



**HAL**  
open science

## **Estimation du comportement thermo-viscoélastique effectif des pièces composites obtenues par impression 3D-FDM**

Camilo Suarez, Rémi Cornaggia, Aurélien Maurel-Pantel, Noël Lahellec, Djaffar Boussa, Hervé Moulinec, Noelle Billon, Stéphane P A Bordas

► **To cite this version:**

Camilo Suarez, Rémi Cornaggia, Aurélien Maurel-Pantel, Noël Lahellec, Djaffar Boussa, et al.. Estimation du comportement thermo-viscoélastique effectif des pièces composites obtenues par impression 3D-FDM. Fabrication Additive des Composites (FabAddComp), AMAC, Journées Scientifiques et Techniques, Oct 2020, Lorient, France. hal-03454764

**HAL Id: hal-03454764**

**<https://hal.science/hal-03454764>**

Submitted on 29 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Estimation du comportement thermo-viscoélastique effectif des pièces composites obtenues par impression 3D-FDM

Camilo Suarez<sup>1,3</sup>, Rémi Cornaggia<sup>1,2</sup>, Aurélien Maurel-Pantel<sup>1</sup>, Noël Lahellec<sup>1</sup>, Djaffar Boussa<sup>1</sup>, Hervé Moulinec<sup>1</sup>, Noelle Billon<sup>4</sup>, Stéphane P. A. Bordas<sup>3</sup>

1 : Aix-Marseille Univ,  
CNRS, Centrale Marseille, LMA UMR 7031  
4 impasse Nikola Tesla, 13013 Marseille  
e-mail : suarez@lma.cnrs-mrs.fr

2 : INOVSYS,  
Technoparc des Florides – Ilot Carmin 1, 13700 Marignane

3 : Université du Luxembourg, Département de mécanique, DSSE,  
Campus Esch-sur-Alzette, Maison du Nombre  
6, Avenue de la Fonte, L-4364 Esch-sur-Alzette

4 : Mines Paris-Tech, CEMEF  
MPI, Sophia Antipolis  
France

## Résumé

Dans le but d'estimer le comportement effectif de pièces obtenues par le procédé de fabrication FDM utilisant des matrices polymères renforcées de fibres courtes, une méthodologie d'homogénéisation analytique en thermo-viscoélasticité est proposée. Les caractéristiques des fibres sont prises en compte grâce à l'introduction des fonctions de distribution obtenues via l'analyse statistique de la microstructure. La procédure d'homogénéisation a été évaluée en comparant ses prédictions aux calculs basés sur la FFT en champ complet et des résultats d'essais.

## Framework

On s'intéresse aux performances de pièces imprimées en 3D, fabriquées à partir d'une matrice thermoplastique renforcée par des fibres de verre courtes (~100  $\mu\text{m}$ ) ou intermédiaires (~1 mm). L'objectif est d'estimer les contraintes résiduelles induites par le refroidissement de ces pièces depuis l'extrusion jusqu'à la température ambiante, ces contraintes devront être considérées pour optimiser la trajectoire de dépôt du filament. La difficulté de cette estimation provient du caractère multi-échelle du problème en raison de la complexité du matériau (composite thermo-viscoélastique) et de celle du procédé FDM lui-même (Fig.1). Cette étude est centrée donc, sur l'influence de la complexité topologique et mécanique de la microstructure du filament d'impression.

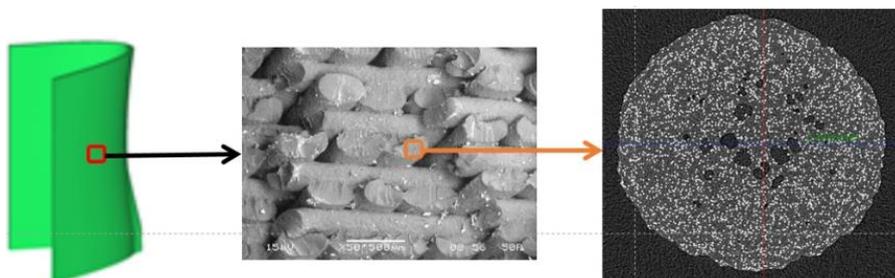


Fig. 1: Configuration à trois échelles : pièce imprimée, structure des filaments imprimés et filament composite renforcé de fibres courtes.

Dans ce qui suit, on donne quelques détails sur chaque aspect de la méthodologie mise en œuvre.

## Homogénéisation des filaments polymères renforcés

La procédure d'homogénéisation comporte deux étapes. La première étape consiste à estimer les propriétés effectives du filament renforcé ; la seconde étape, à estimer les propriétés effectives du matériau composite final, qui contient l'arrangement particulier des filaments, fonction de la trajectoire d'impression. Les fibres du filament sont considérées comme étant élastiques linéaires. La matrice polymère étant thermo-viscoélastique. On se concentre ici sur la première étape.

### Modélisation thermo-viscoélastique de la matrice :

On considère que la matrice polymère est isotrope et amorphe et que son comportement viscoélastique linéaire est décrit par un modèle de Maxwell généralisé à  $N$  branches. La prise en compte des déformations d'origine thermique est représentée par un modèle rhéologique équivalent à celui du Kelvin-Voigt généralisé à  $N_T$  branches [1], afin de capturer l'information provenant des déformations différées en fonction de l'histoire de température.

La nature du procédé d'impression impose des variations continues de la température. Ces variations sont modélisées en s'appuyant sur le principe de superposition temps-température des matériaux thermo-rhéologiquement simples ; avec l'introduction d'un facteur de décalage fonction de la température [3], liant l'échelle du temps propre à l'observateur et celle du polymère. En vertu de ce principe et en supposant l'homogénéité du champ de température, le problème est réduit à une forme équivalente au cas isotherme dans le domaine du « temps réduit » (ou temps interne) [4].

A partir des considérations précédentes et avec l'introduction de deux types de variables internes, on obtient une écriture simplifiée de la formulation différentielle du problème thermo-viscoélastique, caractérisé par les grandeurs mécaniques  $\sigma, \varepsilon$  et  $\varepsilon^{th}$  étant la déformation d'origine thermique. La description temporelle du comportement est alors déterminée à travers l'ensemble de variables internes  $\varepsilon_v^i$  et  $q^j$  étant respectivement, la déformation visqueuse dans la branche  $i$ , et la variable liée aux déformations thermiques différées dans la branche  $j$ . Un tel modèle peut prendre la forme suivante :

$$\sigma = \sum_{i=1}^N L^i : (\varepsilon - \varepsilon_v^i - \varepsilon^{th}), \quad \dot{\varepsilon}_v^i + \frac{1}{\tau_i} \varepsilon_v^i = \frac{1}{\tau_i} (\varepsilon - \varepsilon^{th}), \quad \varepsilon_v^i(0) = \mathbf{0} \quad (\text{Eq. 1})$$

et,

$$\varepsilon^{th} = \alpha_g \theta + \sum_{j=1}^{N_T} q^j, \quad \dot{q}^j + \frac{1}{\tau_j^T} q^j = \frac{\alpha_j}{\tau_j^T} \theta, \quad q^j(0) = 0 \quad (\text{Eq. 2})$$

où  $L^i$  et  $\tau_i$  sont le tenseur d'élasticité et le temps caractéristique de la branche  $i$ , respectivement,  $\alpha_g$  est le tenseur de dilatation thermique instantanée,  $\alpha_j$  et  $\tau_j^T$  sont le tenseur de dilatation et le temps caractéristique de la branche  $j$ , et  $\theta$  la variation de température par rapport à la température initiale. Le nombre de branches et les tenseurs du comportement viscoélastique sont déterminés en utilisant des essais DMA et des expériences de fluage à différentes températures. Le nombre de branches et les tenseurs de dilatations du modèle rhéologique des déformations thermiques sont obtenus via des essais de recouvrance isotherme pour des chargements thermiques de type échelon.

### Changement d'échelle :

Les calculs EF ont été utilisés pour résoudre les équations d'équilibre mécanique et thermique couplées pour les contraintes, la déformation et la température macroscopiques. À chaque point d'intégration, ces quantités sont la moyenne sur un volume élémentaire représentatif (VER) de leurs homologues microscopiques, solution des équations d'équilibre mécanique et thermique locales données par :

$$\text{div} \sigma(x, t) = 0, \quad \sigma(x, t) = \sum_{i=1}^N L^i : (\varepsilon - \varepsilon_v^i - \varepsilon^{th}) \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\text{div} q(x, t) = 0, \quad q(x, t) = -k(x) \cdot \nabla T(x, t) \quad (\text{Eq. 4})$$

Où  $q$  et  $k$  sont respectivement le flux de chaleur et le tenseur de conductivité thermique. Il convient de noter que les équations mécaniques et thermiques microscopiques (Eq. 3-4) sont découplées pour les raisons suivantes : i) Seule la moyenne macroscopique,  $\bar{T}$ , est prise en compte dans la formulation mécanique (Eq. 3). ii) L'énergie dissipée est prise en compte à l'échelle macroscopique, ce qui simplifie l'équation thermique comme indiqué dans

(Eq. 4). Le couplage thermomécanique est alors réalisé à l'échelle macroscopique. Les (Eq. 3-4) sont complétées par des conditions aux limites appropriées en notant  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  et  $\bar{\boldsymbol{T}}$ , les moyennes respectives des champs locaux  $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$ , solution de (Eq. 3), et  $T(\boldsymbol{x})$ , solution de (Eq. 4).

### Modèles de champ moyen pour tenir compte la présence des fibres :

Des méthodes analytiques (Mori-Tanaka, IDD, PCW, Lielens, etc.) existent pour estimer la moyenne des champs thermomécaniques qui résolvent les équations locales (Eq. 3-4). Les méthodes de champ moyen utilisées tiennent compte de la complexité du matériau composite (non-alignement des fibres, thermo-viscoélasticité de la matrice, etc.). Ces méthodes utilisent des hypothèses simplificatrices (généralement valables pour des densités d'inclusion moyennes) et les résultats d'analyse provenant de la méthode de l'inclusion équivalente d'Eshelby. Ces modèles permettent d'estimer le tenseur d'élasticité effectif du filament,  $\boldsymbol{L}_{\text{eff}}$ , le modèle IDD (Interaction Direct Derivative) [7] donne l'estimation suivante :

$$\boldsymbol{L}_{\text{eff}} = \boldsymbol{L}_{\text{M}} + (\boldsymbol{I} - c_{\text{F}} \Delta \boldsymbol{L}_{\text{F,M}}(\boldsymbol{n}) : \boldsymbol{P}_{\text{F}}^{\text{D}} : \{\boldsymbol{A}_{\text{F,M}}\})^{-1} : (c_{\text{F}} \Delta \boldsymbol{L}_{\text{F,M}} : \{\boldsymbol{A}_{\text{F,M}}\}) \quad (\text{Eq. 5})$$

où  $S$  est la sphère unitaire,  $c_{\text{F}}$  est la fraction volumique des fibres,  $\boldsymbol{n}$  est le vecteur unitaire décrivant l'orientation des fibres,  $f$  est la fonction de densité de probabilité pour la distribution des orientations,  $\boldsymbol{A}_{\text{F,M}}$  le tenseur de localisation, fonction de la géométrie des fibres, le contraste du matériau, défini comme  $\Delta \boldsymbol{L}_{\text{F,M}} = \boldsymbol{L}_{\text{F}} - \boldsymbol{L}_{\text{M}}$ ,  $\boldsymbol{P}_{\text{F}}^{\text{D}}$  est le tenseur de Hill et  $\{\boldsymbol{A}_{\text{F,M}}\}$  est la moyenne des tenseurs de localisation prenant en compte les distributions de longueur et d'orientation.

Dans le cas des constituants viscoélastiques linéaires, on utilise classiquement la transformée de Laplace-Carson qui permet de définir un composite élastique symbolique linéaire dans le domaine de Laplace (principe de correspondance [2]). Le principe de superposition temps-température permet d'étendre cette approche au cas non-isotherme ; la variable de Laplace est alors duale du « temps réduit ».

### Validation

Le modèle de champ moyen proposé a été évalué en comparant ses prédictions en termes de modules effectifs par homogénéisation numérique accélérée par FFT [9], sur des éléments de volume représentatifs (RVE). L'analyse structurelle macroscopique proposée a été évaluée en comparant ses prédictions en termes de déformation avec la déformation qui se développe dans les plaques asymétriques imprimées en 3D (plaques avec deux orientations de dépôt : 0° et 90°) et soumises à un traitement thermique supplémentaire à l'autoclave ce qui permet de limiter le degré d'hétérogénéité dû à la présence des porosités qui apparaissent lors du procédé d'impression.

### Références

- [1] W. Knauss and I. Emri, "Non-linear viscoelasticity based on free volume consideration, ". Computers Structures, vol. 13, no. 1, pp. 123 – 128, 1981.
- [2] J. Mandel, Cours de Mécanique des milieux continus, Gauthier–Villars, Paris, 1966
- [3] M. J. Crochet, "On 'thermo-rheologically simple solids,'" in Thermoelasticity Symposium East Kilbride, June 25-28, 1968, pp. 59–86, Springer Vienna, 1970.
- [4] R. Christensen, Theory of Viscoelasticity. Academic Press, 1982.
- [5] J.-M. Ricaud et R. Masson, "Effective properties of linear viscoelastic heterogeneous media: Internal variables formulation and extension to ageing behaviors," Int. J. of Solids and Struct., 46 (7-8) , pp. 1599-1606, 2009.
- [6] G. Chatzigeorgiou, N. Charalambakis, Y. Chemisky et F. Meraghni, "Periodic homogenization for fully coupled thermomechanical modeling of dissipative generalized standard materials," Int. J. of Plast., 2016, volume 81, pp. 18-39.
- [7] V. Müller et T. Böhlke, "Prediction of effective elastic properties of fiber reinforced composites using fiber orientation tensors," Compos. Sci. Technol., 130 , 36-45, 2016.
- [8] N. Lahellec, et P. Suquet, "Effective behavior of linear viscoelastic composites: A time-integration approach," Int. J. Solids Struct., 44, 507-529, 2007.