

### **Le Livre sur les calculs effectués avec des bâtonnets**

Un manuscrit chinois du II<sup>e</sup> siècle avant J.-C.

Rémi Anicotte

Directeur de China Intuition International Consulting (Pékin).

Membre associé du CRLAO (CNRS UMR 8563 – EHESS – Inalco, Paris).

Chapô : Quels sont les plus vieux textes connus des mathématiques chinoises ?

Et sur quels outils de calcul reposait la pratique mathématique ?

Cet article présente le *Livre sur les calculs effectués avec des bâtonnets*, un manuscrit chinois du II<sup>e</sup> siècle avant J.-C., et montre que les bâtonnets de calcul permettaient d'effectuer des calculs en parallèle sur plusieurs lignes.

### **Chronologie des mathématiques en Chine**

(d'après Rémi Anicotte, 2019, p. 5-6)

<b>Dates</b>	<b>Périodes historiques</b>	<b>Événements politiques et culturels</b>
- 475 ~ - 221	Période des Royaumes combattants	Le pouvoir de la dynastie Zhou est défié par ses vassaux. Composition de la table de calcul conservée à l'université Tsinghua.
- 221 ~ - 206	Dynastie Qin fondée par Qin Shi Huangdi	L'écriture sigillaire Qin est imposée à tous. Composition de <i>Nombres</i> (ca. - 212) et des écrits mathématiques conservés à l'université de Pékin.
- 206 ~ 9	Dynastie des Han occidentaux fondée par Liu Bang qui établit la capitale à Chang'an	Composition des manuscrits excavés <i>Livre sur les calculs</i> (ca. - 186) et <i>Procédures de calcul</i> (ca. - 157).
9 ~ 25	Dynastie Xin de Wang Mang	
25 ~ 220	Han orientaux (capitale à Luoyang puis à Xuchang)	L'écriture régulière <i>kāishū</i> s'impose.
220 ~ 420	Période des Trois Royaumes Dynastie Jin Seize Royaumes	Liu Hui annote les <i>Neuf Chapitres</i> .
420 ~ 589	Dynasties du Nord et du Sud	

581 ~ 618	Dynastie Sui	
618 ~ 907	Dynastie Tang	Li Chunfeng commente le <i>Gnomon des Zhou</i> et la version annotée par Liu Hui des <i>Neuf Chapitres</i> .
907 ~ 960	Cinq Dynasties et Dix Royaumes	
960 ~ 1279	Dynastie Song	Gravure des versions annotées et commentées des <i>Neuf Chapitres</i> , du <i>Gnomon des Zhou</i> et d'ouvrages mathématiques postérieurs aux Han.
1271 ~ 1368	Dynastie Yuan (proclamée en 1271 par Kubilai Khan, fin de la conquête des Song du Sud en 1279)	
1368 ~ 1644	Dynastie Ming	Composition de l'encyclopédie Yongle qui intègre les <i>Neuf Chapitres</i> . Introduction des mathématiques européennes. Déclin des bâtonnets de calculs en Chine au bénéfice du boulier.
1644 ~ 1911	Dynastie Qing	Entrée des <i>Neuf Chapitres</i> dans la Bibliothèque en Quatre Magasins.
1912 ~	République de Chine (proclamée le 1 <sup>er</sup> janvier 1912 à Nankin) République populaire de Chine (proclamée le 1 <sup>er</sup> octobre 1949 à Pékin)	Adoption des notations mathématiques occidentales <sup>1</sup> . Excavations de manuscrits Qin-Han inédits.

### **Le Livre sur les calculs : archéologie d'un texte excavé**

Pendant longtemps, les plus anciens écrits chinois connus traitant de mathématiques furent les *Neuf Chapitres*<sup>2</sup> et le *Gnomon des Zhou*<sup>3</sup>, ce dernier se limitant aux mathématiques utilisées dans certains calculs astronomiques alors que les *Neuf Chapitres* offrent une synthèse des savoirs mathématiques de son temps.

La version des *Neuf Chapitres* qui nous est parvenue comporte les annotations ajoutées par Liu Hui en 263 et les commentaires adjoints par Li Chunfeng et son équipe en 656. Dans son introduction, Liu Hui déclare que l'ouvrage avait

été rédigé au début des Han occidentaux par Zhang Cang et Geng Shouchang. Cela signifie que la rédaction des *Neuf Chapitres* aurait pu être achevée dès le milieu du 1<sup>er</sup> siècle avant J.-C. Mais le système d'unités de mesure utilisé dans l'ouvrage date du 1<sup>er</sup> siècle (Karine Chemla & Guo Shuchun, 2004, p. 201-202), ce qui semble impliquer que Liu Hui a « modernisé » le texte original.

Les *Neuf Chapitres*, en les synthétisant et en étoffant leur dimension théorique, ont rendu obsolètes les textes antérieurs et éliminé le besoin de les transmettre. On ne s'attendait pas à retrouver des textes plus anciens. Mais, en 1984, trois tombes Han furent découvertes sur un site d'extraction de terre d'une usine de briques à Zhangjiashan dans la ville de Jingzhou (province du Hubei). Une fouille d'urgence pendant l'hiver 1983-1984 a révélé le *Livre sur les calculs effectués avec des bâtonnets*<sup>4</sup> (titre que nous abrégeons en *Livre sur les calculs*) qui avait été inhumé dans l'une des tombes avec d'autres manuscrits. Les manuscrits et autres artefacts ont été confiés au Musée de Jingzhou et le site archéologique n'a pas été préservé.

#### La ville de Jinzhou en Chine :



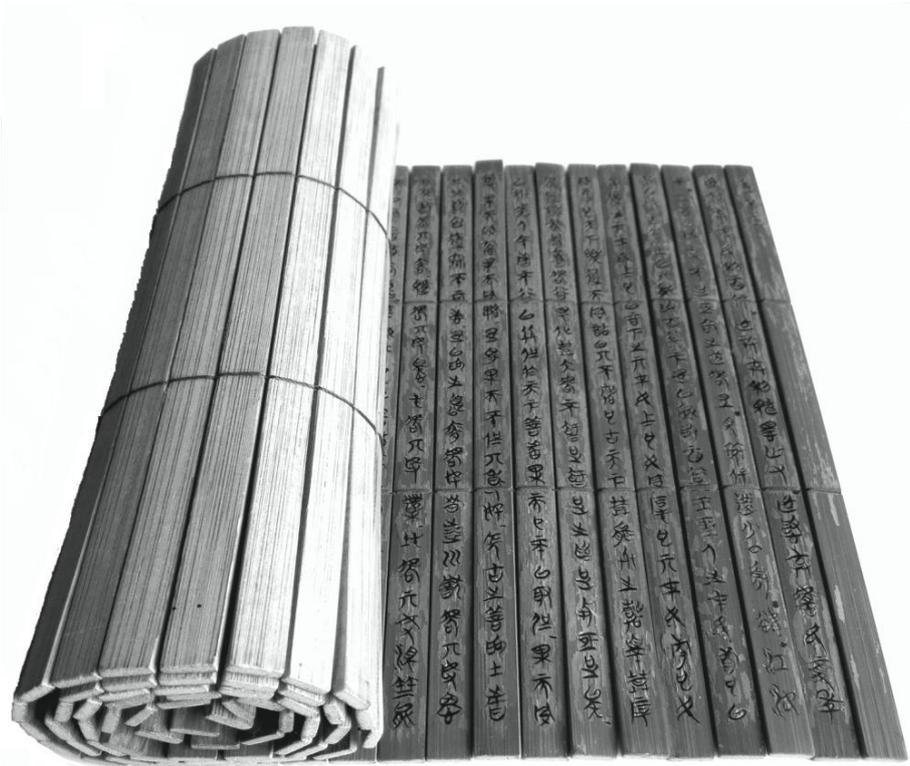
On se trouvait en présence d'un ouvrage inédit<sup>5</sup> que l'on put dater du début du 11<sup>e</sup> siècle avant J.-C. Il ne manqua pas de susciter la curiosité des historiens des mathématiques et des linguistes. Il comportait quelque 7 000 caractères écrits sur 190 lamelles de bambou mesurant 29 à 30 cm de long et 0,6 à 0,7 cm de large. Ce texte est désormais traduit en français (Rémi Anicotte, 2019).

**Titre du livre au verso d'une lamelle :**



**Le rectangle noir signale le titre qui est formé de *suàn shù* 算数  
« calculs effectués avec des bâtonnets » et de *shū* 书 « livre »  
(Rémi Anicotte, 2019, p. 97-98).**

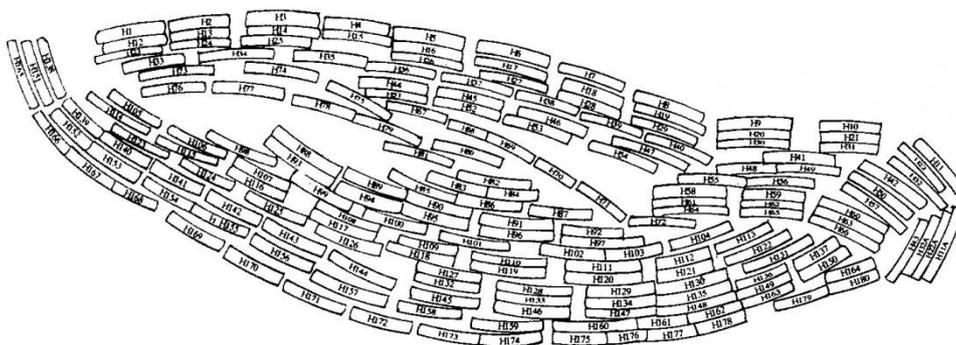
Les lamelles de bambou furent le support d'écriture principal de la Chine ancienne, au moins jusqu'au III<sup>e</sup> siècle. Ces lamelles étaient découpées sur la face extérieure de tiges de bambou, les scribes se servaient d'un pinceau pour y écrire à l'encre. On voit ci-dessous une reproduction moderne d'un ouvrage sur lamelles de bambou. Les lamelles sont placées côte à côte sur leur longueur et reliées à l'aide de ficelles, généralement sur deux rangs placés au tiers de la longueur des lamelles, il y a parfois trois rangs de ficelles. La reliure est réalisée en nouant une boucle autour d'une lamelle puis des suivantes. On se retrouve alors en présence d'un ruban continu de lamelles sur lesquelles le texte est écrit à l'encre verticalement et de droite à gauche. Pour le ranger, on l'enroule sur lui-même en spirale. La face qui porte le texte est tournée vers l'intérieur, et seul le titre écrit au dos d'une des lamelles reste visible. Voici une réplique d'un livre sur lamelle de bambou :



**Réplique d'un livre sur lamelles de bambou**  
 (Rémi Anicotte, 2019, p.20)

Dans la tombe n°247 de Zhangjiashan, les archéologues exhumèrent le *Livre sur les calculs* et six autres manuscrits aussi composés sur lamelles de bambou. On trouva par ailleurs un inventaire des objets enterrés qui mentionne « une caisse de livres ».

La coupe verticale ci-dessous schématise la disposition des 190 lamelles du *Livre sur les calculs* au moment de la découverte :



**Le *Livre sur les calculs* lors de l'excavation**  
 (Cultural Relics 2001, p.322)

La reliure du manuscrit s'est décomposée, le rouleau dont on voit ici la tranche s'est affaissé et des déplacements verticaux ont partiellement dérangé la disposition des lamelles. Les lamelles sont écrites sur une seule face sauf une, au verso de laquelle se lit le titre du manuscrit.

Les positions relatives des lamelles fournissent les premiers indices pour reconstituer l'ouvrage, mais ce sont des critères de cohérence textuelle qui permettent en dernier ressort de réordonner les lamelles, autant dire que la collation du texte est tributaire de sa compréhension.

### **La restitution du texte**

Il a fallu finalement près de seize ans entre l'excavation du *Livre sur les calculs* et la publication d'une transcription complète dans [Cultural Relics \(2000\)](#)<sup>6</sup>. La retranscription du texte est précédée des délicates tâches de préservation, restauration et photographie.

Le texte du *Livre sur les calculs* a été écrit en caractères *sigillaires*<sup>7</sup>, le style graphique imposé à tous après l'unification par Qin en – 221. Cette graphie a été transmise dans les dictionnaires, et elle a continué à s'employer comme style solennel pour certaines inscriptions gravées sur des stèles et des bronzes, par conséquent elle ne constituait pas en soi un obstacle pour les épigraphes qui retranscrivirent le texte en caractères modernes.

La langue du texte est le *chinois classique*, c'est la langue chinoise du VI<sup>e</sup> au II<sup>e</sup> siècle avant J.-C. dans laquelle ont été écrits les traités philosophiques de la période des Royaumes combattants (du V<sup>e</sup> au III<sup>e</sup> siècle avant J.-C.). C'est de plus la base de la langue lettrée en usage jusqu'au début du XX<sup>e</sup> siècle. Pourtant la langue du *Livre sur les calculs* est loin d'être aussi lisse et standardisée que celle des textes transmis comme les *Neuf Chapitres*, la compréhension du texte est parfois difficile et nécessite un travail interdisciplinaire d'archéologues, épigraphes, linguistes et historiens des mathématiques.

### **L'arrangement du manuscrit en sections**

Le manuscrit est composé de 69 sections chacune identifiée par un titre qui évoque soit la situation concrète qui sert de support à la section, soit le concept mathématique mis en œuvre. Le titre est placé en haut de la lamelle qui le porte, séparé du corps de la section par un espace où rien n'est inscrit.

Dans les 69 sections, on trouve des tables de calculs et des règles opératoires concernant les entiers et les fractions, des calculs d'aires et de volumes, de montants d'imposition, d'équivalences entre des quantités de produits agricoles dont on connaît les valeurs d'échanges. Au fil du texte sont aussi abordées des problèmes de logistique et de productivité.

Les problématiques mathématiques et les situations concrètes sur lesquelles s'appliquent des procédures sont mêlés en obéissant à un principe de progression en spirale : le texte part des calculs simples sur les entiers et les fractions, passe au maniement de la règle de trois, introduit des cas de plus en plus complexes d'affectation d'unités de mesure, aborde des calculs d'aires

et de volumes, met en relation la mise en pratique de normes administratives avec des concepts mathématiques évoqués avant, voire permute données et résultat d'un problème. De section en section se peint une fresque du savoir et de la pratique mathématique de la Chine des Han.

Une section s'ouvre souvent par l'énoncé des données initiales correspondant à une situation d'application. Est ensuite demandée une valeur numérique, puis vient la réponse. Suit une liste d'instructions précisant les calculs à effectuer pour parvenir au résultat annoncé. Le déroulé du calcul est ainsi mis en évidence, il constitue un algorithme également valide avec d'autres données numériques. Ordinairement, pour une situation donnée, un seul exemple est donné : le texte n'accumule pas les cas particuliers.

**Extraction d'une largeur**  
(Rémi Anicotte, 2019, p. 274-275)

田 纵 三十 步  
*tián zòng sān shí bù*  
champ longueur 30 *bù*  
**D'une surface de longueur 30 *bù***

为 启 广 几何 而 为 田 一 亩?  
*wéi qǐ guǎng jǐhé ér wéi tián yī mǔ*  
faire extraire largeur combien TOPIC<sup>8</sup> faire champ 1 *mǔ*  
**quelle largeur doit-on extraire pour que l'aire fasse 1 *mǔ* ?**

曰： 启 八 步。  
*yuē qǐ bā bù*  
dire extraire 8 *bù*  
**La réponse est : On extrait 8 *bù*.**

术 曰：  
*shù yuē*  
procédure dire  
**On procède comme suit :**

以 三十 步 为 法，  
*yǐ sān shí bù wéi fǎ*  
avec 30 *bù* faire diviseur  
**On prend les 30 *bù* comme diviseur,**

以 二百四十 步 为 实。  
*yǐ èr bǎi sì shí bù wéi shí*  
 avec 240 bù faire dividende  
**on prend les 240 bù [carrés] comme dividende.**

(Note de traduction : 1 *mǔ* =240 *bù*<sup>2</sup>)

启 纵 亦 如 此。<sup>9</sup>  
*qǐ zòng yì rú cǐ*  
 extraire longueur de même comme ceci  
**L'extraction d'une longueur s'opère de la même façon.**

**Volume d'un cône de grain**  
 (Rémi Anicotte, 2019, pp.258-260)

旋 粟 高 五 尺,  
*xuán sù gāo wǔ chǐ*  
 cercle grain hauteur 5 *chǐ*  
**Pour un cône de grain dont la hauteur fait 5 *chǐ* et**

下 周 三 丈,  
*xià zhōu sān zhàng*  
 dessous circonférence 3 *zhàng*  
**la circonférence de la base 3 *zhàng*,**  
 (Note de traduction : 1 *zhàng* =10 *chǐ*)

积 百二十五 尺。<sup>10</sup>  
*jī bǎi èr shí wǔ chǐ*  
 volume 125 *chǐ*  
**le volume est 125 *chǐ* [cubes]<sup>11</sup>.**

Le texte stipule aussi des règles générales comme les suivantes :

**Procédure de multiplication des fractions**  
 (Rémi Anicotte, 2019, p. 104-105)

分 乘 分 术 皆 曰:  
*fēn chéng fēn shù jiē yuē*  
 fraction multiplier fraction procédure tout dire  
**Pour multiplier des fractions on procède toujours comme suit :**

母 相 乘 为 法,  
*mǔ xiāng chéng wéi fǎ*  
 dénominateur l'un l'autre multiplier faire diviseur  
**Les dénominateurs se multiplient entre eux donnant le diviseur,**

子 相 乘 为 实。<sup>12</sup>  
*zǐ xiāng chéng wéi shí*  
 numérateur l'un l'autre multiplier faire dividende  
**les numérateurs se multiplient entre eux donnant le dividende.**

### Règle sur la variation des fractions (Rémi Anicotte, 2019, p. 109-110)

增 分 者, 增 其 子;  
*zēng fēn zhě zēng qí zǐ*  
 augmenter fraction NOMINALISATION<sup>13</sup> augmenter son numérateur  
**Pour augmenter une fraction, on augmente son numérateur ;**

減 分 者, 增 其 母。<sup>14</sup>  
*jiǎn fēn zhě zēng qí mǔ*  
 diminuer fraction NOMINALISATION augmenter son dénominateur  
**Pour diminuer une fraction, on augmente son dénominateur.**

Le texte comprend des énumérations qui forment autant de tables numériques prêtes à l'emploi ou qui sont une aide à la compréhension et à l'appropriation d'un type de calcul, par exemple :

### Extrait d'une table de produits de fractions (Rémi Anicotte, 2019, p. 106)

五分 乘 五分, 二十五分 一。  
*wǔ fēn chéng wǔ fēn èr shí wǔ fēn yī*  
 5 fēn multiplier 5 fēn 25 fēn 1  
**1/5 fois 1/5, cela fait 1/25.**

四分 乘 四分, 十六分 一。  
*sì fēn chéng sì fēn shí liù fēn yī*  
 4 fēn multiplier 4 fēn 16 fēn 1  
**1/4 fois 1/4, cela fait 1/16.**

La lecture du manuscrit nous donne l'occasion d'une flânerie dans la Chine du début de la dynastie Han en évoquant certains aspects de la vie matérielle comme les bâtonnets utilisés pour effectuer les calculs, l'agronomie, le travail

des tisserandes et des coupeurs de bambou, la confection des flèches empennées, la nourriture des chevaux de relais, le transport du charbon de bois, la fonte du bronze, un test d'hydratation de la laque, le décreusage de la soie, les proportions d'une préparation grasse, la mesure et l'imposition des champs, les valeurs d'échanges des produits agricoles, les emprunts avec intérêts, la rémunération des services médicaux, la forme et des dimensions des tombes et des greniers à paille.

### Fabrication de tubes de bambous

(Rémi Anicotte, 2019, p. 233-235)

一 日 伐 竹 六十 箇，  
*yī rì fá zhú liù shí gè*  
 1 jour abattre bambou 60 CLASSIFICATEUR

**En 1 jour on abat 60 bambous,**

一 日 为 卢唐 十五，  
*yī rì wéi lútáng shí wǔ*  
 1 jour faire tube de bambou 15

**en 1 jour on débite 15 tubes de bambou,**

一 竹 为 三 卢唐。  
*yī zhú wéi sān lútáng*  
 1 bambou faire 3 tube de bambou

**1 tige de bambou donne 3 tubes.**

欲 令 一 人  
*yù lìng yī rén*  
 souhaiter CAUSATIF 1 personne

**On voudrait qu'une seule personne**

自 伐 竹 因 为 卢唐。  
*zì fá zhú yīn wéi lútáng*  
 soi-même couper bambou pour faire tube de bambou  
**coupe les bambous elle-même afin de confectionner les tubes.**

一 日 为 几何？ 曰：  
*yī rì wéi jǐhé yuē*  
 1 jour faire combien dire

**Combien sont fabriqués en 1 jour ? La réponse est :**

为 十三 卢唐 四分 之 三。  
*wéi shí sān lú táng sì fēn zhī sān*  
 faire 13 tube de bambou 4 fēn zhī 3

**On fabrique 13 tubes 3/4.**

术 曰： 以 六十 为 法，  
*shù yuē yǐ liù shí wéi fǎ*  
 procédure dire avec 60 faire diviseur

**On procède comme suit : de 60 on fait le diviseur,**

以 五十五 乘 十五 为 实。<sup>15</sup>  
*yǐ wǔ shí wǔ chéng shí wǔ wéi shí*  
 avec 55 multiplier 15 faire dividende

**on multiplie 15 par 55 pour faire le dividende.**

### Chevaux de relais

(Rémi Anicotte, 2019, p. 153-155)

传 马 日 三 匹  
*chuán mǎ rì sān pǐ*  
 transmettre cheval jour 3 CLASSIFICATEUR

**Quotidiennement trois chevaux de relais**

共 刍 稿 二 石  
*gòng chú gǎo èr shí*  
 ensemble paille foin 2 shí

**partagent 2 shí de paille et de foin**

令 刍 三 而 稿 二。  
*lìng chú sān ér gǎo èr*  
 CAUSATIF paille 3 CONJONCTION<sup>16</sup> foin 2  
**de sorte que l'on ait 3 parts de paille pour 2 parts de foin.**

今 马 一 匹 前 到，  
*jīn mǎ yī pǐ qián dào*  
 actuel cheval 1 CLASSIFICATEUR avant arriver

**Considérons qu'un cheval arrive avant les autres,**

问 予 刍 稿 各 几何。  
*wèn yǔ chú gǎo gè jǐhé*  
 demander donner paille foin chacun combien  
**on demande combien on lui donne de paille et de foin respectivement.**

曰：

yuē

dire

**La réponse :**

予 刍 四 斗、 稿 二 斗 大半 斗。  
yǔ chú sì dòu gǎo èr dòu tài bàn dòu  
donner paille 4 dòu foin 2 dòu 2/3 dòu

**On lui donne 4 dòu de paille et 2 dòu et 2/3 de dòu de foin.**

术

曰：

shù

yuē

procédure

dire

**On procède comme suit :**

置 刍 三、 稿， 二 并 之，  
zhì chú sān gǎo èr bìng zhī  
poser paille 3 foin 2 grouper cela

**On pose 3 pour la paille et 2 pour le foin, on les ajoute,**

以 三 马 乘 之 为 法，  
yǐ sān mǎ chéng zhī wéi fǎ  
avec 3 cheval multiplier cela faire diviseur  
**on multiplie cette somme par 3 chevaux pour avoir le diviseur,**

以 二 石 遍 乘 所 置  
yǐ èr shí biàn chéng suǒ zhì  
avec 2 shí partout multiplier ce que poser

**on multiplie par 2 shí tous les nombres posés**

(Note de traduction : on multiplie par 20 dòu car 1 shí=10 dòu)

各 自 为 实。<sup>17</sup>  
gè zì wéi shí  
chacun soi-même faire dividende  
**pour qu'ils forment les dividendes respectifs.**

### Les bâtonnets de calculs

Dans le texte du *Livre sur les calculs*, les nombres sont écrits avec les mots de la langue courante. Et, quand il faut effectuer un calcul, les nombres sont représentés avec des bâtonnets<sup>18</sup> sur une surface plane. Ces bâtonnets étaient le principal outil de calcul. On en a retrouvé sur plusieurs sites archéologiques Han. Ils se présentent sous la forme d'un parallélépipède rectangle d'environ 12 cm de long, ils étaient fabriqués en bambou, en os ou en ivoire<sup>19</sup>.

Le texte est parsemé d'instructions comportant le terme *zhì* 置 « poser [sur la surface de calcul] », mais il n'explicite pas la disposition des données numériques sur la surface de travail et ne mentionne aucune des routines de calcul mises en œuvre ; ces questions devaient donc sembler élémentaires aux auteurs et lecteurs du *Livre sur les calculs* et ne relevaient pas du même ordre de préoccupation que les situations et les procédures exposées dans le texte. Par ailleurs, la comparaison des écritures du manuscrit du *Livre sur les calculs* a montré que certaines sections avaient été réalisées à deux mains (Karine Chemla et Daniel Morgan 2016). On ne sait pas si les deux personnes étaient seulement des scribes ou bien des auteurs à part entière. Ce que l'on voit est une frappante répartition des tâches : une main écrit les instructions de calculs tandis que l'autre note les réponses numériques. Comme si le traitement des exemples numériques avec les bâtonnets de calculs se faisait en décalé par rapport à l'écriture du texte des instructions de calculs et des données.

Ce que nous savons du maniement des bâtonnets de calculs provient d'une ancienne tradition mathématique d'origine chinoise<sup>20</sup> mais partagée aussi avec le Japon et la Corée. Ils étaient disposés sur une surface plane formant des figures qui représentaient les chiffres de 1 à 9. La notation des nombres est ainsi positionnelle et décimale. Deux séries de figures différentes étaient utilisées en alternance afin de renforcer le marquage du rang décimal de chaque chiffre avec des traits verticaux pour les ordres pairs (unités  $10^0$ , centaines  $10^2$ , etc.) et horizontaux pour les ordres impairs (dizaines  $10^1$ , milliers  $10^3$ , etc.). Voici ces dispositions :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Rangs d'ordre pair : unités, centaines, etc.</i>						┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
<i>Rangs d'ordre impair : dizaines, milliers, etc.</i>	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	└	└└	└└└	└└└└

**Représentation des chiffres avec des bâtonnets de calculs.**

(Rémi Anicotte, 2019, p.70)

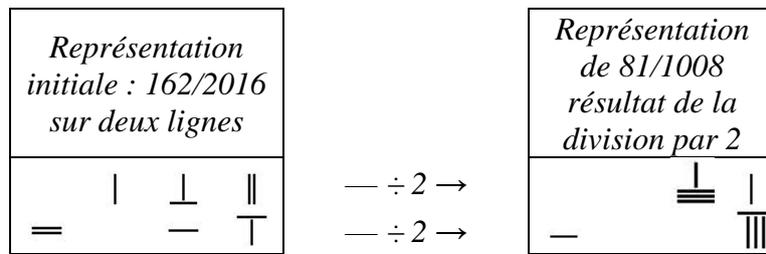
Ainsi 371 est représenté par  $||| \perp |$  alors que 3 710 est représenté par  $\equiv \perp \text{—}$ . Notre zéro, dans un nombre comme 207, était signalé par une position vide sur la surface de calcul. Les utilisateurs devaient marquer la position de l'unité d'une façon ou d'une autre pour que l'on sache, par exemple, si la succession des trois symboles  $||| \perp |$  doit être interprétée comme 37 100 ou 371, ou pour éviter le même genre d'équivoque entre 3 710 et 371 000 pour la représentation  $\equiv \perp \text{—}$ .

Ces bâtonnets permettaient une représentation dynamique des nombres et servaient d'instruments de calcul. La force de cet outil réside dans sa capacité à représenter simultanément plusieurs nombres sur la surface de calcul, ce

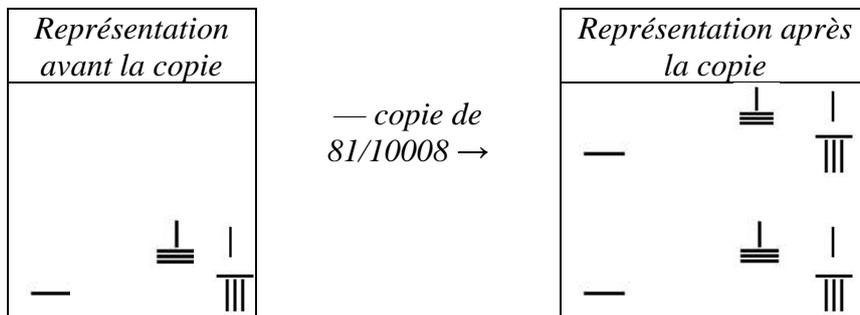
que ne permettent de faire les calculettes électroniques que depuis les années 1990, et ce que l'on peut faire avec un boulier chinois<sup>21</sup> en plaçant des entiers côte-à-côte (mais pas verticalement). Par exemple, on pouvait représenter un nombre composé de la somme d'un entier et d'une fraction indiquant son numérateur et son dénominateur. On pouvait représenter ensemble toutes les données d'une situation de proportionnalité, voire des termes consécutifs de suites géométriques. On bénéficie ainsi des performances du calcul écrit, tout en faisant l'économie du matériel d'écriture.

**Exemple d'utilisation des bâtonnets de calcul**  
(d'après Rémi Anicotte, 2019, p. 72-75)

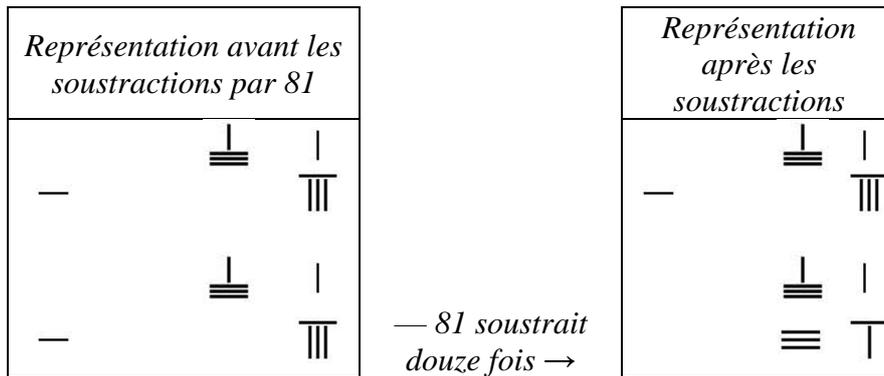
À titre d'illustration, reconstituons la façon dont se déroulait la simplification de la fraction 162/2 016 avec des bâtonnets de calculs. On commence par effectuer une division par 2 et on obtient 81/1 008 :



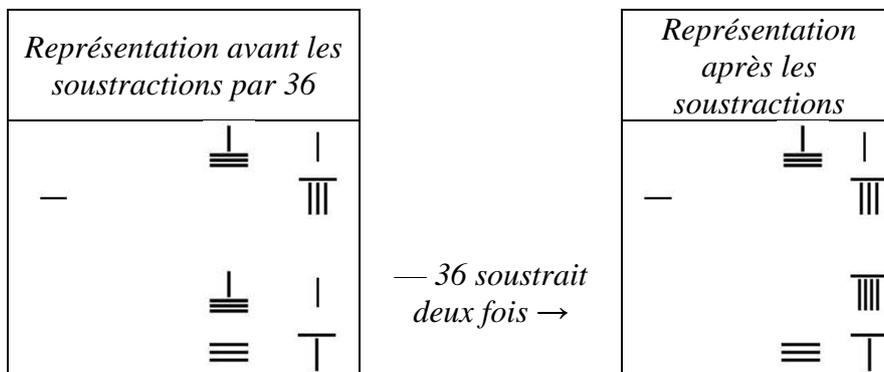
On fait une copie auxiliaire de la fraction 81/1008 :



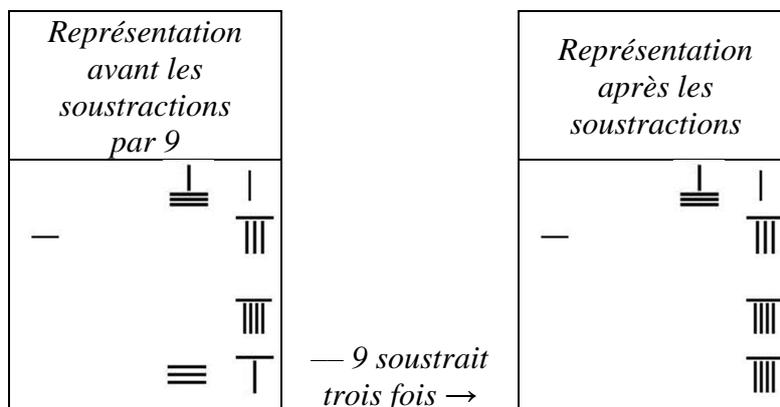
Sur l'une des deux représentations de 81/1 008 on soustrait 12 fois le numérateur 81 du dénominateur 1008 jusqu'à obtenir 36 auquel on ne peut plus soustraire 81 ; on interrompt alors les soustractions et on aboutit à la représentation ci-dessous avec toujours 81 en haut et 36 sur la ligne suivante :



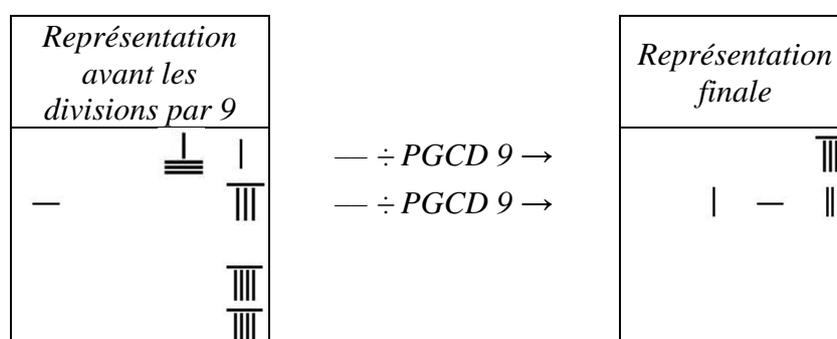
On soustrait maintenant 36 de 81, et après deux soustractions on obtient 9; cette valeur étant inférieure à 36, on ne peut plus soustraire et on arrive à la configuration ci-dessous avec 9 en haut et 36 sur la ligne suivante :



On soustrait maintenant 9 de 36, après trois soustractions on obtient 9, qui est justement la valeur du nombre que l'on soustrait ; on sait alors que le PGCD est 9 et on interrompt les soustractions. Notons que c'est nous qui parlons en termes de « PGCD », pas le texte. La configuration sur la surface de calcul est désormais :



On peut maintenant revenir à la fraction initiale en copie. On divise son numérateur 81 et son dénominateur 1 008 par leur PGCD 9 et on obtient finalement la fraction irréductible 9/112 :



Trouver le PGCD 9 nécessite deux divisions par 2, une copie, douze soustractions par 81, deux soustractions par 36, trois soustractions par 9. Ensuite on doit encore calculer les quotients  $81 \div 9 = 9$  et  $1\ 008 \div 9 = 112$ . Toutes les opérations sont réalisées sur la surface de travail à l'aide de la représentation dynamique simultanée de plusieurs lignes de données numériques et sans trace écrite.

### La pratique mathématique que reflète le manuscrit

Toute activité mathématique se réalise dans le cadre d'une culture intellectuelle et d'une culture de travail spécifiques. Karine Chemla disait justement :

*On considère souvent les mathématiques comme une production éthérée qui planerait au-dessus des mathématiciens. Or faire des mathématiques est une activité concrète qui mobilise une manière de travailler. C'est une "culture de travail" et, de fait, dans le passé aussi bien que dans le monde contemporain, on peut identifier des "cultures de travail" différentes. Cela ancre les mathématiques dans le réel. [...] En Chine comme ici, 2 et 2 font 4. En revanche, divers milieux en Chine ancienne ont élaboré des manières différentes de pratiquer les mathématiques. Ils ne se sont pas posé les mêmes questions, on n'a pas suivi les mêmes pistes partout.<sup>22</sup>*

Il serait donc trop réducteur de se limiter à un simple inventaire des connaissances mathématiques présentes dans le *Livre sur les calculs*, et il faut aussi se confronter à la forme du texte et à la pratique mathématique dont il témoigne. Étudier cette pratique, c'est cerner les problèmes qui sont posés et la manière dont ils sont abordés et résolus. C'est aussi analyser la façon dont est présenté textuellement le savoir que les auteurs ont élaboré et qu'ils voulaient transmettre.

Agathe Keller (2000, p.19) écrit au sujet d'un texte sanskrit :

*La comparaison entre différentes traditions nous incite à considérer l'aspect culturel de l'activité mathématique. [...] le texte [...] met sans cesse en lumière les présupposés textuels et intellectuels de notre conception contemporaine des mathématiques.*

Ce serait donc finalement la force d'inertie de nos propres habitudes qui ferait écran et empêcherait la perception d'approches allogènes, des approches et pratiques dont les spécificités nous amènent en un jeu de miroirs à prendre conscience de nos propres habitudes de pensées.

Que nous apprend le *Livre sur les calculs* de la pratique mathématique de ses auteurs et lecteurs ? Le traité enterré avec le défunt doit-il être envisagé comme un livre pratique qui était indispensable aux activités professionnelles de son propriétaire ou au contraire comme le signe d'un intérêt personnel pour les mathématiques ?

Nous ne connaissons pas le contexte de lecture et d'utilisation du *Livre sur les calculs*, mais nous savons au moins que les mathématiques avaient leur place dans l'éducation et le travail des lettrés-fonctionnaires ; par exemple, certains articles des *Lois et décrets de la deuxième année* découverts dans la même tombe que le *Livre sur les calculs* comportent des modalités de taxation dont l'application supposait de savoir calculer. Dans le *Livre sur les calculs*, on constate l'omniprésence des problématiques de taxation en nature de la production agraire, d'équivalence de valeurs des denrées agricoles, de normalisation de l'artisanat ; autant de thèmes administratifs qui montrent que les mathématiques de l'époque Qin-Han étaient le fait des lettrés-fonctionnaires. Il y a aussi la présence du prix de divers produits qui nous place dans le cadre d'une économie monétarisée, voire financiarisée avec la mention d'un prêt à intérêts. On observe en filigrane l'usage des bâtonnets de calculs pour représenter les entiers et les fractions, mais le texte ne donne pas les routines de calculs. Le maniement de l'outil de calcul devait se transmettre oralement de maître à élève et est considéré élémentaire pour un lecteur du traité. Cela nous permet de penser qu'il ne s'agit pas un manuel pour grands débutants.

On voit que pour répondre à nos questions, nous devons interroger la réalité brute du texte et dégager l'organisation des sections et des propositions, reconstruire le rôle des instruments de calculs, extrapoler les modes oraux et écrits de l'accumulation et de la transmission du savoir et des méthodes.

La rédaction de certaines règles générales laisserait entrevoir une fonction mnémotechnique, on pourrait supposer qu'elles s'apprenaient par cœur. Mais alors pourquoi, comme on le voit, donner des formulations différentes pour la règle de multiplication des fractions respectivement à la fin de deux sections différentes ? Pourquoi le texte de certaines sections proposerait-il une procédure alternative après en avoir exposé une première qui pourrait suffire ? Il s'agirait peut-être plutôt de mettre en évidence ce qui reste invariant lorsqu'un élément est modifié. Dans le même ordre d'idée, on voit la permutation des données numériques des exemples de certaines sections

ou des mentions d'inversion des procédures de calcul de l'aire d'un rectangle et de l'extraction de l'un de ses côtés. Ces inversions et permutations ne semblent pas destinées à vérifier des calculs, mais visent plutôt à établir un lien conceptuel entre deux procédures. Ce sont finalement autant de « problèmes avec variations » qui sont l'une des caractéristiques de la didactique chinoise des mathématiques<sup>23</sup>.

Les procédures étaient-elles consultées quand se faisait sentir le besoin de résoudre un problème ? Si c'était le cas, alors pourquoi ne pas avoir une organisation thématique distinguant par exemple clairement les calculs sur les valeurs d'échange volumique des produits agricoles, d'une part, et l'imposition des champs, d'autre part ?

L'usage occasionnel du *Livre sur les calculs* comme vade-mecum pratique ne saurait être exclu. Mais on aurait certainement tort de le réduire à cette seule fonction et d'en sous-estimer la valeur intellectuelle. Notre difficulté à lire certaines sections nous fait comprendre qu'il ne s'agit pas de simples algorithmes effectuables en aveugle. On voit aussi des explications et des justifications, des préoccupations concernant l'homogénéisation des unités, parfois la mise en relation de plusieurs procédures.

Souvent la lecture d'une section du texte ne saurait être linéaire, l'énoncé d'une procédure ne se comprend qu'en suivant le déroulé d'un exemple pas à pas. L'entendement d'une section donnée se voit fréquemment confirmé et renforcé par la lecture d'une autre qui propose une variation, soit en modifiant la nature des données numériques, soit en permutant les rôles des données et du résultat.

Finalement, il nous semble que l'on a affaire à un ouvrage d'approfondissement pour amateurs éclairés (on n'ose parler de mathématiciens professionnels car évoquer un tel statut serait probablement anachronique). La seule forme de discussion présente dans le texte est la mention de procédures alternatives. En revanche on chercherait en vain des analyses des objets mathématiques, à part les descriptions succinctes des solides par l'énoncé de leurs mesures. L'absence de recherche de preuve est aussi frappante, sauf évidemment à accepter comme preuves les cas de validation d'une procédure par la procédure inverse ou par un jeu de variations du rôle des données, des preuves indirectes, non discursives<sup>24</sup>. Tout cela nous conduit à penser que les activités spéculatives ne passaient pas communément par l'écrit, mais survenaient plutôt lors de discussions de vive voix dans la veine des débats philosophiques de l'époque des Royaumes combattants.

Pour élucider les points qui restent encore énigmatiques dans le *Livre sur les calculs*, on espère des avancées sur le texte lui-même, elles surviendront peut-être le jour où la photographie au scanner infrarouge, ou autre technique d'imagerie, sera utilisée sur les lamelles de Zhangjiashan, les rectos des lamelles, et aussi les versos sur lesquels se sont possiblement décalqués des fragments d'écriture. La divulgation de davantage de textes excavés est

également attendue, ils offriront de nouvelles opportunités de comparaison et de mise en perspective des textes et de leur contexte culturel et sociétal. Toujours est-il que ce manuscrit excavé permet d’approfondir nos connaissances sur la culture mathématique chinoise dans ses pratiques. Avant, nous avions seulement la vision qu’offraient les *Neuf Chapitres* ou la vision déformée véhiculée par les Jésuites<sup>25</sup>.

### **Bibliographie**

↑ANICOTTE Rémi, 2014, « Mathématiques occidentales en Chine du XVI<sup>e</sup> au XX<sup>e</sup> siècle », in MOYON Marc, PESTEL Marie-José & JANVIER Martine (dir.), *Maths express : au carrefour des cultures*, Paris : Comité international des jeux mathématiques (CIJM), p. 65-69.

↑ANICOTTE Rémi, 2019, *Le livre sur les calculs effectués avec des bâtonnets – Un manuscrit du -II<sup>e</sup> siècle excavé à Zhangjiashan*, Paris : Presses de Inalco.

↑BARTOLINI BUSSI Maria Giuseppina, CANALINI Rita, FERRI Franca, 2011, *Towards Cultural Analysis of Content: Problems with Variation in Primary School*, in NOVOTNÁ Jarmila & MORAOVA Hana (ed.), *Proceedings of the International Symposium Elementary Maths Teaching 11*, Prague: Université Charles, Prague, p. 9–20.

↑BRÉARD Andrea, 2004, « La traduction d’ouvrages de mathématiques en Chine à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle : un processus d’introduction et d’intégration », in CROZET Pascal & HORIUCHI Annick (dir.), *Traduire, transposer, naturaliser : la formation d’une langue scientifique moderne hors des frontières de l’Europe au XIX<sup>e</sup> siècle*, Paris : L’Harmattan, p. 123-146.

↑CHEMLA Karine, 2016, “Proof, Generality and the Prescription of Mathematical Action: A Nanohistorical Approach to Communication”, *Centaurus* (Journal of the European Society for the History of Science, John Wiley & Sons Pte Ltd.), Vol. 57, No. 4, p. 278-300.

↑CHEMLA Karine, GUO Shuchun, 2004, *les Neuf Chapitres : le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires (édition critique bilingue chinois-français)*, Paris : Dunod.

↑CHEMLA Karine, MORGAN Daniel, 2016, 也有輪着寫的：張家山漢簡《算數書》寫手與篇序初探 (There is Also Writing in Turns: Initial Investigation of the Hands and Compilational Order of the Han Bamboo Manuscript Suan Shu Shu from Zhangjiashan), 簡帛第 (十二輯) (*Bamboo and Silk Manuscripts [12<sup>th</sup> Compilation]*), Shanghai : Shanghai Classics Publishing House, p. 235-251.

↑CULLEN Christopher, 2004, *The Suàn Shù Shū* 算數書 “*Writings on reckoning*”: A Translation of a Chinese Mathematical Collection of the Second Century BC, with Explanatory Commentary, Cambridge, UK: Needham Research Institute.

↑Cultural Relics 2000 :江陵张家山汉简整理小组 (collectif : équipe de collation des lamelles de bambou de Zhangjiashan à Jiangling), 2000, 江陵张家山汉简《算数书》释文 (*Transcription of Bamboo Suanshushu or A Book of Arithmetic from Jiangling*), *Cultural Relics* (Beijing), No. 9, p. 78-84.

↑Cultural Relics 2001 :張家山二四七號漢墓竹簡整理小組 (collectif : équipe de collation des lamelles de bambou de la tombe Han n° 247 de Zhangjiashan), 2001, 張家山漢墓竹簡(二四七號墓) (Lamelles de bambou de Zhangjiashan [tombe Han n° 247]), Beijing: Cultural Relics Press.

↑DAUBEN Joseph W., 2008, “*Suan Shu Shu*, a Book on Numbers and Computations. English Translation with Commentary”, *Archive for History of Exact Sciences* (Berlin: Springer), Vol. 62, No. 2, p. 91-178.

↑HORNG Wann-Sheng [洪萬生], LIN Cangyi [林倉億], SU Huiyu [蘇惠玉], SU Junhong [蘇俊鴻], 2006, 數之起源：中國數學史開章《算數書》 (*À l'origine des nombres : le Suan shu shu, le premier chapitre de l'histoire des mathématiques en Chine*), Taipei: The Commercial Press.

↑HU Yitao [胡憶濤], 2006, 張家山漢簡《算数書》整理研究 (*Study on the Compilation of the Suan Shu Shu Excavated in Zhangjiashan*) (mémoire de master), Chongqing : Southwest University.

↑JOCHI Shigeru [城地茂], 2001, 《算數書》日本訳 (Japanese Translation of the Suan Shu Shu), *Bulletin of Wasan Institute* (Tokyo), No. 4, p. 19-46.

↑KELLER Agathe, 2000, *Un commentaire indien du VII<sup>e</sup> siècle – Bhāskara et le gaṇita-pāda de l'Āryabhaṭīya* (thèse de doctorat), Paris : université Paris-VII.

↑ŌKAWA *et al.*, 2006 : 張家山《算数書》研究会 (collectif, Ōkawa Toshitaka [大川俊隆] [ed.]), 2006, 漢簡《算数書》：中国最古の数学書 (Le *Suan shu shu*, un livre de la dynastie Han écrit sur lamelles de bambou : le plus ancien texte mathématique chinois), Kyōto: Hōyū shoten.

↑PENG Hao [彭浩], 2001, 張家山漢簡《算術書》注釋 (*Édition commentée du Suan shu shu, un texte Han sur lamelles de bambou excavé à Zhangjiashan*), Beijing: Science Press.

↑VOLKOV Alexei, 2001, «Le bacchette» (Les bâtonnets de calculs), in VOLKOV Alexei, CHEMLA Karine, QU Anjing (eds.), *Enciclopedia italiana. Storia della scienza. La scienza in Cina: dai Qin-Han ai Tang. La matematica*, Rome: Istituto della Enciclopedia italiana: [en ligne](#).

---

<sup>1</sup> On pourra se reporter à [Andrea Bréard \(2004\)](#) et [Rémi Anicotte \(2014\)](#).

<sup>2</sup> Les *Neuf Chapitres* ou *Neuf Chapitres sur les procédures mathématiques*, en chinois *Jiǔ zhāng suàn shù* 九章算術, caractères traditionnels 九章算術.

<sup>3</sup> Le *Gnomon des Zhou* en chinois *Zhōu bì suàn jīng* 周髀算經, caractères traditionnels 周髀算經.

<sup>4</sup> *Livre sur les calculs effectués avec des bâtonnets*, en chinois *Suàn shù shū* 算數書, caractères traditionnels 算數書.

<sup>5</sup> Aujourd’hui trois autres longs textes mathématiques de l’époque Qin-Han sont connus : *Nombres* [*Shù* 數, caractère traditionnel 數], *Procédures de calcul* [*Suànshù* 算術, caractères traditionnels 算術] et les écrits mathématiques datés des Qin et conservés à l’université de Pékin. Il y a aussi des textes fragmentaires : la table de multiplication sur une lamelle de bois du royaume de Qin peu avant l’unification de – 221 et qui fut découverte à Liye en 2002 parmi un amas de pièces administratives ; une autre table qui fait partie du lot de lamelles datées des Royaumes combattants conservées à l’université Tsinghua et qui est actuellement datée de – 305, soit un siècle plus tôt que la table de Liye ; le *Livre des procédures de calcul* [*Suàn shù shū* 算術書, caractères traditionnels 算術書] qui date des Han occidentaux et qui ne comporte qu’une trentaine de lamelles en mauvais état excavées en 1977 ; enfin les tables et bribes de problèmes sur des lamelles du 1<sup>er</sup> siècle excavées en 1974 à Juyan et sur du papier et des lamelles de bois provenant de la cave n° 17 de Dunhuang (elle renfermait des manuscrits datés du v<sup>e</sup> au x<sup>e</sup> siècle).

<sup>6</sup> Après la divulgation du texte par [Cultural Relics \(2000\)](#), furent publiés : [Peng Hao \(2001\)](#) qui annote le texte mais n’en donne pas de traduction en chinois moderne, [Jochi Shigeru \(2001\)](#) donne une traduction japonaise, [Christopher Cullen \(2004\)](#) offre une première traduction anglaise, [Ōkawa et al. \(2006\)](#) donnent une seconde traduction japonaise accompagnée d’une traduction en chinois moderne de Ma Biao, [Horng Wann-Sheng et alii \(2006\)](#) et [Hu Yitao \(2006\)](#) donnent de nouvelles traductions en chinois moderne, [Joseph W. Dauben \(2008\)](#) donne une nouvelle traduction anglaise, [Rémi Anicotte \(2019\)](#) reprend le texte original et en donne une traduction française.

<sup>7</sup> Le style *sigillaire*, en chinois *zhùànshū* 篆書, caractères traditionnels 篆書.

---

<sup>8</sup> Le morphème *ér* 而 ici « topicalise » ce qui précède et permet de former une proposition qui exprime le but.

<sup>9</sup> En caractères traditionnels : 田縱三十步為啟廣幾何而為田一畝？曰：啟八步。術曰：以三十步為法，以二百四十步為實。啟縱亦如此。

<sup>10</sup> En caractères traditionnels : 旋粟高五尺，下周三丈，積百二十五尺。

<sup>11</sup> Avec 3 pour  $\pi$ , la circonférence de 30 *chǐ* (puisque 3 *zhàng* font 30 *chǐ*) correspond à un rayon de 5 *chǐ*. Nous pouvons alors calculer le volume  $V_{\text{cône}} = 1/3 \times \pi \times \text{rayon de base}^2 \times \text{hauteur}$ , ce qui fait bien 125 *chǐ*<sup>3</sup> toujours avec la valeur approchée 3 pour  $\pi$ .

<sup>12</sup> En caractères traditionnels : 分乘分術皆曰：母相乘為法，子相乘為實。

<sup>13</sup> La « nominalisation » avec le morphème *zhě* 者 permet de former une proposition indiquant le but.

<sup>14</sup> En caractères traditionnels : 增分者，增其子；減分者，增其母。

<sup>15</sup> En caractères traditionnels : 一日伐竹六十箇，一日為盧唐十五，一竹為三盧唐。欲令一人自伐竹因為盧唐。一日為幾何？曰：為十三盧唐四分之三。術曰：以十六為法，以五十五乘十五為實。

<sup>16</sup> Le morphème *ér* 而 sert ici de conjonction, ailleurs il peut permettre de « topicaliser » un élément ou une proposition.

<sup>17</sup> En caractères traditionnels : 傳馬日三匹共芻槁二石令芻三而槁二。今馬一匹前到，問予芻槁各幾何。曰：予芻四斗、槁二斗大半斗。術曰：置芻三、槁二并之，以三馬乘之為法，以二石遍乘所置各自為實。

<sup>18</sup> Bâtonnets de calculs appelés *suànchóu* 算籌 en chinois, caractères traditionnels 算籌.

<sup>19</sup> D'après [Alexei Volkov \(2001\)](#) qui se fonde sur des sources archéologiques.

<sup>20</sup> Les sources écrites les plus anciennes sont trois textes chinois transmis dont la rédaction s'échelonne entre le IV<sup>e</sup> et le VIII<sup>e</sup> siècle : le *Classique de calcul de M<sup>e</sup> Sun* [*Sūnzǐ suàn jīng* 孫子算經 (caractères traditionnels 孫子算經)], le *Classique de calcul de Xiahou Yang* [*Xiàhóu Yáng suàn jīng* 夏侯陽算經 (caractères traditionnels 夏侯陽算經)], le *Classique de calcul de Zhang Qiujian* [*Zhāng Qiūjiàn suàn jīng* 張邱建算經 (caractères traditionnels 張丘建算經)].

<sup>21</sup> Le boulier (*suànpán* 算盤 en chinois, caractères traditionnels 算盤) est apparu en Chine au plus tard au XII<sup>e</sup> siècle sous les Song, mais il est possible qu'il ait été connu bien avant. Toujours est-il que son usage a fini par supplanter celui des bâtonnets de calculs au XVII<sup>e</sup> siècle.

<sup>22</sup> Extrait d'une interview de Karine Chemla parue en novembre 2011 dans *Sciences et avenir* (Paris), n<sup>o</sup> 777, p. 52-55.

<sup>23</sup> Sur le sujet des « problèmes avec variations » (*biànshì* 變式 en chinois, caractères traditionnels 變式), on peut se référer à la présentation de [Bartolini Bussi et al. \(2011\)](#).

---

<sup>24</sup> [Karine Chemla \(2016, 278-280\)](#) critique les discours qui réduisent les mathématiques anciennes non grecques à une accumulation de recettes calculatoires sans justification ni préoccupation conceptuelle. Elle ne voit là que des simplifications qui passent à côté des passages explicatifs et empêchent d'en dégager la forme particulière.

<sup>25</sup> Sur le rôle des Jésuites dans les mathématiques chinoises on pourra consulter [Rémi Anicotte \(2014\)](#).