) est celle d'un dispositif qui, associé à un pilotage adapté, permet la gestion des échanges d'énergie électrique entre un générateur et un récepteur. Pour les dispositifs de conversion considérés, générateur et récepteur s'imposent respectivement des tensions et des courants, ou l'inverse. Le CS est constitué a minima d'interrupteurs à semi-

conducteurs. Ce sont ces derniers qui, par leur changement d'état, permettent la circulation ou l'interruption du courant électrique, et la connexion d'un nœud du circuit électrique interne au CS à un point de potentiel. Le transfert d'énergie pouvant être réversible, à des fins de généralité, les termes de source d'entrée (SE) et source de sortie (SS) sont utilisés en lieu et place de générateur et récepteur respectivement. Comme illustré figure 1, le CS s'insère entre SE et SS. Selon la complexité de l'application, plusieurs sources peuvent être présentes et interconnectées. Ainsi, plusieurs CS peuvent être définis et seront à associer en série ou en parallèle.

Dans cette approche, tous les éléments sont considérés comme idéaux. Plus particulièrement, les sources continues auront des valeurs constantes, alors que les sources alternatives auront un comportement sinusoïdal. Les principales applications nécessitant la mise en œuvre d'une stratégie de modulation incluent cette dernière dans l'architecture de commande pour la maîtrise des

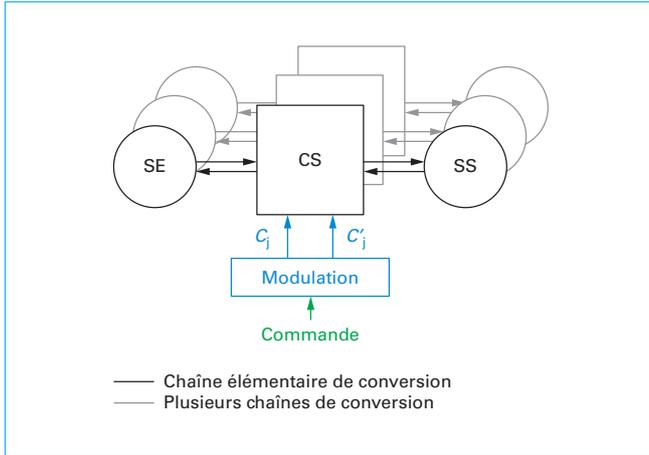


Figure 1 – Schéma générique pour la définition d'un CS

échanges énergétiques, ou la déportent au sein d'architectures matérielles dédiées, souvent nommées commandes rapprochées. C'est ainsi le cas de la plupart des applications de variation de vitesse dans les moteurs électriques. Comme la plupart du temps dans ces applications, les CS considérés connecteront SE, une source de tension continue DC, à SS, une source de courant alternative AC ou continue DC. Ces architectures réalisent une conversion tension (SE) vers courant (SS). Les fonctions de conversion réalisées DC-AC ou DC-DC sont associées au nom de l'architecture type, onduleur pour la conversion DC-AC [D 3 176], et hacheur pour la conversion DC-DC [D 3 160]. Il est précisé que ces dispositifs peuvent recouvrir plusieurs architectures différentes [1].

Dans les configurations usuelles, les architectures de ces dispositifs s'appuient sur une structure élémentaire : la cellule de commutation. Pour une phase notée i , la cellule élémentaire de commutation, considérée comme isolée, est constituée de deux interrupteurs, K et K' , pilotés de manière complémentaires, comme illustré figure 2. V_1 et V_2 sont les deux valeurs de potentiel assurées par SE. La continuité de circulation du courant I imposé par SS doit être assurée au nœud i , reliant la ou les cellule(s) élémentaire(s) de commutation à la phase correspondante de SS. Le choix des technologies à adopter pour les composants semi-conducteurs K et K' peut être fait selon les règles de conception préconisées dans [D 3 152] et ne sera pas discuté ici. Ils sont réputés présenter un comportement idéal et être commandable (au moins pour l'un deux). L'architecture matérielle de commande rapprochée est également idéale. Ceci permet de formaliser la relation entre les ordres de commande envoyés aux interrupteurs c_K et c'_K et l'état des interrupteurs K et K' par :

$$\begin{cases} c_K = 1 & c'_K = 0 & \Rightarrow K \text{ est à l'état ON} \\ c_K = 0 & c'_K = 1 & \Rightarrow K' \text{ est à l'état ON} \end{cases} \quad (1)$$

Notons que dans certaines applications, il peut être nécessaire d'utiliser plusieurs cellules élémentaires de commutation au sein d'un bras (donc associé à une phase i), ou au sein d'un CS (par exemple si il y a plusieurs phases à alimenter).

1.2 Expression du modèle linéaire d'une cellule de commutation

Ainsi, avec la cellule élémentaire dans la configuration de la figure 2, l'alternance périodique de valeurs de c_K influe sur la valeur de la tension de sortie comme illustré sur la figure 3. En définissant T_c comme la durée d'un cycle de commutation et $f_c = \frac{1}{T_c}$ la fréquence de commutation, ($t'_K - t_K$) le temps pendant

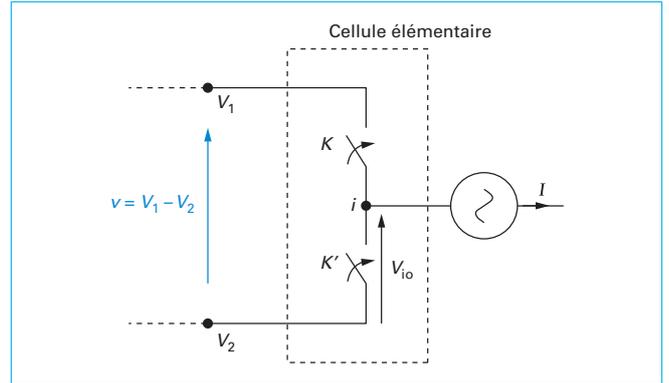


Figure 2 – Cellule élémentaire de commutation d'un CS

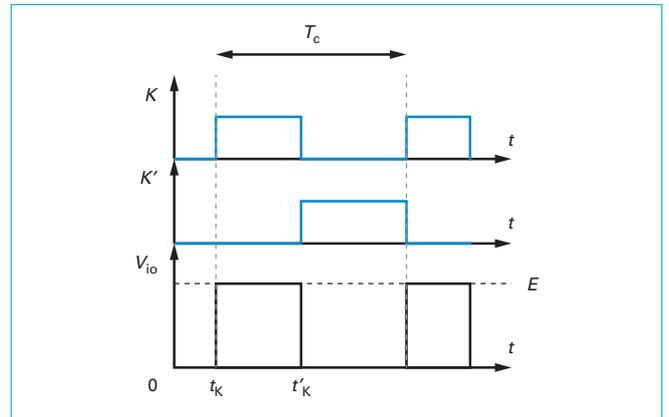


Figure 3 – Tension possible à la sortie de l'architecture

lequel l'interrupteur du haut est fermé, la tension de sortie prend les valeurs imposées par SE : dans cet exemple, 0 ou E . Pour une phase i , le rapport cyclique associé à la cellule élémentaire de commutation est noté α_i . Il est le ratio du temps de fermeture d'un interrupteur au cours d'un cycle de commutation, et est défini par :

$$\alpha_i = \frac{t'_K - t_K}{T_c} \quad (2)$$

Si T_c est choisie telle que sa valeur soit petite devant la constante de temps d'évolution du courant, alors la grandeur de commande pour l'asservissement est la valeur moyenne de la tension calculée sur une période de commutation T_c et est notée $V_{io} \ll v_{io}(t) > T_c$. Ainsi :

$$V_{io} = \frac{1}{T_c} \int_{t_K}^{t'_K} v_{io}(t) dt = E\alpha_i \quad (3)$$

L'expression (3) est la formulation scalaire d'un problème linéaire de type $ax = b$, où $x = \alpha_i$ est l'inconnue, avec $a = E$ et $b = V_{io}$, les données [2]. Par généralisation de la définition, un modèle linéaire est un ensemble de m équations linéaires en n inconnues, qui s'exprime sous la forme matricielle par :

$$Ax = b \quad (4)$$

La matrice $A_{m,n}$ et le vecteur b de m composantes constituent les données, le vecteur x regroupe les n inconnues. Ainsi, dans un convertisseur à plusieurs cellules de commutation, il sera possible de généraliser l'équation (3) sous une forme matricielle.

Dans une cellule élémentaire de commutation, agir sur le rapport cyclique est équivalent à régler la valeur moyenne de tension de sortie du fait de la relation linéaire (3).

1.3 Principe de la modulation

1.3.1 Quelques éléments pour la définition de la modulation

La modulation est une méthode proposée, lorsque la question de la transmission d'un message entre un expéditeur et un destinataire se pose [E 3 450]. Ainsi, le signal modulant ou à transmettre, dans notre cas α_i de fréquence f_0 , le signal porteur ou porteuse, noté h_i de fréquence f_c , et le signal modulé, dans notre cas c_i , sont définis. Ces signaux sont évidemment dépendants du temps t . La modulation consiste à modifier une ou plusieurs caractéristiques de $h_i(t)$ par $\alpha_i(t)$ pour en véhiculer l'information, et obtenir ainsi $c_i(t)$ tel qu'il soit « compréhensible » par le destinataire, dans notre cas un interrupteur à semi conducteur K . Le dispositif de modulation est donc l'architecture matérielle qui permet de mettre en forme et transmettre l'information de $\alpha_i(t)$ par l'intermédiaire de $c_i(t)$. Dans la suite, nous n'aborderons pas l'aspect mise en œuvre matérielle à proprement parlé. Effectivement, nous concentrerons notre attention sur la relation entre les architectures de conversion, et la génération des rapports cycliques $\alpha_i(t)$ ou des instants de commutations. Dès lors, le terme modulation désignera la **modulation de largeur d'impulsion (MLI)**.

Les schémas de modulation de largeur d'impulsion ont fait leur apparition de manière simultanée avec l'emploi des *Insulated Gate Bipolar Transistors* (IGBT) et l'arrivée de premiers onduleurs à fréquence de découpage élevée. D'autres classifications sont basées sur le caractère continue ou discontinue des rapports cycliques produits par le schéma de modulation. Dans cet article, le propos sera illustré par différents exemples de modulation :

- des modulations continues : modulation sinusoïdale (SPWM), modulation avec injection d'harmonique trois (THIPWM), modulation avec injection d'une tension médiane (ZSSPWM),
- des modulations discontinues : modulation discontinue simple (DPWM) puis modulation discontinue tenant compte des valeurs du courant (GDPWM).

Le terme modulation continue est employé par opposition au terme modulation discontinue. Avec une modulation avec porteuse et discontinue, on autorise une saturation de la modulante à une de ses valeurs limites, 0 ou 1, et ce, pour plus d'une période de commutation. Enfin, l'application à une modulation de type *Space Vector Modulation* (SVM) sera initiée. La figure 4 représente une proposition de classification pour les modulations à fréquence fixe [3], relativement aux modulations prises en exemple.

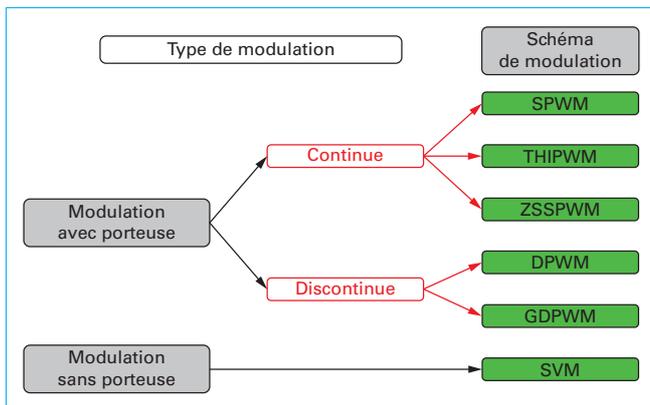


Figure 4 – Exemple de classification des schémas de modulation

Le choix d'une stratégie est souvent effectué pour optimiser des critères parmi lesquels la littérature distingue : l'extension de la zone de linéarité, la réduction des pertes par commutation, la diminution du bruit acoustique, la richesse du spectre harmonique de la tension de sortie. Parmi ces critères, celui permettant d'évaluer la zone de fonctionnement linéaire du convertisseur est primordial, notamment pour les convertisseurs DC-AC. Dans ces architectures, plusieurs structures élémentaires de commutations sont associées. Les tensions désirées pour la charge sont regroupées dans le vecteur V_{ref} de composantes V_{in} , où n désigne le point de connexion neutre. La valeur de l'amplitude V_{max} du fondamental des tensions qui doivent être appliquées à la charge est extraite. Ensuite, V_{max} est comparée à la valeur maximale du fondamental des tensions de bras $V_{in,max}$ d'une tension non modulée de fréquence f_0 produite par un onduleur deux niveaux. Cette analyse permet d'évaluer la zone de linéarité. Le critère est nommé indice de modulation, m_i . La valeur maximale $V_{in,max} = V_{six-step}$, avec $V_{six-step} = \frac{2E}{\pi}$ pour un onduleur triphasé non modulé, est prise comme valeur de référence dans le calcul de m_i [3]. Le critère m_i est évalué par le ratio V_{max} sur $V_{six-step}$ tel que :

$$m_i = \frac{V_{max}}{V_{six-step}} \quad (5)$$

Un choix de schéma de modulation qui étend la zone de linéarité consiste à rendre maximale l'amplitude du fondamental de la tension de sortie qui pourra être appliquée au récepteur. Les zones de linéarité et de non-linéarité sont définies relativement aux relations qui lient V_{io} , V_{in} à travers le vecteur V_{ref} et α_i . Ces relations sont à expliciter lorsque les architectures de conversion sont définies.

Un choix de modulation qui minimise les pertes des interrupteurs (pertes par conduction et commutation) est déterminant pour **optimiser le rendement de conversion et minimiser la puissance du système de refroidissement**. Généralement, cela consiste à bloquer la commutation d'un interrupteur pour une ou plusieurs périodes de commutation. Enfin, un choix de modulation qui minimise le contenu harmonique présente un intérêt d'un point de vue acoustique, mais également relativement à la qualité des formes d'onde des signaux. Cela permet d'envisager la mise en œuvre de filtres passifs optimisés.

La classification proposée, sans que celle-ci soit exhaustive, se base sur la distinction entre modulations développées par comparaison entre une modulante et une porteuse, et celles sans signal porteur. Relativement aux critères de choix, l'analyse sera faite comparativement à la solution la plus simple à savoir la **MLI sinusoïdale**. La première amélioration a consisté à ajouter au signal sinusoïdal de base, des composantes alternatives à des fréquences multiples de la fréquence du signal désiré en valeur moyenne. Ainsi, la THIPWM, qui est l'ajout d'un sinus à $3 * f_0$ et la ZSSPWM, dont l'utilisation permet l'extension de la zone de fonctionnement linéaire de l'onduleur par action dynamique sur un degré de liberté, seront analysées. Les autres catégories de modulation discutées dans cet article seront les **modulations discontinues**. Effectivement, elles présentent l'intérêt de minimiser les pertes en maintenant fermé ou ouvert, pour plus d'une période de commutation un interrupteur. Enfin, les schémas de modulation sans signal porteur sont notamment utilisés dans les techniques associées aux représentations vectorielles des signaux. Elles sont regroupées sous l'intitulé *Space Vector Modulation* ou modulation vectorielle. Il a par ailleurs été démontré par des représentations graphiques, que ces schémas de modulation étaient équivalents à ceux avec signal porteur [4]. Nous expliquerons dans la suite de l'article que tous ces schémas sont décrits par un unique modèle. Nous utiliserons ce même modèle pour définir comment des degrés de liberté sont identifiés et associés à des critères à optimiser.

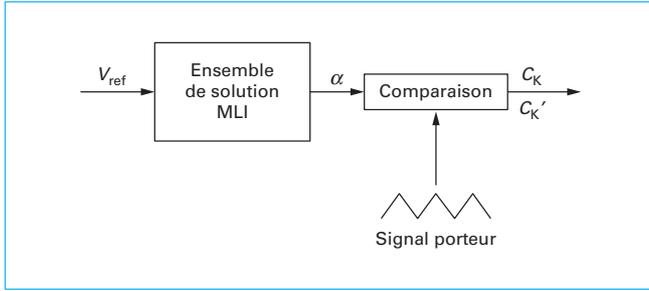


Figure 5 – Modulation avec porteuse

1.3.2 Technique de modulation pour les onduleurs de tension

■ Modulation avec porteuse

L'expression (3) permet de conclure que le rapport cyclique d'une cellule de commutation à deux interrupteurs est borné, et évolue tel que :

$$0 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (6)$$

ce qui est en accord avec la signification physique de cette variable.

Ainsi, dans une stratégie de modulation avec porteuse, le signal porteur doit lui-même être borné entre 0 et 1. Nous raisonnons ici en valeur symbolique, car les réalisations pratiques, notamment analogiques, peuvent conduire à d'autres valeurs pour ces signaux. Le principe des modulations avec porteuse est illustré sur le schéma de la figure 5. La réalisation de ce type de modulation peut être conduite en technologie analogique ou en numérique. Le vecteur tension désiré pour la charge, V_{ref} , sert à générer les rapports cycliques α_i pour chacune des phases i , regroupés au sein d'un vecteur α . Ces derniers sont ensuite comparés à un signal porteur pour déterminer à chaque période de commutation T_c les ordres de commande $c_K, c_{K'}$ à appliquer aux interrupteurs K, K' de chacune des cellules de commutation. Un signal porteur doit être généré ; il est usuellement de fréquence f_c , de type triangle, avec l'avantage d'être un signal symétrique. Des réalisations utilisent des signaux en dent de scie (signal asymétrique). La tension de référence désirée V_{ref} est généralement issue de l'algorithme de régulation. Pour une cellule de commutation illustrée figure 2 et associée à la relation (3), il est évident qu'il n'y a qu'un seul rapport cyclique qui puisse correspondre à la valeur de tension de bras désirée, avec $V_{i_{o,ref}} = V_{ref}$:

$$\alpha_i = \frac{V_{i_{o,ref}}}{E} \quad (7)$$

Nous verrons par la suite que parfois la structure de conversion induit une infinité de solutions pour la génération du rapport cyclique à partir de V_{ref} . Généralement, c'est lorsqu'il y a plusieurs cellules élémentaires au sein du convertisseur. Dans ce cas, V_{ref} est un vecteur dont les composantes sont les tensions désirées pour chaque cellule de commutation. Ensuite, la tension de référence est utilisée pour générer les rapports cycliques des cellules regroupées au sein d'un vecteur α . La génération des rapports cycliques s'effectue par le biais d'un schéma de modulation déduit de l'ensemble des solutions. C'est ce mécanisme de choix de MLI qui est détaillé dans les sections suivantes, et qui donne lieu aux différentes appellations illustrées figure 4.

■ Modulation sans porteuse

Dans une modulation sans porteuse, la philosophie n'est plus de déterminer les rapports cycliques, mais de positionner les instants de commutations pour garantir que l'instant et le temps d'application de la séquence de fermeture des interrupteurs

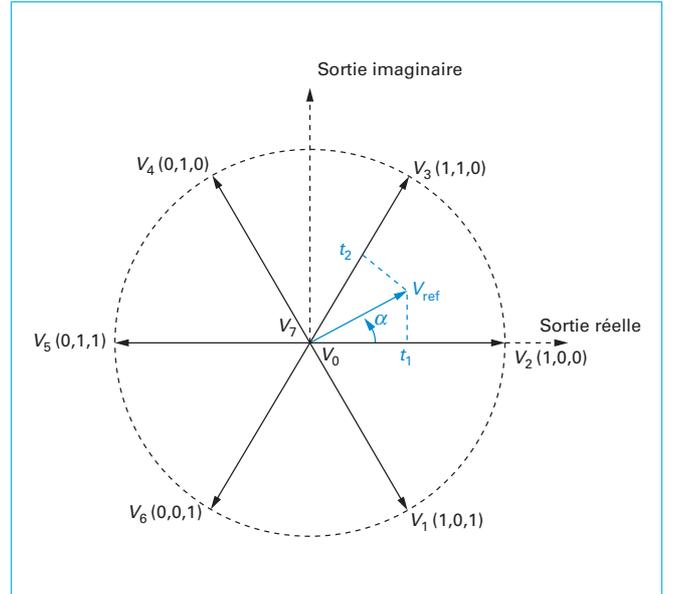


Figure 6 – Expression des secteurs et du vecteur de référence dans une stratégie SVM

permettront d'obtenir une tension idéalement identique à V_{ref} . Appliquée essentiellement aux systèmes polyphasés, cette modulation consiste à traduire les vecteurs désirés par bras en un seul vecteur tension, V_{ref} , par l'intermédiaire des transformations triphasés – biphasés (transformation de Concordia) [D 3 563]. Ensuite, selon le secteur d'appartenance du vecteur tension V_{ref} , les temps d'application des séquences sont obtenus. Comme présenté sur la figure 6, les secteurs sont délimités par des vecteurs de base, $\{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6\}$ pour un onduleur triphasé à 2 niveaux, correspondant aux séquences possibles, et repérés par un triplet de valeurs qui traduisent l'état des trois interrupteurs supérieurs [5]. Les différents secteurs sont délimités par deux vecteurs de base. Par exemple, le secteur 1 est délimité par V_2 et V_3 . Lorsque V_{ref} franchit la limite du secteur, par exemple V_3 dans le sens anti-horaire, il se retrouve dans le secteur suivant délimité par V_3 et V_4 , etc. Ensuite, pour chaque secteur, un temps d'application des 2 vecteurs de base est calculé, par projection de V_{ref} sur les 2 vecteurs délimitant le secteur [6]. Par exemple, les deux composantes α et β de $V_{ref} = [V_\alpha V_\beta]^T$ dans le secteur 1, correspondent à l'application de la séquence (1, 0, 0) soit V_2 pendant un temps t_1 , puis de (1, 1, 0) soit V_3 pendant t_2 . L'expression associée à ceci est :

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{3T_c}{2E} \left(V_\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} V_\beta \right) \\ t_2 &= \frac{\sqrt{3}T_c}{E} V_\beta \end{aligned} \quad (8)$$

Dans cette modulation, la période de commutation des interrupteurs T_c est également choisie de façon à garantir une absence de discontinuité de variation du courant dans cet intervalle. Une fois calculées, les valeurs de t_1 et t_2 sont utilisées pour exprimer le temps t_0 pendant lequel les séquences $V_0 = (0, 0, 0)$ ou $V_7 = (1, 1, 1)$ seront appliquées :

$$t_0 = T_c - t_1 - t_2 \quad (9)$$

Ainsi, dans ce type de modulation, une comparaison est également effectuée. Comme illustré à la figure 7, les valeurs obtenues

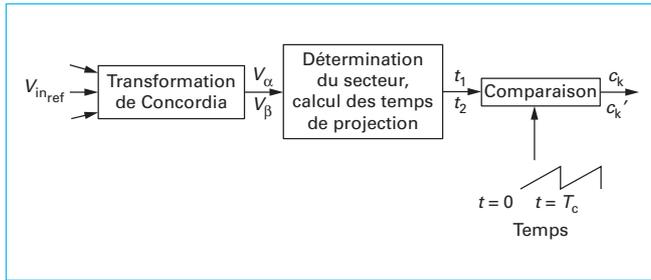


Figure 7 – Modulation sans porteuse

pour les temps d'application des vecteurs de base pour un secteur donné, t_1 à t_2 , sont comparées à la valeur du temps qui s'écoule pendant une période de commutation. De manière plus générique, les modulations avec et sans signal porteur consistent à exprimer une variable, le rapport cyclique ou un temps d'application respectivement, à partir de tensions moyennes désirées V_{ref} . Ces variables sont ensuite utilisées dans un schéma de type comparaison, pour produire les ordres de commande des interrupteurs pour la période de commutation à venir.

1.3.3 Modulation et rendement de conversion

La mise en œuvre d'un schéma de modulation implique donc un signal porteur, peu importe la forme de celui-ci. Bien que cet aspect ne soit pas pris en compte dans l'approche développée, il est important de prendre conscience des effets produits sur la tension de sortie par l'interaction entre le signal modulant et le signal porteur. Effectivement, la performance d'un schéma de modulation peut être mesurée par l'analyse du contenu harmonique des signaux de sortie. Nous adopterons sur ce sujet le point de vue développé par Holmes [7]. Malgré la quantité d'écrits sur la modulation de largeur d'impulsion, seulement trois alternatives peuvent être distinguées en matière de stratégie de modulation en boucle ouverte et à porteuse fixe :

- 1 – définition de la durée de fermeture d'un interrupteur,
- 2 – définition du positionnement des instants de commutation pendant la période du signal porteur,
- 3 – définition des séquences de fermeture durant la période du signal porteur.

L'application de ces trois alternatives dans des schémas de modulation produisent des effets sur les harmoniques générés par les commutations des interrupteurs au niveau des tensions de bras, et sur la compensation potentielle des harmoniques générés entre deux cellules élémentaires. L'indicateur de comparaison préconisé est le **taux de distorsion harmonique pondéré** (*Weighted Total Harmonic Distortion*, WTHD) défini tel que :

$$WTHD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{V_k}{k}\right)^2}}{V_1} \quad (10)$$

avec V_k valeur efficace de l'harmonique au rang k de la tension,

V_1 valeur efficace de la composante fondamentale $k = 1$.

Les résultats obtenus pour cet indicateur sont dépendants de la profondeur de modulation, soit le ratio $\frac{V_{max}}{E}$, mais également du rapport des fréquences $\frac{f_0}{f_c}$.

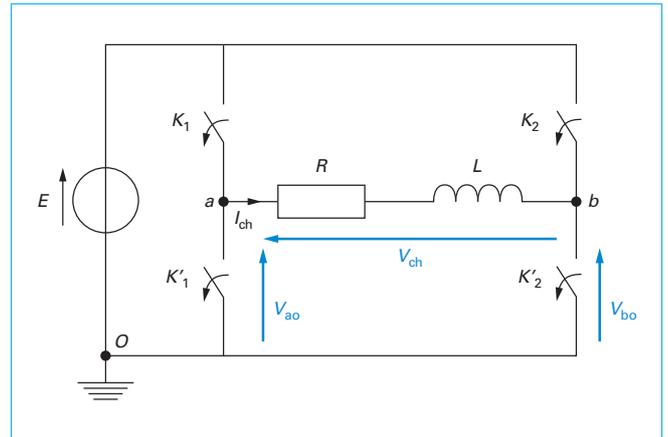


Figure 8 – Schéma de principe de l'onduleur monophasé autonome

2. Approche mathématique pour un modèle de la modulation

2.1 Expression d'un modèle linéaire générique

Pour chaque cellule de commutation, le rapport cyclique a été défini par l'expression (3). Ainsi, lorsque plusieurs cellules de commutation sont associées au sein d'une structure, chaque cellule peut être pilotée par son rapport cyclique. Dans une configuration développée pour une charge monophasée, deux cellules de commutation peuvent être associées comme illustré à la figure 8. En définissant un vecteur α tel que les rapports cycliques de chaque cellule en sont les composantes, $\alpha = [\alpha_a \alpha_b]^T$, la tension aux bornes de la charge V_{ch} est alors, avec les hypothèses considérées :

$$V_{ch} = V_{ao} - V_{bo} = E(\alpha_a - \alpha_b) \quad (11)$$

Si $S = [1 - 1]$ est une matrice de structure définie pour décrire le lien entre les cellules de commutation, alors l'expression se simplifie :

$$V_{ch} = ES\alpha \quad (12)$$

Cet exemple simple permet d'illustrer que l'expression liant la tension de charge et le rapport cyclique est une expression linéaire, où α est l'inconnue. Jusqu'à cette étape, la modélisation est aussi bien valable dans le cas de la modulation des convertisseurs DC-DC que DC-AC.

Lorsque la structure de conversion alimente une charge triphasée en vue d'une conversion DC-AC (figure 9), l'expression (3) est applicable à chaque bras ($i \in \{a, b, c\}$). En regroupant les vecteurs tension de bras au sein d'un seul vecteur colonne V_{io} tel que $V_{io} = [V_{ao} V_{bo} V_{co}]^T$, alors :

$$v_{io} = E \begin{bmatrix} \alpha_a \\ \alpha_b \\ \alpha_c \end{bmatrix} = E\alpha \quad (13)$$

avec α vecteur colonne qui rassemble les rapports cycliques de chaque bras.

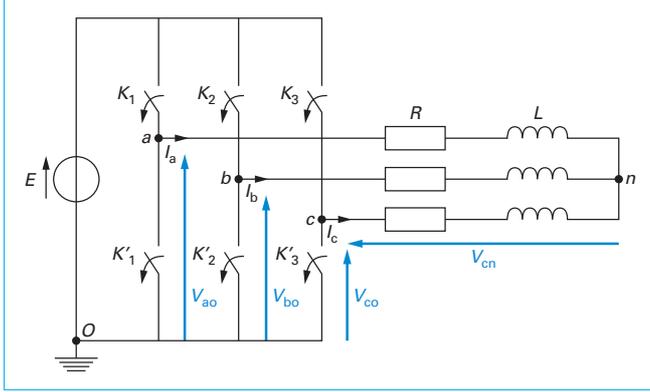


Figure 9 – Schéma de principe de l'onduleur triphasé à 2 niveaux de tension

Dans le cas d'une charge triphasée équilibrée, la tension de neutre V_{no} est :

$$V_{no} = \frac{1}{3}(V_{ao} + V_{bo} + V_{co}) = \frac{1}{3}[1 \ 1 \ 1]V_{io} \quad (14)$$

Les tensions de lignes, regroupées dans un vecteur colonne V_{in} tel que $V_{in} = [V_{an} \ V_{bn} \ V_{cn}]^T$, peuvent être décomposées en fonction des tensions de bras V_{io} et de la tension de neutre V_{no} , car chaque tension de ligne est telle que $V_{in} = V_{io} - V_{no}$. Ainsi :

$$V_{in} = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_{no} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} V_{io} \quad (15)$$

En définissant M par :

$$M = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

le vecteur des tensions de ligne V_{in} peut être exprimé par :

$$V_{in} = MV_{io} = EM\alpha \quad (17)$$

Il s'agit là encore d'une relation linéaire. Ainsi, et de façon plus générale, à partir d'un modèle élémentaire de cellule, il est possible d'obtenir une relation linéaire entre les tensions voulues en sortie de la structure de conversion et les rapports cycliques de bras. Selon l'architecture de conversion retenue, il faudra prendre en compte une matrice de structure, S , à définir selon le type d'association de cellules élémentaires au sein d'un bras, et d'une matrice de charge, M , qui traduit le type de charge à alimenter. La méthode de modélisation peut donc être appliquée aux architectures multiniveaux.

2.2 Application à la SVM

Pour une cellule de commutation définie à la figure 2, les instants d'amorçage et de blocage de l'interrupteur sont définis respectivement par t_k et t'_k , et ils sont liés à la tension de cellule $v_{io}(t)$ (figure 10). La tension moyenne de bras est exprimée en fonction des instants de commutation :

$$V_{io} = \frac{E}{T_c} [-1 \ 1] \begin{bmatrix} t_k \\ t'_k \end{bmatrix} = \frac{E}{T_c} B \begin{bmatrix} t_k \\ t'_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

Pour une structure triphasée, le choix est fait de définir des ordres de commutation centrés, comme illustré à la figure 11. Les relations entre tension de bras et instants de commutation sont

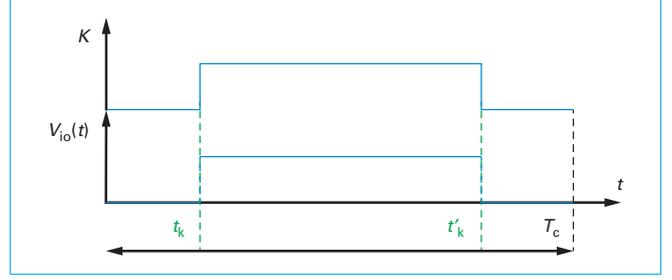


Figure 10 – Instants de commutation pour une cellule de commutation

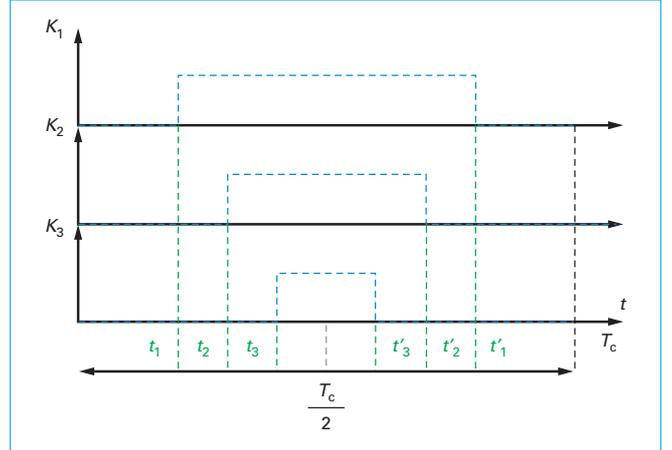


Figure 11 – Instants de commutation pour un onduleur triphasé et une modulation vectorielle centrée

déterminées pour chaque bras. En regroupant tous les temps de commutation dans un seul vecteur τ tel que :

$$\tau = [t_1 \ t'_1 \ t_2 \ t'_2 \ t_3 \ t'_3]^T \quad (19)$$

les tensions de bras sont exprimées par :

$$\begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix} = \frac{E}{3T_c} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tau \quad (20)$$

Puis en prenant en compte les expressions (14), (15) et (20), les tensions de ligne sont :

$$V_{in} = \frac{E}{3T_c} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \tau \quad (21)$$

En définissant la matrice \tilde{M} :

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

alors l'expression (21) peut s'écrire sous la forme :

$$V_{in} = \frac{E}{3T_c} \tilde{M} \tau \quad (23)$$

L'expression (23) est une relation linéaire. L'extension du modèle élémentaire de cellule à une structure triphasée, tout en adoptant le point de vue des modulations vectorielles, conduit à une relation

linéaire entre tension voulue en sortie de la structure de conversion et instants de commutation.

Peu importe le schéma de modulation retenu, la méthode proposée permet de définir une relation linéaire entre les tensions de sortie du convertisseur et les rapports cycliques ou les instants de commutation. Cette relation dont la forme est de type :

$$V_{in} = k Ax$$

avec k scalaire dépendant de la structure et de la valeur de SE,
 A matrice relative à la topologie de conversion,
 x inconnues à déterminer (respectivement les rapports cycliques ou les instants de commutation).

3. Expression générique des solutions du modèle linéaire du système convertisseur – modulation

3.1 Ensemble des solutions

3.1.1 Notion de solution

Lorsqu'un système linéaire est exprimé sous la forme $AX = B$, où A est une matrice de dimension $(n \times m)$, B une matrice de dimension $(n \times p)$ et X une matrice inconnue de dimension $(m \times p)$, il possède aucune, une, ou une infinité de solutions. Le critère de Kronecker-Capelli indique que ce système est compatible, c'est-à-dire qu'il admet au moins une solution, c'est-à-dire une matrice X qui vérifie exactement la relation $AX = B$, si :

$$\text{rang}(A) = \text{rang}([A \ B]) \quad (24)$$

Si de plus, $\text{rang}(A) = m$, la solution est unique. Lorsque la matrice A est carrée, le système admet une solution unique si $\text{rang}(A) = n$. Cette solution unique s'exprime alors par :

$$X = A^{-1}B \quad (25)$$

avec A^{-1} inverse de A .

Cependant, ce n'est pas toujours le cas comme le montre l'exemple d'étude envisagé puisque le rang de la matrice M , définie par l'expression (16) est 2, alors qu'elle est de dimension (3×3) . Nous sommes en présence d'une matrice M qui n'admet pas d'inverse. Par conséquent, décrire mathématiquement les valeurs des inconnues $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T$ pour des valeurs souhaitées de $[V_{an} \ V_{bn} \ V_{cn}]^T$ nécessite l'utilisation d'outils aux propriétés spécifiques.

3.1.2 Application du critère de compatibilité

Quand le système admet des solutions exactes, il est dit compatible [2]. Pour déterminer ceci, le test de compatibilité exprimé équation (24) doit être effectué. Quand le système est compatible et que $\text{rang}(A) < m$, le système est sous-déterminé et possède une infinité de solutions. C'est le cas pour le système décrit par l'expression (17). Il y a donc une infinité de solution pour $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T$ dont l'ensemble doit être déterminé.

3.1.3 Utilisation de l'inverse généralisée pour la résolution de systèmes linéaires

Rappelons que lorsqu'on est en présence d'une matrice carrée A inversible, celle-ci possède une unique inverse A^{-1} , telle que :

$$AA^{-1}A = A \quad (26)$$

Au début du XX^e siècle, a été exprimé le besoin d'un inverse généralisé appliqué aux opérateurs différentiels [8]. Ainsi, une matrice X est une inverse généralisée de A quand elle est solution de l'équation matricielle :

$$AXA = A \quad (27)$$

L'inverse généralisée de A sera notée $A^{[1]}$. L'inverse généralisée existe pour toute matrice et peut ne pas être unique. Quelques propriétés des inverses généralisées pourront être retrouvées dans [9]. Lorsque A est inversible, A^{-1} est l'inverse généralisée unique de A . Une application immédiate de la notion d'inverse généralisée est l'obtention de l'ensemble de solution d'un système linéaire $AX = B$ compatible [10]. L'ensemble des solutions est de la forme $A^{[1]}B + (I_m - A^{[1]}A)Z$, où $A^{[1]}$ est une inverse généralisée quelconque de A , I_m est la matrice identité de dimension m et Z , une matrice arbitraire de dimension $(m \times p)$.

La pseudo-inverse, ou inverse de Moore-Penrose, est une inverse généralisée particulière, qui possède la propriété d'être unique. Notée A^\dagger , elle satisfait pour toute matrice réelle A aux 4 conditions suivantes :

$$AA^\dagger A = A \quad (P1)$$

$$A^\dagger AA^\dagger = A^\dagger \quad (P2)$$

$$(AA^\dagger)^T = AA^\dagger \quad (P3)$$

$$(A^\dagger A)^T = A^\dagger A \quad (P4)$$

Notons qu'il existe des algorithmes stables permettant de l'obtenir. Lorsque l'on a la pseudo-inverse A^\dagger en tant qu'inverse généralisée particulière, une solution du système peut être générée par :

$$X = A^\dagger B + (I_m - A^\dagger A)Z \quad (28)$$

Notons que le nombre de degrés de liberté n_{ddl} qui permettent l'exploration de l'ensemble des solutions n'est pas donné par le nombre de coefficients de la matrice arbitraire Z , mais plutôt par la dimension du noyau de A soit $n_{ddl} = \dim(\text{Ker}(A)) = m - \text{rang}(M)$. Ainsi, en utilisant une factorisation de rang maximal de $I_m - A^\dagger A = FG$, où F et G ont pour tailles respectives $(m \times p)$ et $(p \times m)$, l'ensemble des solutions s'écrit :

$$X = A^\dagger B + F\lambda \quad (29)$$

Les vecteurs de F engendrent le noyau de $\text{Ker}(A)$ et λ est une matrice de taille $(n_{ddl} \times p)$ arbitraire dont les coefficients en nombre $n_{ddl} \cdot p$ sont les degrés de liberté ou paramètres libres réels qui définissent une solution particulière.

3.1.4 Application à un onduleur triphasé à deux niveaux de tension

En considérant l'expression de M donnée équation (16), l'application du critère de Kronecker-Capelli (24) permet de dire que le système (17) est compatible.

L'ensemble des solutions pour les rapports cycliques s'écrit :

$$\alpha = \frac{1}{E} M^T V_{In} + (I_3 - M^T M) z \quad (30)$$

où z est le vecteur arbitraire qui permet d'explorer l'ensemble des solutions. Son expression peut être fonction des degrés de liberté.

La détermination de z sera détaillée par la suite, car elle peut être exprimée selon le nombre de degrés de liberté, mais également, selon des relations de contraintes à prendre en compte. V_{In} prend ici les valeurs désirées pour les tension moyennes de sortie tel que $V_{In} = V_{ref} = [V_{ref,an} \ V_{ref,bn} \ V_{ref,cn}]^T$. Dans l'écriture (30), nous distinguons une partie fixe $\alpha_f = \frac{1}{E} M^T V_{ref}$, et une partie libre à choisir $\mu = (I_3 - M^T M) z$. Pour une architecture de conversion donnée, la partie fixe est parfaitement connue et ne dépend que des valeurs instantanées du vecteur V_{ref} .

3.2 Expression des degrés de liberté

Puisque nous sommes dans le cas où $p = 1$, le nombre de degrés de liberté n_{ddl} est obtenu par : $n_{ddl} = m - \text{rang}(M)$. La démarche qui suit consiste à exprimer un vecteur λ , ayant n_{ddl} éléments qui paramètreront les différents rapports cycliques α_i . Pour construire un tel vecteur, la factorisation de rang maximal est utilisée. Si n est le nombre de ligne de M , cela consiste à considérer deux matrices, F de rang plein en colonne ($n \times n_{ddl}$) et G de rang plein en ligne ($n_{ddl} \times m$) telles que :

$$FG = I_n - M^T M \quad (31)$$

ce qui conduit à $\lambda = Gz$, et à une expression des différentes solutions par :

$$\alpha = \alpha_f + F\lambda \quad (32)$$

où λ est un vecteur arbitraire de dimension n_{ddl} . La matrice F peut être choisie telle qu'elle permette d'interpréter simplement le degré de liberté ou d'affecter de manière spécifique des composantes de λ aux rapports cycliques.

Dans la configuration de base (17) prise comme exemple, m vaut 3 et rang (M) = 2. La valeur du n_{ddl} est donc de 1, ce qui conduit à λ scalaire. Puisque $M^T = M$, et que :

$$I_n - M^T M = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \quad (33)$$

le choix de F et G tels que :

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad G = [111] \quad (34)$$

conduit à distribuer λ de manière égale sur chaque bras.

3.3 Expression des limites de validité pour les solutions

3.3.1 Modulation avec porteuse

Afin de déterminer l'ensemble des solutions admissibles, il faut prendre en compte la relation de contrainte sur les solutions. Chaque rapport cyclique devant respecter la contrainte (6), la connaissance à tout instant de chacune des composantes $\alpha_{f,i}$ de la partie fixe du rapport cyclique permet de déterminer les bornes de

la part variable. En utilisant (32), et en considérant les composantes μ_i de la partie variable $\mu = F\lambda$, la relation de contrainte s'applique alors aux composantes de la solution par :

$$0 \leq \alpha_{f,i} + \mu_i \leq 1 \quad (35)$$

Ainsi, les μ_i doivent vérifier à tout instant :

$$-\alpha_{f,i} \leq \mu_i \leq 1 - \alpha_{f,i} \quad (36)$$

Dans le cas particulier d'un onduleur triphasé à deux niveaux, toutes les composantes de la part variable μ sont égales à λ . Les valeurs possibles pour λ sont bornées par deux marges, dépendantes de la partie fixe telles que :

$$-\min(\alpha_{f,i}) \leq \lambda \leq 1 - \max(\alpha_{f,i}) \quad (37)$$

Ainsi, les marges hautes et basses, λ_{low} et λ_{high} sont :

$$\begin{aligned} \lambda_{low} &= -\min(\alpha_{f,i}) \\ \text{et } \lambda_{high} &= 1 - \max(\alpha_{f,i}) \end{aligned} \quad (38)$$

À partir de la relation (37), de $\lambda_{low} \leq \lambda_{high}$, et du fait que $\alpha = \frac{1}{E} M^T V_{ref}$ implique que $\alpha_{f,i} = \frac{V_{ref,i}}{E}$, alors :

$$\begin{aligned} -\frac{\min(V_{ref,i})}{E} &\leq \lambda \leq 1 - \frac{\max(V_{ref,i})}{E} \\ \text{et } \max(V_{ref,i}) - \min(V_{ref,i}) &\leq E \end{aligned} \quad (39)$$

En définissant $U_{i,k}$, la tension entre la phase i et la phase k , soit $U_{i,k} = V_{ref,i} - V_{ref,k}$, on obtient :

$$\max(U_{i,k}) \leq E \quad (40)$$

ce qui amène à exprimer la valeur maximale V_{max} de la tension V_{ref} pour laquelle la contrainte exprimée par la relation (37) est respectée :

$$V_{max} \leq \frac{E}{\sqrt{3}} \quad (41)$$

Ceci correspond à un rapport m_i de $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ qui est donc, pour l'architecture considérée, la limite maximale de la zone de linéarité. Il peut aussi être déduit que toute modulation dont la partie libre respecterait la relation (37) aura une zone de linéarité maximale. Comme cette inégalité laisse apparaître une plage de valeurs possibles pour λ , il pourra être possible d'utiliser cette plage pour optimiser d'autres critères de performances, comme par exemple, les pertes par commutation.

3.3.2 Modulation sans porteuse

Dans le cas d'une modulation vectorielle, un raisonnement similaire peut être adopté. La relation de contrainte porte cette fois sur l'ordonnancement des instants de commutations t_k et t'_k , mais également sur leurs valeurs minimale et maximale :

$$0 \leq t_k \leq t'_k \leq T_c \quad (42)$$

3.4 Schéma de mise en œuvre en vue de l'application

L'incorporation du formalisme précédent au premier schéma descriptif de la modulation de la figure 5 permet de compléter ce dernier pour faire apparaître les deux étapes de construction de la solution comme illustré à la figure 12. Dans un premier temps, il s'agit de générer la solution de base α_f . Il est nécessaire de

connaître la tension désirée V_{ref} , mais également la structure de conversion qui induit la matrice M . Par un logiciel de traitement numérique, par exemple Scilab, il est ensuite possible d'en calculer la pseudo-inverse M^\dagger . À titre d'exemple, pour Scilab, la commande `pinv(M)` est utilisée. Cette fonction préprogrammée est basée sur une décomposition en valeur singulière. Tous les autres paramètres étant connus, la partie fixe α_f est donc générée. La figure 13 illustre le code proposé pour générer sur un horizon de temps de 0,1 ms les tensions désirées et la partie fixe associée pour l'exemple illustré. La génération de la partie variable peut être plus complexe. La méthode ci-après est assez générique. Elle s'applique en plusieurs étapes :

- déterminer n_{ddl} ;
- en déduire la dimension de λ ;
- déterminer F et G par factorisation de rang maximal. Par exemple pour Scilab, F et G peuvent être obtenus par la commande « `fullrf` » pour déterminer leur forme générale, puis adaptés. Pour le système décrit par l'expression (17), les deux matrices sont obtenues par : $[F, G] = \text{fullrf}(\text{eye}(m, m) - \text{pinv}(M) * M)$, où `eye(m, m)` est la commande qui génère la matrice identité de dimension (m x m) ;
- déterminer les valeurs limites pour la partie libre à partir des relations de contraintes, exprimées par l'équation (35) pour les rapports cycliques et l'équation (42) pour les instants de commutation. Ainsi, pour un onduleur triphasé à deux niveaux piloté par rapport cyclique, les valeurs limites sont $-\min(\alpha_{fi})$ et $1 - \max(\alpha_{fi})$;
- choisir μ_i en fonction des valeurs limites et qu'il évolue bien entre ces valeurs.

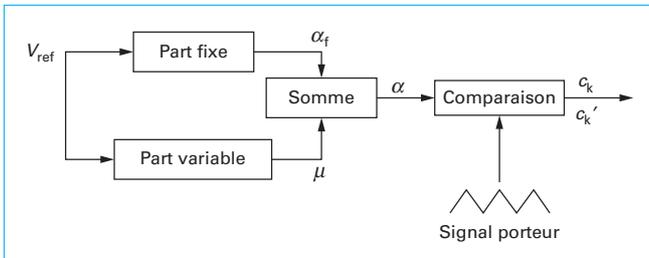


Figure 12 – Schéma de mise en œuvre

```

////////////////////////////////////
// Paramètres généraux
//-----
tsimulation=0.1; //Durée de la simulation (s)
fsample=1000000; //Fréquence liée au pas de simulation (Hz)
tsample=1/fsample; //Pas de simulation (s)
//-----
// Initialisation des variables par défaut
//-----
E=230*sqrt(6); //Tension de la source SE (V)
Vm=E/sqrt(3); //Amplitude max des tensions désirées (V)
f_signal=50; //Fréquence des tension modulée (Hz)
f_porteuse=10e3; //Fréquence porteuse triangle = fréquence découpage
//-----
// Génération du temps et des tensions désirées
//-----
Temps=0:1/fsample:tsimulation; //Vecteur temps (s)
Vref=Vm*[cos(2*pi*f_signal*Temps); //Vecteur des tensions désirées (V)
         cos(2*pi*f_signal*Temps-2*pi/3);
         cos(2*pi*f_signal*Temps+2*pi/3)];
//-----
// Génération de la partie fixe
//-----
M=1/3*[2 -1 -1; -1 2 -1; -1 -1 2] //Matrice M
invA=pinv(M); //Pseudo inverse de M
alpha_f=1/E*invA*Vref; //Partie fixe

```

Figure 13 – Exemple de programme Scilab pour générer la partie fixe

À partir du programme précédent, le codage à effectuer pour obtenir la partie variable est illustré à la figure 14. Notons qu'il est possible, pour exprimer la partie libre, de prendre en considération d'autres mesures, tels que les valeurs de courant par phase, ce qui sera vu lors de la mise en œuvre de la modulation de type GDPWM (§ 4.1.3).

4. Application

4.1 Application à un onduleur triphasé à 2 niveaux de tensions sur charge inductive

Le modèle associé à ce type d'architecture a été donné à l'équation (17). La solution pour les rapports cycliques est donné en (32), où λ est un scalaire. En combinant ces relations avec le fait que la somme des tensions est nulle à chaque instant, l'équation de la tension de neutre (14) peut être exprimée comme une fonction du degré de liberté :

$$V_{no} = E \lambda \quad (43)$$

La tension de neutre est donc l'image du degré de liberté λ . Dans les figures 15, 16 et 17, le degré de liberté et les marges supérieure et inférieure sont tracées. Trois valeurs pour la tension désirée ont été prises :

$$V_{max} = \begin{cases} \frac{E}{3} & \text{if } 0 \leq t < 0,03 \text{ s} \\ \frac{E}{2} & \text{if } 0,03 \text{ s} \leq t < 0,06 \text{ s} \\ \frac{E}{\sqrt{3}} & \text{if } 0,06 \text{ s} \leq t \leq 0,1 \text{ s} \end{cases} \quad (44)$$

```

////////////////////////////////////
//Génération de la partie variable////////////////////////////////////
[ n,m]=size(M); //Nombre de lignes n et colonnes m de M
n_ddl=m-rank(M); //Nombre de degrés de liberté
[F,G]=fullrf(eye(m,m)-pinv(M)*M); //Expression des matrices F et G
mu_max=1-max(alpha_f(1,:),alpha_f(2,:),alpha_f(3,:)); //Marge haute
mu_min=-min(alpha_f(1,:),alpha_f(2,:),alpha_f(3,:)); //Marge basse
lambda=(mu_max+mu_min)/2 //Choix d'un lambda situé entre les deux marges
alpha_variable=1/min(F)*F*lambda; //Partie variable
plot2d(Temps,[mu_max;mu_min;lambda]'); //Tracé des limites pour lambda
alpha=alpha_f+alpha_variable; //Rapport cycliques
figure();
plot2d(Temps,alpha'); //Tracé des rapports cycliques

```

Figure 14 – Exemple de programme Scilab pour générer la partie variable

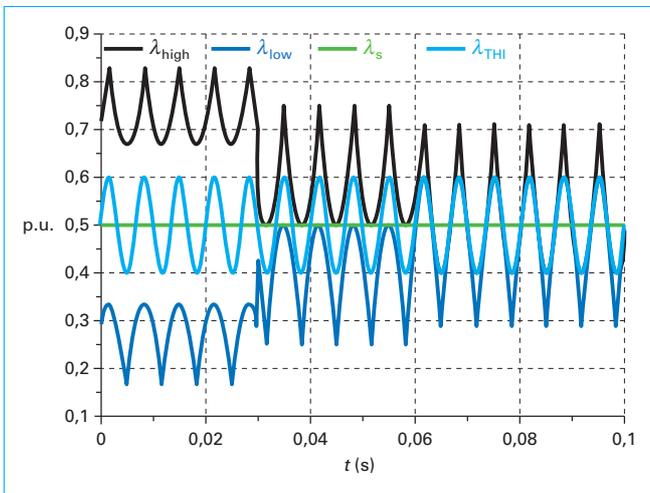


Figure 15 – Expressions des marges pour λ et évolution de λ pour les modulations SPWM (λ_s) et THIPWM (λ_{THI})

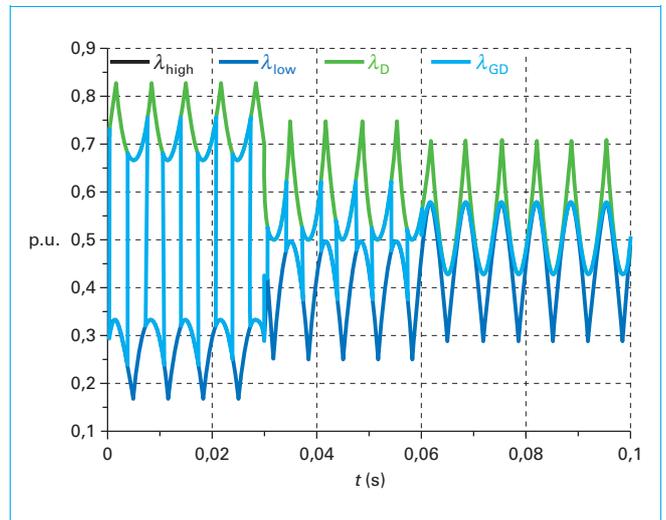


Figure 17 – Expressions des marges pour λ et évolution de λ pour les modulations GDPWM (λ_{GD}) et DPWM (λ_D)

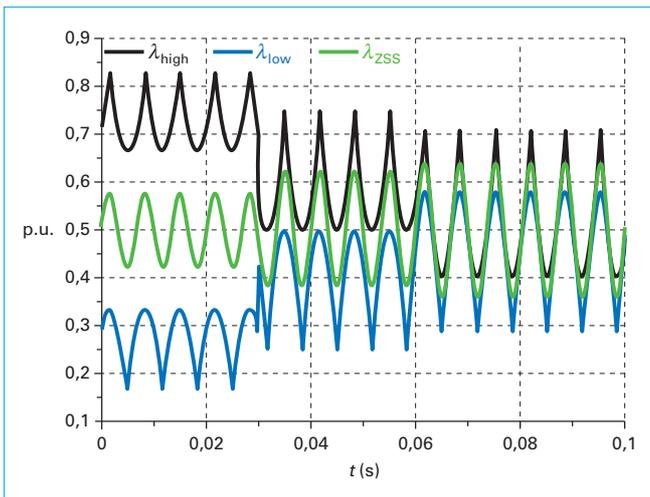


Figure 16 – Expressions des marges pour λ et évolution de λ pour les modulations ZSSPWM (λ_{ZSS})

4.1.1 Modulation sinusoïdale (SPWM) et injection d'harmonique de rang trois (THIPWM)

La modulation SPWM, a priori séduisante, consiste à positionner le degré de liberté comme la valeur médiane des deux bornes pour les α_i , et tel que :

$$\lambda = \frac{1}{2} \quad (45)$$

Cela correspond à une tension de neutre égale à :

$$V_{no} = \frac{E}{2} \quad (46)$$

Cependant, ce choix pour le degré de liberté ne prend pas en compte le fait que la solution est composée d'une partie fixe dont la valeur varie au cours du temps. En conséquence, le rapport cyclique pourrait atteindre des valeurs en dehors des plages admissibles définies par la relation de contrainte (6), selon les valeurs souhaitées pour la tension désirée, c'est ce qui est illustré sur la figure 15. Afin d'améliorer cette modulation initiale, l'injection

d'harmonique trois peut être proposée (THIPWM). Cela, consiste à fixer λ tel que :

$$\lambda = \frac{1}{2} + \frac{V_{\max}}{6E} \sin(3\omega_0 t) \quad (47)$$

avec V_{\max} amplitude de la tension désirée (donnée connue),
 $\omega_0 = 2\pi f_0$ pulsation du signal fondamental désiré.

De cette manière, la tension de neutre est :

$$V_{no} = \frac{E}{2} + \frac{V_{\max}}{6} \sin(3\omega_0 t) \quad (48)$$

Avec ce choix pour le degré de liberté, λ évolue entre les deux bornes λ_{low} et λ_{high} , peu importe la valeur de tension désiré. Ainsi, pour toute la plage de valeur de V_{ref} , le fonctionnement de l'onduleur est linéaire. Cependant, l'expression de la fonction pour λ est fixée a priori et sans lien apparent avec les bornes du domaine admissible.

4.1.2 Modulation Zero-Sequence Signal (ZSSPWM)

Dans la stratégie ZSSPWM, le degré de liberté sera lié aux bornes de façon à profiter de toute la plage de fonctionnement linéaire. λ est positionné au point milieu entre λ_{low} et λ_{high} à chaque instant :

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\max(V_{ref,i}) + \min(V_{ref,i})}{E} \right) \quad (49)$$

Cela revient à lier le degré de liberté à la tension médiane V_{med} :

$$V_{med} = -(\max(V_{ref,i}) + \min(V_{ref,i})) \quad (50)$$

Ce choix de degré de liberté tient compte dynamiquement des bornes donc des tensions de références désirées, et positionne la valeur de λ à la valeur moyenne (figure 16). La tension de neutre devient fonction du temps et des valeurs de V_{max} telle que :

$$V_{no} = \frac{E}{2} + \frac{V_{med}}{2} \quad (51)$$

4.1.3 Modulation discontinue (DPWM) et discontinue généralisée (GDPWM)

Dans ces stratégies, tout en positionnant le degré de liberté dynamiquement par rapport aux marges, l'objectif est également de minimiser les pertes par commutation. En positionnant le degré de liberté sur la marge haute, une modulation discontinue (DPWM) est réalisée. Chaque bras verra une absence de commutation pendant plusieurs périodes, et ce, régulièrement relativement à la fréquence du signal fondamental désiré (figure 17). On peut choisir λ tel que :

$$\lambda = \mu_{high} \quad (52)$$

Selon la valeur prise par la partie fixe du rapport cyclique $\alpha_{f,i}$, le rapport cyclique α_i sera régulièrement à 1 pour plusieurs périodes de commutation. La tension de neutre associé est :

$$V_{no} = E - \max(V_{ref,i}) \quad (53)$$

Dans une modulation discontinue généralisée (GDPWM), la mesure des courants de phase permet de sélectionner le bras dans lequel le courant est le plus important et de s'assurer que l'expression du degré de liberté empêchera la commutation [11]. Le degré de liberté prend donc deux valeurs selon la phase conduisant le courant maximal :

$$\lambda = \mu_{high} \quad \text{ou} \quad \lambda = \mu_{low} \quad (54)$$

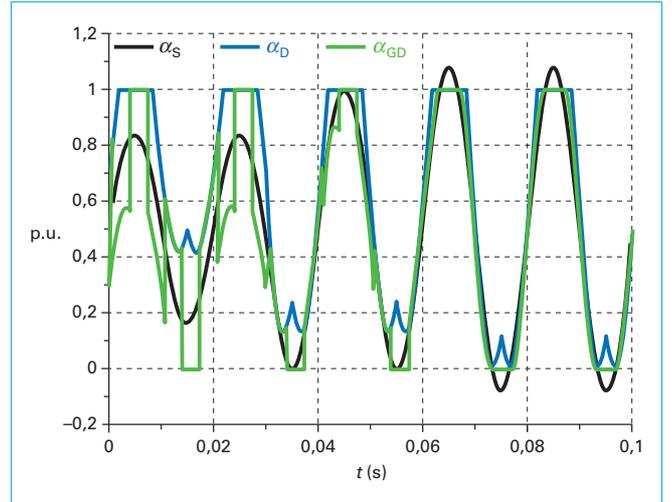


Figure 18 – Variation des rapports cycliques α pour des modulations discontinues α_D et α_{GD} , comparées à une modulation sinusoïdale α_S

Ce type de modulation diminue le nombre de commutations par période. Effectivement, comme illustré figure 18, le rapport cyclique prend sa valeur maximale 1, empêchant ainsi le changement d'état des interrupteurs pour plusieurs périodes de commutation. Ceci se produit tant pour des petites amplitudes de tension

$$V_{\max} = \frac{E}{2}, \text{ uniquement lorsqu'elles atteignent la valeur maximale}$$

$$V_{\max} = \frac{E}{\sqrt{3}}.$$

Finalement, la tension de neutre prend également deux valeurs $V_{no} = E - \max(V_{ref,i})$ ou $V_{no} = -\min(V_{ref,i})$. Pour ces deux modulations, le degré de liberté est fixé dynamiquement et est lié aux expressions des marges, donc des tensions de référence désirées.

4.1.4 Synthèse

À travers cet exemple simple de l'onduleur triphasé à deux niveaux, il a été montré comment le choix d'un degré de liberté peut garantir l'optimisation de plusieurs critères : pour les exemples abordés, il s'agit de la zone de linéarité et des pertes par commutation. Les 5 cas de figures, pris en exemple pour les schémas de modulation, permettent de mettre en évidence que l'extension

de la zone de linéarité jusqu'à la valeur maximale $V_{\max} = \frac{E}{\sqrt{3}}$ est

seulement réalisable avec des modulations dont les parties libres sont dynamiquement liées aux bornes de l'ensemble de solution. Cette approche révèle aussi comment l'expression du degré de liberté induit la valeur moyenne de la tension de neutre. Pour les différents schémas de modulation, les expressions des degrés de liberté et des tensions de neutres sont résumés tableau 1. D'autres exemples de modélisation et de résolution basés sur cette méthode pourront être trouvés pour les onduleurs multiniveaux à diodes clampées [12], ou à capacités flottantes [13].

4.2 Application à un bras d'onduleur à 3 interrupteurs

Dans l'exemple qui suit, il est démontré que la modélisation peut être appliquée à une cellule de commutation différente. Cette architecture permet également d'illustrer comment une modulation basée sur des instants de commutation est générée avec le cadre mathématique défini précédemment. Considérons une architecture de type 3 niveaux *T-type converter* – $3LT^2C$, comme illustré figure 19.

Tableau 1 – Synthèse des choix pour le degré de liberté et tension de neutre induite en fonction du schéma de modulation voulu

Schéma PWM	λ	V_{no}
SPWM	$\lambda = \frac{1}{2}$	$V_{no} = \frac{E}{2}$
ZSSPWM	$\lambda = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\max(V_{ref,i}) + \min(V_{ref,i})}{E} \right)$	$V_{no} = \frac{E}{2} + \frac{V_{med}}{2}$
THIPWM	$\lambda = \frac{1}{2} + \frac{V_{max}}{6E} \sin(3\omega t)$	$V_{no} = \frac{E}{2} + \frac{V_{max}}{6} \sin(3\omega t)$
DPWM	$\lambda = \mu_{high}$	$V_{no} = E - \max(V_{ref,i})$
GDPWM	$\begin{cases} \lambda = \mu_{high} \\ \text{ou } \lambda = \mu_{low} \end{cases}$	$\begin{cases} V_{no} = E - \max(V_{ref,i}) \\ \text{ou } V_{no} = -\min(V_{ref,i}) \end{cases}$

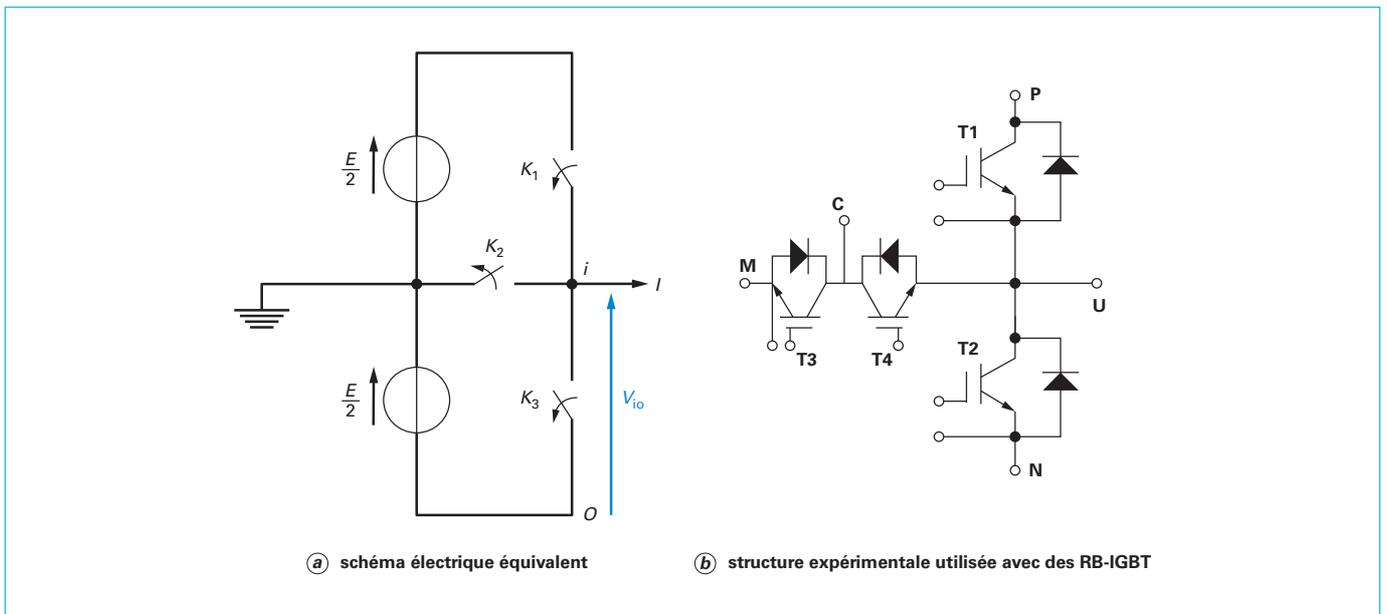


Figure 19 – Cellule de commutation pour une structure T-type

À partir des 3 interrupteurs de la cellule de commutation, K_1 , K_2 , K_3 , les séquences possibles pour relier une source de tension à une source de courant sont résumées dans le tableau 2. De façon à pouvoir utiliser toutes les séquences, il est nécessaire de positionner les instants de commutations, t_1 et t_2 . Ces instants de commutation seront produits par la comparaison de valeurs a_1 et a_2 au temps qui s'écoule dans la période de commutation (figure 20). Par cette définition, la tension V_{io} est définie comme :

$$V_{io} = \frac{E}{2}(a_1 + a_2) - \frac{E}{2} \quad (55)$$

Tableau 2 – Séquences admissibles et tension de sortie

K_1	K_2	K_3	v_{io}
1	0	0	E
0	1	0	$\frac{E}{2}$
0	0	1	0

Puis, en référençant la tension au point milieu entre les deux sources, soit la tension $V_{io}^* = V_{io} + \frac{E}{2}$, on est conduit à :

$$V_{io}^* = \frac{E}{2} A a, \quad \forall i \in \{a, b, c\} \quad (56)$$

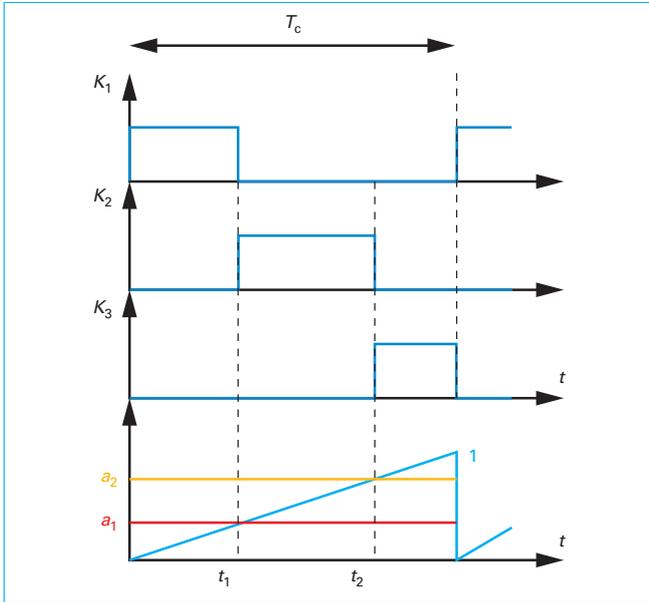


Figure 20 – Définition de la génération possible des ordres de commande

où $A = [1 \ 1]$ et $a = [a_1 \ a_2]^T$.

Avec cette expression, une relation linéaire est obtenue où A est une matrice non inversible. En utilisant la méthode de résolution décrite paragraphe 3 et en déterminant le nombre de degré de liberté, soit $n_{ddl} = 1$, les solutions sont obtenues par :

$$a = \frac{2}{E} A^\dagger V_{io,ref}^* + F \lambda \quad (57)$$

La partie fixe $a_{ref} = \frac{2}{E} A^\dagger V_{io,ref}^*$ possède deux composantes identiques telles que $a_{ref,i} = \frac{V_{io,ref}^*}{E}$. La partie libre est obtenue avec $F = [11]^T$. λ est un scalaire arbitraire dont la valeur doit satisfaire la relation de contrainte $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq T_c$. Les marges sont exprimées par :

$$\begin{aligned} \lambda_{low} &= 0 \\ \lambda_{high} &= \min(a_{ref,i}, 1 - a_{ref,i}) \end{aligned} \quad (58)$$

À titre d'illustration, trois valeurs du degré de liberté sont choisies :

- 1 - $\lambda = \lambda_{low} = 0$ induit que pour la cellule de commutation $t_1 = t_2$, ce qui revient à travailler à deux niveaux de tension sans utiliser K_2 ;
- 2 - $\lambda = \lambda_{high}$ implique que $t_1 = 0$ ou $t_2 = T_c$. Dans cette configuration, l'absence de commutation de K_1 ou K_3 permet de minimiser le nombre de commutations. La tension $V_{io}(t)$ évolue alors avec des variations de tension d'amplitude $\frac{E}{2}$ à chaque commutation. Ceci minimise également les variations de tension $\frac{dV}{dt}$ appliquées à la charge ;
- 3 - $\lambda = \frac{\lambda_{low} + \lambda_{high}}{2}$ positionne λ au plus loin des marges λ_{low} et λ_{high} . Dans cette configuration, à chaque commutation, les trois

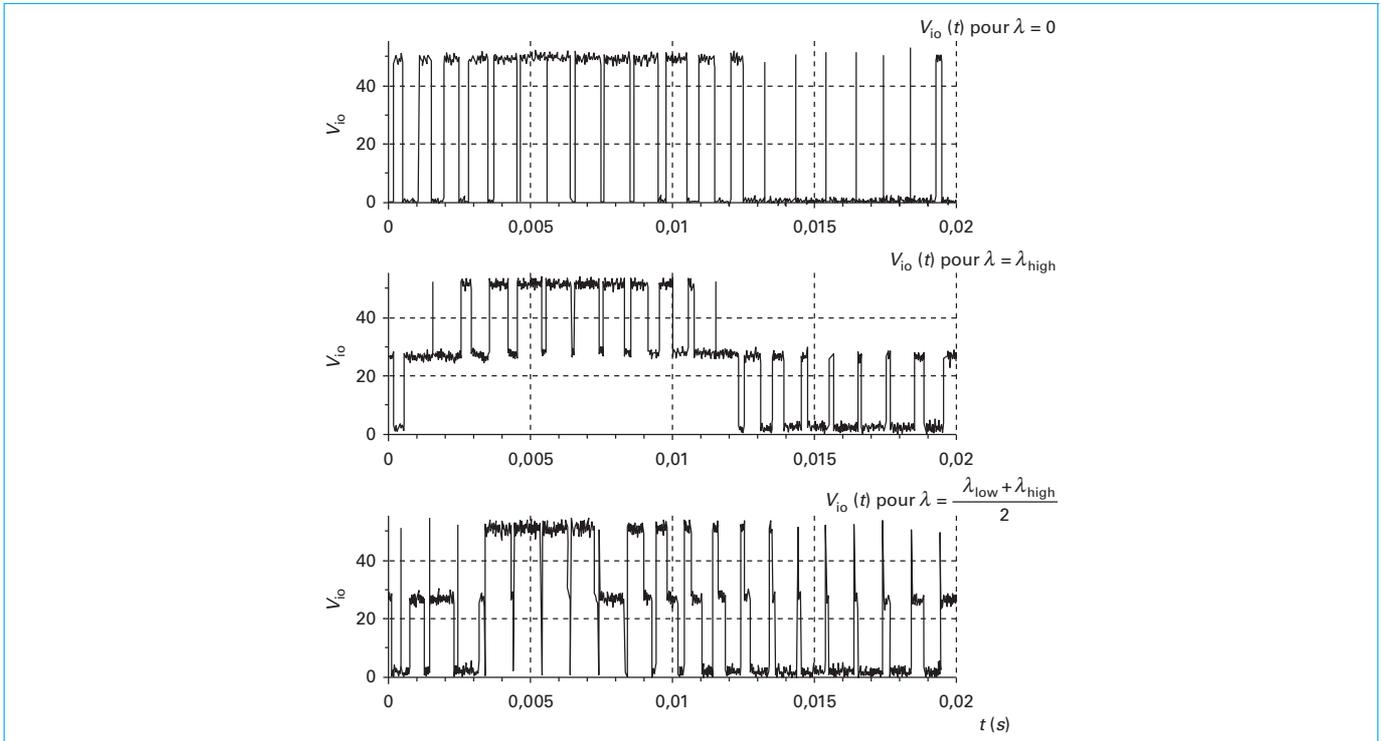


Figure 21 – Tension de phase mesurée pour différentes valeurs de λ

valeurs de tension sont accessibles. De plus, en fonction du choix de la porteuse (ici triangle), il peut être possible d'imposer des variations de tension de $\frac{E}{2}$, ou E , pour la montée ou la descente.

Les mesures de la tension de ligne $V_{io}(t)$ associées à chaque valeur de λ sont illustrées figure 21. Un descriptif plus détaillé de la méthode pourra être trouvé dans [15].

La prise en compte d'une structure triphasée est possible et consiste à dupliquer la cellule élémentaire. L'opérateur mathématique qui permet ceci est le produit de Kronecker [14]. Cette forme d'écriture revient à manipuler des matrices non inversibles et permet d'appliquer la méthode de résolution par l'inverse généralisée [16].

5. Conclusion

La modulation est la méthode de pilotage appliquée aux convertisseurs statiques qui consiste à faire commuter à une fréquence élevée, relativement au temps de réponse caractéristique de la charge, des interrupteurs à semi-conducteurs pour assurer une valeur moyenne des signaux en sortie du convertisseur. Les schémas de modulation pour les convertisseurs statiques sont nombreux. Le choix d'une stratégie de modulation a une influence sur des critères à optimiser tels que la zone de fonctionnement linéaire, les pertes par commutation, la tension de neutre dans les onduleurs triphasés, ou encore la qualité des formes d'ondes en sortie du convertisseur.

Dans cet article, un modèle moyen a été adopté et permet d'établir des relations linéaires entre tension moyenne à la sortie du convertisseur et rapports cycliques à appliquer aux bras du convertisseur. Il a également été montré comment ce même modèle peut être appliqué aux instants de commutation. Ainsi, dans tous les cas envisagés, la relation linéaire définit des matrices singulières. Afin d'obtenir les ensembles de solutions, c'est-à-dire l'expression des rapports cycliques ou des instants de commutation, la théorie des inverses généralisées est utilisée. Par la suite, une fois les ensembles de solutions définis, les bornes de ces ensembles sont déterminés. Ainsi, les limites de la zone de fonctionnement linéaire sont reliés aux degrés de liberté. Le choix de l'expression des degrés de liberté permet de générer les schémas de modulation continus ou même discontinus. Cette méthode est applicable aux structures multiniveaux séries et trouve d'ailleurs dans ces applications un grand intérêt. Effectivement, les degrés de liberté par bras peuvent être facilement identifiés et exprimés selon les marges admissibles pour les solutions.

6. Symboles et sigles

Symbole	Description
α_i	Rapport cyclique du bras i
E	Valeur de tension continue de SE
f_0	Fréquence du fondamental de la tension désirée
m_i	Indice de modulation
λ	Vecteur degré de liberté
V_{io}	Tension moyenne de bras
V_{in}	Tension moyenne de charge
T_c, f_c	Période et fréquence de commutation
t_k, t'_k	Instants de commutation de l'interrupteur K

Sigle	Description
CS	Convertisseur Statique
SE	Source d'Entrée
SS	Source de Sortie
MLI	Modulation de Largeur d'Impulsion
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
SPWM	Modulation Sinusoïdale
THIPWM	Modulation avec injection d'harmonique trois
ZSSPWM	Modulation avec injection d'une tension médiane
DPWM	Modulation discontinue simple
GDPWM	Modulation discontinue généralisée
SVM	<i>Space Vector Modulation</i> ou modulation vectorielle
WTHD	<i>Weighted Total Harmonic Distorsion</i> ou taux de distorsion harmonique pondéré

Stratégie et technique pour le pilotage en modulation des convertisseurs statiques

par **Paul-Étienne VIDAL**

Enseignant chercheur – Maître de conférence – HDR,
Laboratoire Génie de Production, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes,
Université Fédérale Toulouse Midi Pyrénées,
Institut National Polytechnique de Toulouse, France

Baptiste TRAJIN

Enseignant chercheur – Maître de conférences,
École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, France

et **Frédéric ROTELLA**

Enseignant chercheur – Professeur des Universités,
École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, France

Sources bibliographiques

- [1] ABU-RUB (H.), HOLTZ (J.), RODRIGUEZ (J.) et BAOMING (G.). – *Medium-Voltage Multilevel Converters – State of the Art, Challenges, and Requirements in Industrial Applications*. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol. 57, n° 8 (2010).
- [2] ROTELLA (F.) et ZAMBETTAKIS (I.). – *Traitement des systèmes linéaires*. Éditions Ellipses, ISBN 9782340-008854 (2015).
- [3] CAPITANEANU (S.). – *Optimisation de la fonction MLI d'un onduleur de tension deux niveaux*. Mémoire de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse (2002).
- [4] CAPITANEANU (S.), DE FORNEL (B.), FADEL (M.), FAUCHER (J.) et ALMEDIA (A.). – *Graphical and algebraical synthesis for PWM methods*. EPE Journal (2001).
- [5] ZHOU (K.) et WANG (D.). – *Relationship Between Space-Vector Modulation and Three-Phase Carrier-Based PWM : A Comprehensive Analysis*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 49 (1) (2002).
- [6] NEACSU (D.-O.). – *Vector Modulation ? An Introduction*. IECON'01 : The 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Tutorial (2001).
- [7] HOLMES (D.G.) et LIPO (T.A.). – *Pulse Width Modulation For Power Converters*. IEEE Series on Power Engineering, Wiley-Interscience (2003).
- [8] FREDHOLM (I.). – *Sur une classe d'équations fonctionnelles*. Acta Mathematica, 27, pages 365-390 (1903).
- [9] BEN-ISRAEL (A.) et GREVILLE (T.N.E.). – *Generalized Inverses : Theory and Applications*. Springer-Verlag, Second edition (2003).
- [10] LOVASS-NAGY (V.), MILLER (R.J.) et POWERS (D.L.). – *An introduction to the application of the simplest matrix-generalized inverse in systems science*. IEEE Transactions on Circuits and Systems 25, pages 766-771 (1978).
- [11] HAVA (A.-M.), KERKMAN (R.-J.) et LIPO (T.-A.). – *A High-Performance Generalized Discontinuous PWM Algorithm*. IEEE Transactions on Industry Applications, 34(5) (1998).
- [12] VIDAL (P.-E.), CAILHOL (S.) et ROTELLA (F.). – *Generic Modeling of N-Level Pulse Width Modulation Voltage Source Inverters and their Control*. 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control, IFAC 2017 World Congress, Toulouse France (2017).
- [13] BERKOUNE (K.), VIDAL (P.-E.) et ROTELLA (F.). – *New Pulse Width Modulation approach and model applied to multilevel inverters*. 11th International Conference on Modeling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems, ELECTRIMACS 2014, Valencia, Spain (2014).
- [14] VAN LOAN (C.F.). – *The ubiquitous Kronecker product*. Journal of Computational and Applied Mathematics, 123, pages 85-100 (2000).
- [15] CAILHOL (S.), VIDAL (P.-E.) et ROTELLA (F.). – *A generic method of Pulse Width Modulation applied to 3-Level T-type NPC inverter*. 17th International Conference on Power Electronics and Motion Control, IEEE PEMC 2016, Varna Bulgaria (2016).
- [16] CAILHOL (S.), VIDAL (P.-E.) et ROTELLA (F.). – *A generic method of Pulse Width Modulation applied to three-phase 3-Level T-type NPC inverter*. IEEE Transactions on Industry Applications, DOI:10.1109/TIA.2018.2829468, 54 (5), pages 4515-4522 (2018).

À lire également dans nos bases

BEN AMMAR (F.). – *Machines asynchrones à contrôle vectoriel de flux*. [D 3 563] (2002).

BERNOT (F.). – *Modulations MLI et MPI*. [E 3 967] (2003).

BERNOT (F.). – *Électronique de puissance – Introduction*. [E 3 958] (2000).

BESNARD (J.), BOLCATO (P.) et GLAO (D.). – *Simulations des circuits analogiques et mixtes*. [E 3 450] (2018).

FOCH (H.), ARCHES (R.), BORDRY (F.), CHÉRON (Y.), ESCAUT (B.), MARTY (P.) et

METZ (M.). – *Électronique de puissance*. [D 3 152] (1989).

FOCH (H.), ARCHES (R.), CHÉRON (Y.), ESCAUT (B.), MARTY (P.) et METZ (M.). –

Conversion continu-continu – Hacheurs. [D 3 160] (1990).

FOCH (H.), FOREST (F.) et MEYNARD (T.). – *Onduleurs de tension – Structures. Principes. Applications*. [D 3 176] (1998).

Outils logiciels

Scilab Entreprises – Orsay France Scilab : Le logiciel open source gratuit de calcul numérique, <http://www.scilab.org>