



HAL
open science

L'enseignement des mathématiques dans la formation des ingénieurs : rôle et place de la preuve ?

Marthe Gardan, Elias Khoury, Hubert Lallement, J.-F. Noël, Cécile Ouvrier-Bufferet, Hussein Sabra

► To cite this version:

Marthe Gardan, Elias Khoury, Hubert Lallement, J.-F. Noël, Cécile Ouvrier-Bufferet, et al.. L'enseignement des mathématiques dans la formation des ingénieurs : rôle et place de la preuve ?. Ecole d'été de didactique des mathématiques, ARDM, 2017, Paris, France. pp.679-682. hal-03449850

HAL Id: hal-03449850

<https://hal.science/hal-03449850>

Submitted on 9 Jun 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES INGÉNIEURS : ROLE ET PLACE DE LA PREUVE ?

Marthe Gardan, Elias Khoury, Hubert Lallement, Jean-François Noël¹, Cécile Ouvrier-
Buffet, Hussein Sabra²

RESUME

Nous interrogeons la conception et la mise en œuvre de séquences d'enseignement dans le cadre de la formation des ingénieurs permettant aux étudiants d'enrichir leur pratique d'une activité mathématique. Ce texte revient sur les cadres théoriques mobilisables dans un tel questionnement et sur la méthodologie retenue dans le cadre d'un travail conduit à l'IREM de Reims en collaboration avec l'UTT (Université de Technologie de Troyes).

Nous présentons ici l'état de ce travail : un focus est fait en particulier sur le concept mathématique de suites. Ce concept a été retenu pour différentes raisons. La littérature existante en didactique est conséquente. De plus, il se prête à la recherche de situations permettant un travail effectif avec les étudiants sur différents types de raisonnement et sur les liens avec des problèmes mathématiques qui pourraient être spécifiques à la formation des ingénieurs.

Mots clefs : formation des ingénieurs, raisonnements, preuve, suites, activité mathématique.

ABSTRACT

We aim at studying the design and the implementation of teaching sequences for engineering courses in order to improve students' mathematical activity. The context of our research is a collaborative work conducted with IREM of Reims and UTT (Université de Technologie de Troyes). This article points out the theoretical frameworks we can use and our methodology. In particular, in this work, a focus is made on the mathematical concept of "sequences". We have chosen this concept for several reasons. The existing didactical literature regarding the teaching and the learning of this concept is wide. Moreover, the concept of "sequences" is rich and facilitates the design of situations where several kinds of reasoning are mobilized. It also brings mathematical problems that can be specific for the engineering training.

Key words: engineering training, reasoning, proof, sequences, mathematical activity.

INTRODUCTION ET CONTEXTE

Nous présentons dans cet article l'expérience de la mise en place d'un groupe IREM né d'une collaboration entre enseignants à l'Université Technologique de Troyes³ (UTT) et didacticiens des mathématiques. Les enseignants de mathématiques de l'UTT (Ecole d'ingénieurs avec « prépa » intégrée) s'interrogent sur l'enseignement de la démonstration dans la formation des ingénieurs : faut-il « vraiment » faire des démonstrations dans un cours magistral ? Si oui, lesquelles retenir ? Dans quel(s) objectif(s) ? En fait, la réponse à ces questions ne fait pas l'unanimité chez les enseignants dans le cadre de cette formation :

- Certains pensent qu'il n'est pas « utile » de faire les démonstrations compliquées de certains théorèmes. Ils proposent de les remplacer par une illustration du théorème à partir d'exemples.

- D'autres considèrent la démonstration comme essentielle, car elle permet la transmission de bases, éléments fondamentaux pour utiliser et manipuler les objets mathématiques et leurs applications.

Les interrogations posées reflètent un besoin d'identifier le ou les rôles de la démonstration et du raisonnement dans ce type de formation pour enrichir les modules de mathématiques

¹ Université de Technologie de Troyes

² Université de Reims Champagne-Ardenne – CEREP EA4692

³ <http://www.utt.fr/>

existants, mais pointent aussi un besoin de développer certains apprentissages en mathématiques. Le groupe IREM a défini qu'il s'agissait là de faire prendre conscience aux étudiants de certains éléments propres à l'activité mathématique, dans le cadre de la formation de futurs ingénieurs : par exemple, identifier l'importance de valider une conjecture ou théorie, rechercher des domaines de validité, étudier les champs d'application des théories et modèles enseignés, ou encore vérifier les hypothèses minimales nécessaires à l'application d'un théorème.

Dans ce contexte, et avec ces questionnements, les enseignants de l'UTT ont souhaité engager une réflexion de fond, à un niveau épistémologique et didactique, pour la refonte de certains éléments relatifs à l'enseignement du raisonnement mathématique de la « prépa » intégrée de la formation des ingénieurs à l'UTT. Notons que les travaux en didactique des mathématiques sur la démonstration et la preuve (nous faisons ici la distinction entre ces termes dans le sens de Balacheff, 1987) sont nombreux au niveau international, ce qui n'est pas le cas des recherches spécifiques sur la formation des ingénieurs. L'IREM est apparu comme un cadre privilégié pour institutionnaliser cette collaboration entre le terrain de l'UTT et la recherche en didactique des mathématiques.

Le travail de ce groupe IREM s'inscrit dans un défi actuel à relever par les recherches sur l'enseignement supérieur (Artigue 2016) : faire connaître aux étudiants des mathématiques originales, offertes par l'aspect expérimental de cette discipline, grâce à l'évolution de la technologie. Ce travail ouvre des pistes intéressantes pour la considération de conceptions collectives de ressources comme support pour transformer et harmoniser des pratiques. Cette piste nous semble également importante à développer tout particulièrement dans le contexte universitaire où le travail d'enseignement semble être rarement un travail collectif (Gueudet 2017).

Les premières discussions nous ont permis de développer un projet commun qui porte plus particulièrement sur le raisonnement et les démarches de preuves en mathématiques dans la formation des ingénieurs. Ce projet consiste en l'élaboration de situations utilisables dans le cadre de la formation des ingénieurs pour favoriser l'activité mathématique des étudiants, et en particulier le travail de preuve. Il s'agit également de donner une place particulière à différents types de raisonnement et de le légitimer dans une telle formation. Le travail mené touche à des problématiques d'actualité dans les recherches en didactique des mathématiques, en particulier celle de la définition de contenus d'enseignement cohérents dans la formation des ingénieurs, des non-mathématiciens.

TERRAIN, CONSTATS ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Le terrain d'étude

L'UTT fait partie de trois universités de technologies en France. La formation d'ingénieurs à l'UTT a été créée en 1994. C'est une formation avec « prépa intégrée » appelée « tronc commun » (les deux premières années de l'étudiant-ingénieur, découpées en quatre semestres). Les étudiants sont sélectionnés sur dossier.

L'objectif de ce tronc commun est de donner une formation de base, commune à toutes les spécialisations (formations du 2^e cycle). Il ne prépare donc pas spécifiquement à l'une d'elles. Parmi les buts des enseignements dans ce tronc commun se trouvent : construire un socle de connaissances scientifiques (mathématiques, physiques, chimie); développer une autonomie chez les étudiants. Quatre modules de mathématiques (Math01, Math02, Math03 et Math04) répartis sur les deux premières années.

Deux grandes thématiques nous sont apparues comme pertinentes pour un travail approfondi avec les étudiants sur les différents types de raisonnement en mathématiques :

l'algèbre linéaire et les suites. Les deux permettent en effet de travailler la modélisation, la transition entre discret et continu, et différents types de raisonnement et de preuve. Nous avons retenu, pour engager un travail concret, les suites (chapitre 1, Math02) dans notre étude : en effet, ce thème permet une continuité avec les enseignements de lycée et des types de situations variées, pouvant aller jusqu'à la construction de définition de concepts (Chorlay & Ouvrier-Buffet 2016). La temporalité de son enseignement en première année et les prolongements possibles en deuxième année ont également retenu notre attention.

L'enseignement de la preuve et la démonstration : des constats dans la formation des ingénieurs

L'enseignement et l'apprentissage de la preuve et de la démonstration dans la formation des ingénieurs comportent des enjeux spécifiques. Les premiers contacts avec le terrain nous permettent de constater certains aspects de ces enjeux du côté de l'apprentissage comme du côté de l'enseignement. Les étudiants rentrent à l'enseignement supérieur tout en étant peu confrontés aux démonstrations et au formalisme au lycée. Ils sont peu réceptifs aux démonstrations du fait de leurs difficultés à percevoir leur intérêt pour leur formation de futurs ingénieurs. Ils communiquent leurs attentes d'apports « pratiques » et non « théoriques ».

Les enseignants considèrent comme important le développement des aspects formels et de la capacité d'abstraction pour un futur ingénieur (explorer des conjectures, étudier des théories et modélisations, connaître et caractériser des domaines de validité et champs d'applications, etc.). En effet, ils sont à la recherche de critères explicites de choix d'une démonstration à enseigner : types de raisonnement, démarche reproductible à maîtriser, importance des hypothèses (*ex. : théorème des valeurs intermédiaires*), manipulation de définitions formelles (*ex. : suite convergente bornée*), etc. Ils soulignent d'une part, un manque de ressources permettant un compromis entre « mathématiques pour le raisonnement » et « mathématiques-outil » et d'autre part, un besoin d'accompagnement dans la conception de ressources appropriées (mise en évidence de l'utilité de la démonstration, prise en compte des prérequis, dynamique du cours, etc.).

L'ensemble de ces constats nous ont poussés à considérer cette thématique suivant trois questions complémentaires :

- Comment enseigne-t-on la démonstration, la preuve et les différents types de raisonnement dans la formation de futurs ingénieurs ?
- Comment peut-on enrichir la pratique mathématique de ces étudiants ? Et pourquoi sommes-nous convaincus qu'il le faut ?
- Le travail sur la preuve et la démonstration aiderait-il la rémanence des concepts mathématiques ?

Ces questions supposent de mener des actions conjointes d'analyse des ressources existantes, questionner les pratiques des enseignants et les activités des élèves.

METHODOLOGIE ET PERSPECTIVES

Le travail a débuté, dans un premier temps, par une « Evaluation » diagnostique autour des suites sous la forme d'un questionnaire conçu par les enseignants. Il s'agissait essentiellement d'un pré-test, pour identifier les conceptions des étudiants sur les suites (en fin de semestre, l'enseignement ayant eu lieu en début de semestre), et surtout ce qu'ils ont retenu du cours sur les suites. La majeure partie des questions aurait pu être posée en classe de Terminale. Ce questionnaire a été diffusé lors d'une session spécifique. Un tel questionnaire nous servira de point de comparaison ultérieurement. Les premiers résultats mettent en évidence une relativement bonne compréhension des concepts enseignés avec une moyenne générale (sur

20) de 12,5 environ, une médiane de 12,9 ($Q_1=10,6$ et $Q_3=14,1$). Cependant, ils confirment par ailleurs que certaines « fausses idées » subsistent telles que la nécessité de la monotonie pour la convergence mais aussi une certaine confusion des opérations possibles avec les nombres et de celles possibles avec les suites et leur limite (quotient et limites, passage à la limite dans les inégalités, etc.). Enfin, une grande partie des questions a été très bien réussie (de 80 à 100% de bonnes réponses) alors que pour d'autres questions, correspondant aux confusions ou difficultés pressenties, ont été beaucoup moins bien réussies (moins de 40% de bonnes réponses, voire moins de 20%).

Nous avons réalisé dans un deuxième temps une analyse des contenus du chapitre suites et séries (Chapitre 1, Math02) afin d'explicitier les besoins et les manques. Les besoins seraient à préciser selon un triple point de vue : celui de l'enseignement des mathématiques, celui des didacticiens et celui de la formation des futurs ingénieurs. Nous avons pris en compte les types de tâches proposés dans les exercices du TD et le type de raisonnement nécessaire pour la réalisation des démonstrations. Nous avons effectué une analyse en termes de *connectivité* des concepts (Gueudet et al. 2017). La connectivité fait référence à l'aptitude d'effectuer des liens entre les domaines, les concepts et les notions à l'intérieur d'une ressource ou un ensemble de ressources (le chapitre 1, Math02 dans notre cas). Elle est nécessaire pour la mise en place d'un continuum d'apprentissage. Nous soulignons à partir de ces analyses le mode d'exposition des définitions et des propositions en termes d'utilité (utilité pour le traitement des tâches mathématiques proposées). Nous avons pu identifier à partir de ces analyses des besoins en termes de connectivité. Nous citons à titre d'exemple : certains registres de représentation (Duval 1993) tel que la représentation graphique dans les TD sont moins utilisés que d'autres ; des activités de conversion des représentations d'un registre à un autre seraient à développer tout comme l'approche par résolution de problèmes (intra et extra mathématique).

Dans un troisième temps, en nous basant sur l'analyse des contenus, nous ferons des propositions de situations à expérimenter dans une perspective d'harmonisation des choix et des pratiques d'enseignement de la démonstration, de la preuve et de différents types de raisonnement (Boero, 2007 ; Hanna & De Villiers, 2012 ; Grenier & Payan, 2002) dans le cadre de la formation des futurs ingénieurs (Romo-Vazquez, 2009). Différents rôles de la preuve pourront y être discutés : la vérification, l'explication, l'exploration, la systématisation, la communication, la construction de définitions, la clarification de conséquences d'énoncés, la construction de théories (locales, empiriques) etc.

BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE, M. (2016). Mathematics Education Research at University Level: Achievements and Challenges. In E. Nardi, C. Winslow, T. Hausberger (Eds.) *Proceedings First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (pp.11-27). Montpellier: University of Montpellier and INDRUM.

BALACHEFF, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147-176.

BOERO, P. (EDS.) (2007). *Theorems in School. From History, Epistemology and Cognition to Classroom Practice*. Sense Publishers.

CHORLAY, R. & OUVRIER-BUFFET, C. (2016). Comparaisons de schémas de genèses didactiques de définitions, le cas de la limite d'une suite. In E. Nardi, C. Winslow, T. Hausberger (Eds), *Proceedings of INDRUM 2016* (pp. 173-174). Montpellier : Université de Montpellier & INDRUM.

DUVAL, R. 1993. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

HANNA, G. & DE VILLIERS, M. (EDS.) (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education. The 19th ICMI Study*. New ICMI Study Series, Vol 15. Springer.

GRENIER, D., & PAYAN, C. (2002). Situations de recherche en « classe »: essais de caractérisation et propositions de modélisation. In V. Durand-Guerrier, & C. Tisseron (Eds.), *Actes du séminaire national de Didactique des mathématiques* (pp. 189–204). Paris : IREM Paris 7.

GUEUDET, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.

ROMO-VASQUEZ, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs*. Thèse, Université Paris-Diderot. Paris.