



**HAL**  
open science

## Graphes et Télécommunications

Jean-Claude Bermond, Frédéric Giroire, Nicolas Nisse

► **To cite this version:**

Jean-Claude Bermond, Frédéric Giroire, Nicolas Nisse. Graphes et Télécommunications. Bibliothèque Tangente, 2021, Hors Serie 75 La recherche opérationnelle, Hors Serie 75, pp.120-125. hal-03455881

**HAL Id: hal-03455881**

**<https://hal.science/hal-03455881>**

Submitted on 29 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# OPTIMISATION DANS LES RÉSEAUX DE TÉLÉCOMMUNICATIONS

**Jean-Claude Bermond, Frédéric Giroire et Nicolas Nisse**

De nombreux problèmes d'optimisation se posent dans les réseaux de télécommunications. Pour les résoudre, on utilise souvent les outils de la théorie des graphes. Un graphe est constitué d'un ensemble de sommets qui modélisent les nœuds et d'un ensemble d'arêtes qui modélisent les liens du réseau. Les nœuds peuvent être les abonnés ou utilisateurs du réseau mais aussi des équipements comme des ordinateurs, serveurs, routeurs, antennes, des pages Web... Les liens peuvent être des liens physiques (câbles, fibres), des liens radio voire des liens virtuels comme les liens hypertextes.

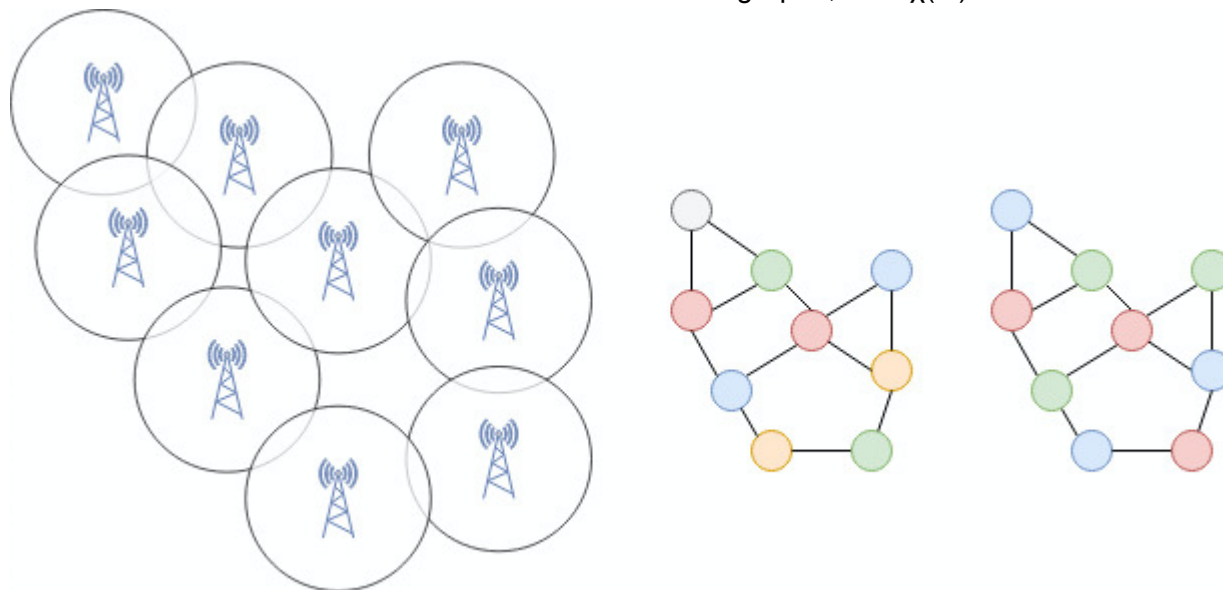
Le rôle des réseaux de (télé)communications est notamment d'échanger de l'information. Par exemple, un mail entre deux personnes, le chargement d'une vidéo à partir d'un serveur ou l'accès à une page web sont appelés des requêtes entre deux nœuds d'un réseau. Router une requête consiste à trouver dans le graphe représentant le réseau un chemin entre les deux nœuds qui communiquent. Par exemple, dans la Figure 3(a), une requête entre les nœuds  $s$  et  $t$  est routée par le plus court chemin de longueur 2 (via le sommet  $a$ ). Trouver un chemin fait partie des problèmes dits « faciles ». Ils peuvent être résolus en temps polynomial en la taille du réseau (voir l'article « TRANSPORT, FLOTS ET COUPES » (ref)). Dans la réalité, plusieurs requêtes doivent être routées simultanément, en satisfaisant de nombreuses contraintes (capacité ou bande passante limitée, interférences, traitement des informations,...). Ceci rend les problèmes bien plus compliqués. Nous présentons des problèmes de conception du réseau et de gestion via divers exemples en nous focalisant sur leurs applications, leur description, et leur modélisation sous forme de problèmes de graphes.

## **Réseaux avec contraintes d'interférences**

*Interférences dans les réseaux sans-fil.* Si deux antennes transmettent simultanément, sur une même fréquence, des signaux différents à un récepteur, ce dernier aura du mal à les interpréter correctement (un peu comme si deux personnes vous parlent en même temps, il est difficile de suivre les deux conversations simultanément). Pour pallier ce problème, il est nécessaire d'affecter des fréquences différentes à deux antennes dont les signaux sont susceptibles d'être reçus par un même récepteur (pensez aux radios FM). On pourrait envisager d'attribuer des fréquences différentes à chaque antenne, mais pour des raisons matérielles (nombre de fréquences limité, prix...) ce n'est pas possible. Par exemple, la radio RMC qui est devenue

l'une des radios les plus écoutées en France n'a toujours pas de fréquence attribuée à Strasbourg.

Il faut donc minimiser le nombre total de fréquences utilisées. Pour résoudre ce problème, on fait appel à la coloration des graphes. Chaque antenne est modélisée par un sommet du graphe et deux sommets sont liés par une arête si les antennes associées doivent recevoir des fréquences différentes. Le problème d'affectation de fréquences revient à attribuer à chaque sommet du graphe  $G$  une couleur (modélisant la fréquence) de sorte que deux sommets voisins reçoivent des couleurs différentes (Figure 1). Minimiser le nombre total de fréquences utilisées revient à déterminer le nombre minimum de couleurs du graphe, noté  $\chi(G)$ .



**Figure 1.** La figure de gauche représente un réseau de 9 antennes ainsi que la portée de leurs émissions. Des fréquences différentes doivent être affectées à deux antennes dont les portées s'intersectent. Ce réseau est modélisé par un graphe dont nous proposons deux colorations valides, l'une utilisant 5 couleurs (au centre) et l'autre 3 couleurs (à droite) ce qui est optimal dans ce cas.

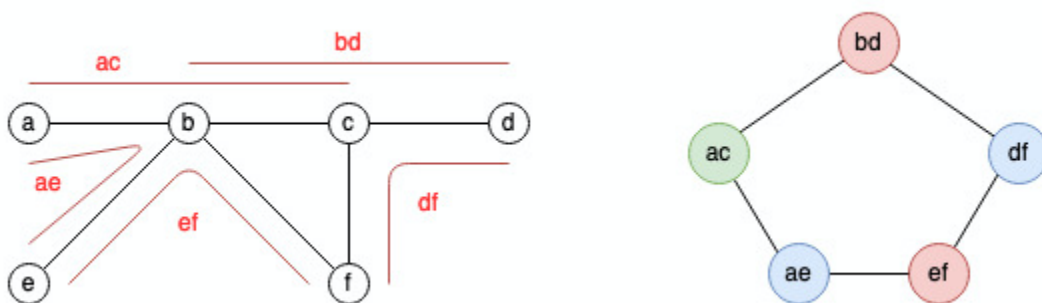
Une façon de résoudre le problème est de tester toutes les colorations possibles avec une seule couleur (il n'y en a qu'une), puis toutes les colorations avec deux couleurs (il y en a  $2^n$  pour un graphe à  $n$  sommets), et ainsi de suite jusqu'à trouver une coloration propre (où deux sommets voisins ont des couleurs différentes). Cependant cet algorithme demande de tester  $\chi(G)^{n+1}$  colorations, c'est-à-dire un temps d'exécution exponentiel en le nombre de sommets, ce qui est rédhibitoire. Par exemple, si  $\chi(G)=4$  et  $n=135$ , cela implique de tester environ  $10^{81}$  colorations, autant que le nombre d'atomes dans l'univers.

Malheureusement, ce problème est NP-complet (lié au fameux problème du millénaire « P=NP » voir l'article (ref)) et on ne sait actuellement pas comment le résoudre de façon significativement meilleure (autre qu'en temps exponentiel en  $n$ ). Heureusement, en pratique, les ingénieurs et chercheurs savent résoudre le problème en des temps décents soit en utilisant des méthodes génériques comme la programmation linéaire, soit en prenant en compte les particularités des réseaux réels. Par exemple, décider si 2 couleurs sont suffisantes peut être efficacement résolu en testant si le graphe contient des cycles (un cycle est un chemin rebouclant sur son point de

départ) de longueur impaire ou non. Un autre exemple bien connu est celui des graphes planaires (qui peuvent être dessinés dans le plan sans croisement d'arêtes).

*Théorème des 4 couleurs.* En 1852, le mathématicien et botaniste Francis Guthrie demande combien de couleurs un géographe doit utiliser pour colorer une carte des pays de sorte que deux pays ayant une frontière commune reçoivent des couleurs différentes. Il conjecture que 4 couleurs sont toujours suffisantes. Cette question est équivalente à celle de savoir si  $\chi(G) \leq 4$  pour tout graphe planaire  $G$ . Cette question a seulement été résolue par l'affirmative en 1976 par Appel et Haken (avec l'usage de l'ordinateur) et constitue le premier résultat mathématique célèbre à avoir été prouvé à l'aide de la puissance des ordinateurs. Ce résultat a fait polémique (une preuve faite avec l'aide d'ordinateurs est-elle valide ?) jusqu'à ce que la partie informatique de la preuve soit certifiée formellement par Gonthier et Werner en 2005.

*Applications dans les réseaux filaires et lien avec les flots.* Le problème d'interférences se pose également dans d'autres contextes des réseaux de télécommunication. Prenons un réseau de type « Internet » où les sommets sont les ordinateurs ou les routeurs et les arêtes sont les fibres optiques entre les divers éléments du réseau. Deux signaux distincts utilisant une même fibre doivent avoir des longueurs d'onde (fréquences) différentes pour éviter les interférences. Considérons un ensemble de requêtes et supposons que pour chaque requête le chemin associé est prédéfini. Pour affecter une longueur d'onde à chaque requête, on définit le **graphe de conflits**  $G$  suivant. On attribue un sommet à chaque requête et deux sommets sont adjacents si les chemins des requêtes associées partagent un même lien. Minimiser le nombre de longueurs d'onde revient à déterminer une coloration propre de  $G$  ayant le moins de couleurs possible (Figure 2).



**Figure 2.** La figure de gauche représente un réseau avec 6 sommets et 5 requêtes : ac (requête entre a et c), bd, df, ef, et ae. La figure de droite est le graphe de conflit de ces requêtes. Alors qu'il y a au plus deux requêtes par lien, 3 longueurs d'onde sont nécessaires pour satisfaire la demande.

En réalité, le problème auquel font face les opérateurs est de simultanément calculer un multiflot (les chemins que doivent suivre les requêtes) qui soit faisable tout en minimisant le nombre de longueurs d'onde à utiliser. La combinaison de ces deux problèmes qui sont, par eux-mêmes, déjà difficiles rend le problème extrêmement compliqué mathématiquement et en pratique...

## **Mettre en place un service réseau dans les réseaux de nouvelles générations.**

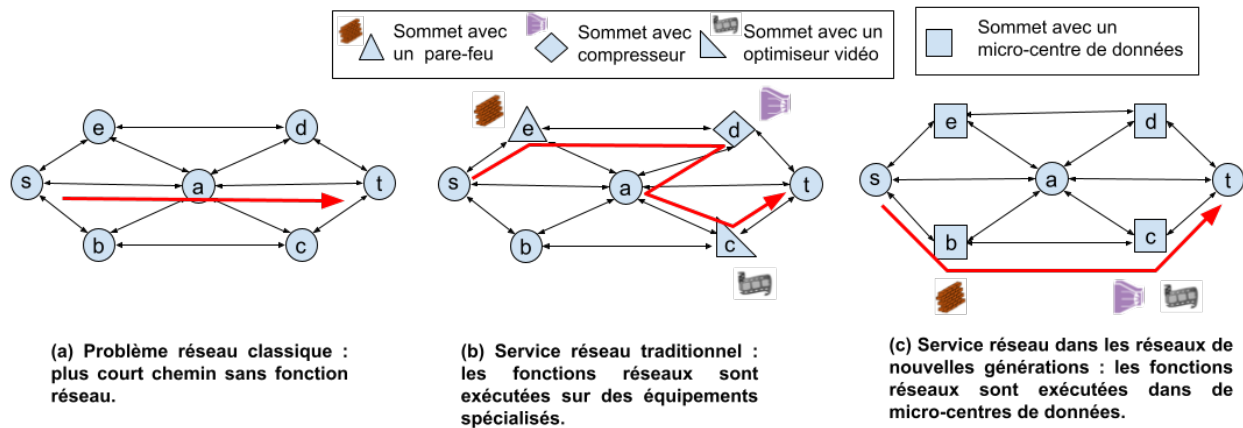
*Préambule* : Imaginez que vous avez réservé de longue date une soirée pour pouvoir enfin regarder le dernier épisode de votre série préférée et que vos voisins ont aussi choisi cette soirée-là pour télécharger l'intégrale de leur cinéaste préféré utilisant toute la bande passante du réseau. Dans un futur proche, vous pourrez acheter un service réseau réservant exclusivement pour vous une partie de la bande passante. De tels services réseaux permettront aux appels d'urgence de toujours passer en priorité ou à une opération de télé-médecine d'avoir constamment un délai réseau faible en réservant des tranches de réseaux.

Rappelons que traditionnellement dans les réseaux de télécommunication « router » une requête revient à trouver un chemin entre sa source et sa destination (par exemple, voir Figure 3(a)). Une fois le chemin choisi, il faut ensuite configurer le réseau pour acheminer le trafic, c'est-à-dire indiquer à chaque nœud du réseau quel lien doit être emprunté pour arriver à destination. Dans les réseaux existants, cette opération est très complexe car chaque matériel doit être configuré à la main et les configurations lui sont spécifiques. Enfin, il peut s'avérer nécessaire de les reconfigurer pour répondre aux pannes et à la dynamique du trafic.

De plus, certains flux de trafic doivent être traités par des *fonctions réseaux*, que ce soit pour garantir la sécurité du réseau (par exemple avec une fonction pare-feu (firewall) qui filtre le trafic anormal pour éviter des attaques), améliorer la vitesse de transfert (fonction compression) ou améliorer un flux vidéo (fonction optimisation vidéo). Un *service réseau* correspond à une séquence de fonctions, appelée chaîne de services, qui doivent être appliquées à un flot de données. Par exemple, un service réseau vidéo peut être constitué d'une fonction pare-feu puis d'une de compression et enfin d'une d'optimisation vidéo (Figure 3 (b)). Traditionnellement, les fonctions réseaux sont exécutées sur du matériel dédié coûteux appelé *middlebox*. Pour fournir un service réseau, une demande doit donc d'abord être routée au matériel dédié de la première fonction, puis vers celui dédié à la seconde fonction, etc. jusqu'à la destination, en suivant des plus courts chemins. Un exemple est donné en Figure 3(b) où le service vidéo est fourni en allant d'abord au nœud e contenant un pare-feu, puis au nœud d avec le compresseur et au nœud c (en passant par a) avec l'optimiseur vidéo, puis enfin en t. La mise en place d'un service réseau est donc compliquée et coûteuse.

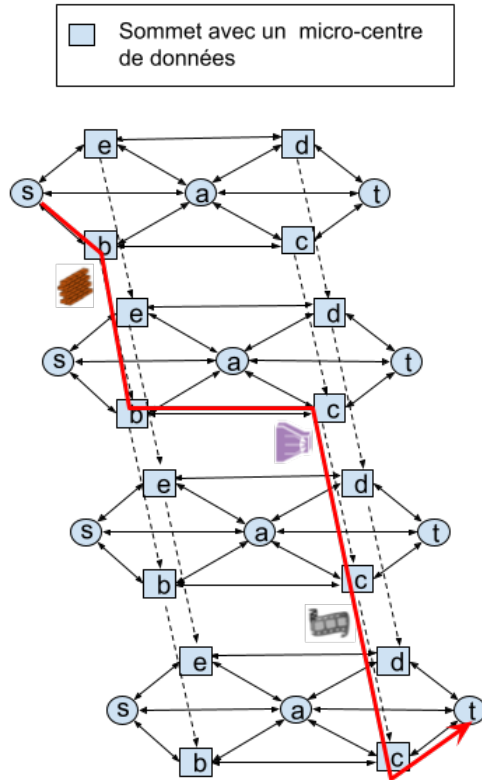
Heureusement les réseaux de nouvelles générations qui commencent à être installés, en particulier les réseaux 5G et IoT, ont vu l'émergence de deux révolutions majeures : les *réseaux logiciels* et la *virtualisation des réseaux*. Dans un réseau logiciel, l'opérateur contrôle à distance les nœuds du réseau pour changer de façon automatique leurs configurations, par exemple les liens à emprunter. La virtualisation des réseaux, et en particulier la virtualisation de fonctions réseaux (NFV), est une approche dans laquelle les fonctions réseau ne sont plus exécutées sur du matériel dédié, mais sur des serveurs génériques situés dans de petits centres de données. L'un des principaux avantages de cette approche est que les fonctions réseau virtuelles peuvent être lancées à la demande sans qu'il soit nécessaire d'installer de nouveaux

équipements. Le modèle des réseaux programmables virtualisés permet donc aux opérateurs d'offrir des services réseaux complexes et flexibles.



**Figure 3.** *Routage classique d'une demande (a). Routage d'un service réseau dans un réseau traditionnel (b), dans un réseau de nouvelles générations (c).*

Dans les réseaux nouvelles générations, les fonctions réseaux virtuelles peuvent être exécutées sur n'importe lequel des micro-centres de données disponibles. Par exemple, en Figure 3(c), elles le sont respectivement sur b (pare-feu) puis c (compression et optimisation). Un nouveau problème algorithmique se pose alors est de savoir *comment router les demandes tout en choisissant où sont exécutées les fonctions réseau virtuelles des chaînes de services.*



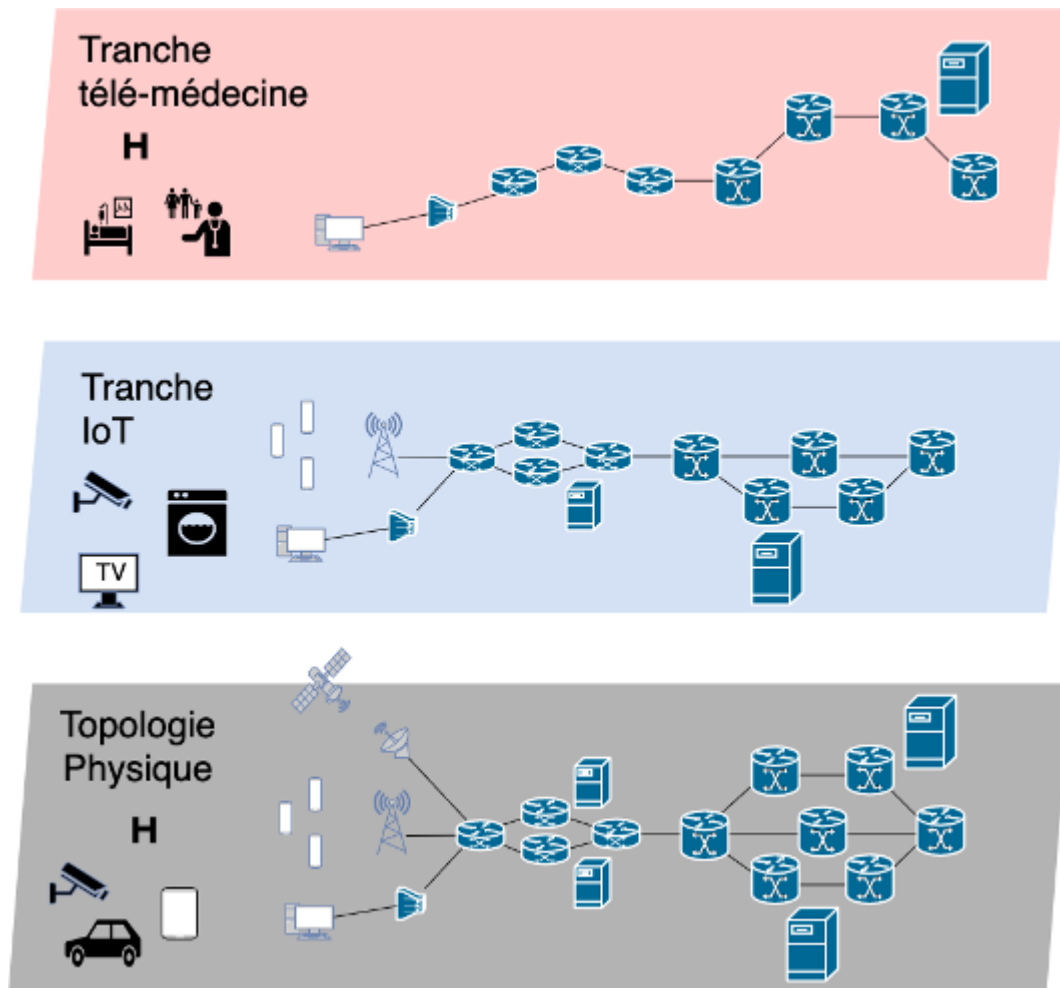
**Figure 4.** Le graphe en couches associé au réseau de la Figure 1 (c) et à la demande entre  $s$  et  $t$  avec la réalisation de 3 fonctions virtuelles.

Ce nouveau problème algorithmique peut-être ramené à un problème de plus court chemin dans un graphe multi-couches. Pour réaliser une suite ordonnée de  $m$  fonctions virtuelles, on utilise un graphe formé de  $m+1$  copies du réseau original  $G$  organisées en couches, voir Figure 4. Les liens verticaux (en pointillés) permettent d'aller d'un nœud avec un micro-centre de données au même nœud dans la couche voisine. Trouver pour une requête un chemin avec les nœuds où sont exécutées les fonctions de la chaîne revient à trouver un chemin de la source sur la première couche à la destination sur la dernière couche. L'exécution de la  $i^e$  fonction virtuelle est réalisée sur la couche  $i$  et si celle-ci a été exécutée dans un nœud on passe au même nœud de la couche  $i+1$  par le lien vertical associé.

Le problème présenté est une version simplifiée du problème réel où on doit aussi prendre en compte des contraintes de capacité des liens et des micro-centres de données, ce qui revient dans le cas d'une seule chaîne de service à résoudre un problème de flot dans le graphe en couches. De plus, il faut souvent traiter un ensemble de chaînes de services, ce qui donne lieu à des problèmes difficiles de multi-flots. On peut aussi utiliser l'approche multi-couches pour décider du placement des micro centres de données.

Un des atouts majeurs de la 5G est la possibilité de définir des tranches de réseaux, c'est-à-dire de pouvoir réserver pour une application précise ou des clients particuliers (voir préambule) un sous-réseau : un ensemble de ressources en bande passante et en capacité de calculs. Les

applications envisagées sont par exemple de réserver des sous-réseaux indépendants pour les services d'urgence (SAMU...), la télé-médecine ou les voitures autonomes. Si une chaîne de service est un chemin de fonctions réseaux, ces tranches se définissent plus généralement comme un graphe dans lequel les nœuds sont des fonctions réseaux qui doivent être reliées selon les liens (Figure 5).



**Figure 5.** Tranches de réseaux 5G.

**Anecdote finale:** La théorie des graphes et la virtualisation peuvent résoudre des problèmes d'optimisation dans les réseaux. Mais il y a des aléas que la théorie ne peut pas prendre en compte. Ainsi, dans les années 80, le réseau téléphonique français était conçu pour satisfaire des requêtes multiples via des routeurs distincts : mais pour faciliter la gestion plusieurs routeurs avaient été installés dans un local unique à Lyon. Le graphe du réseau était bien conçu, mais un incendie a ravagé en 1981 le local privant des millions d'utilisateurs des services de téléphonie. Ce type d'incident s'est reproduit récemment, en mars 2021, avec l'incendie de serveurs web à Strasbourg.