



Volume tige d'un arbre ou d'une collection d'arbres pour six essences principales en France

Mien Tran-Ha, Georges Perrotte, Thomas Cordonnier, Pierre Duplat

► To cite this version:

Mien Tran-Ha, Georges Perrotte, Thomas Cordonnier, Pierre Duplat. Volume tige d'un arbre ou d'une collection d'arbres pour six essences principales en France. *Revue forestière française*, 2007, 59 (6), pp.609-624. <10.4267/2042/16781>. <hal-03449676>

HAL Id: hal-03449676

<https://hal.science/hal-03449676v1>

Submitted on 25 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

VOLUME TIGE D'UN ARBRE OU D'UNE COLLECTION D'ARBRES POUR SIX ESSENCES PRINCIPALES EN FRANCE

MIEN TRAN-HA - GEORGES PERROTTE - THOMAS CORDONNIER - PIERRE DUPLAT

Évaluer le volume “bois” sur pied d’un arbre ou d’un peuplement est un des besoins permanents des forestiers. En effet, le volume est utile dans l’aménagement des forêts et leur suivi, indispensable pour les ventes de bois sur pied, et également nécessaire pour l’évaluation de la ressource et de la production forestière, évaluation qui contribue à des orientations stratégiques à tous les niveaux. Cependant, le volume n’est pas une variable facile à estimer en raison de la diversité des stations et de la complexité de l’environnement dans lequel chaque arbre se développe. La recherche de méthodes simples d’estimation des volumes reste donc un enjeu fondamental, à la fois sur le plan méthodologique et sur le plan de la gestion forestière.

Les méthodes usuelles d’estimation de volume sont nombreuses. On peut citer principalement les barèmes de cubage (ex. Algan, Schaeffer) basés sur la formule du volume d’un tronc de cône, les tarifs de cubage et les tables de production. Parmi ces méthodes, les tarifs de cubage présentent un intérêt particulier. Il s’agit d’équations de régression (le plus souvent linéaires) construites à partir d’un échantillon d’arbres, dans un domaine homogène, pour une essence donnée, pour un volume donné, et utilisant comme entrées des variables facilement accessibles (par exemple le diamètre à 1,30 m, la hauteur totale). La qualité d’un tarif de cubage est liée à l’échantillon et aux mesures. Elle est évaluée selon des critères de précision (critère des moindres carrés) et de justesse (résidus sans biais). On distingue en général les tarifs à une entrée (en général le diamètre à 1,30 m) des tarifs à plusieurs entrées.

Outre des tarifs arbre, il existe des tarifs peuplement qui cherchent à estimer le volume d’un peuplement, à partir d’entrées définies à l’échelle du peuplement, réduisant ainsi le nombre de mesures individuelles superflues. Ces tarifs peuplement sont construits généralement à partir de régressions, à partir de données de placettes destinées à des tables de production, dans des peuplements réguliers. Or il faut reconnaître qu’il n’est pas facile de vérifier la validité et l’exactitude de ces tarifs pour un peuplement quelconque car le volume réel d’un peuplement n’est généralement pas accessible par une mesure directe. De plus, le faible nombre de ces tarifs ne couvre pas les besoins des forestiers qui doivent faire face à l’estimation en volume de toutes sortes de peuplements.

Par réaction à la prolifération de tarifs “régionaux” (voir tableau I, p. 610), la tendance actuelle est plutôt de construire des tarifs valables sur un large domaine géographique, éventuellement sur l’ensemble du territoire national. Mais la double exigence du choix d’un échantillon représentatif, de la réalisation de mesures de qualité et de la construction rigoureuse d’une équation optimale rend le développement de ces tarifs très fastidieux et coûteux. En outre, plus l’échan-

TABLEAU I

**Aperçu de la variété des volumes des tarifs de cubage,
de domaine de validité concerné et du nombre de tarifs distincts,
pour 6 essences principales**
(base de données de tarifs de cubage à l'ONF en 2007)

Essence	Nombre de types de volumes différents	Nombre de territoires différents (forêt, région...)	Nombre de tarifs de cubage différents	Dont le nombre de tarifs à une entrée
Chêne	13	32	90	20
Hêtre	20	42	99	15
Douglas.....	5	10	17	0
Épicéa	9	23	73	3
Pin sylvestre	6	13	41	2
Sapin.....	8	45	122	8

tillon concerne un domaine géographique étendu, plus l'imprécision des estimations a tendance à augmenter. Aussi, la tâche est-elle particulièrement ardue pour les tarifs nationaux par essence.

Dans cet article, nous proposons une méthode d'estimation des volumes, simple (c'est-à-dire facile à utiliser), efficace (de précision acceptable) et de portée générale (la méthode est adaptable à toute essence et à tout type de structure). Elle peut être utilisée pour le volume tige total d'un arbre ou d'un sous-ensemble d'arbres (ou d'un peuplement) à partir de la même équation. Elle est équivalente à un tarif unique d'arbres et de peuplement, ce tarif étant à deux entrées. Notre étude se concentre sur le volume tige totale (tige principale du sol jusqu'au bourgeon terminal, sans les branches). La préférence habituellement donnée à ce volume de référence est justifiée par la relative robustesse de cette notion. Les autres volumes (volume commercial, volume branche, volume à différentes découpes, etc.) seront étudiés ultérieurement.

MATÉRIELS ET MÉTHODES

Données

Dans les années 1970-1985, l'ONF a réalisé des campagnes de mesures en vue de fournir des tarifs de cubage régionaux à la demande du terrain. Des milliers de données ont donc été collectées selon les protocoles de cubage des arbres abattus en usage à l'ONF (ONF, 1972 ; ONF, 1983). Des lots de 20 à 30 arbres de même essence ont ainsi été sélectionnés lors de coupes d'exploitation. Afin de calculer toutes sortes de volumes géométriques ou commerciaux, la tige principale des arbres abattus a fait l'objet d'une mesure de circonférence pour chaque dixième ($h/10$, $2h/10$, $3h/10$...) ou chaque dixième impair ($h/10$, $3h/10$, $5h/10$, ...) de la hauteur totale, selon qu'il s'agissait de feuillus ou de résineux, ainsi qu'en un certain nombre d'autres points caractéristiques ou utiles : le profil des arbres est finalement connu en au moins sept points (résineux) ou une douzaine de points (feuillus). Les lots ont été délibérément choisis, par région ou par massif, dans des structures différentes (futaie régulière, irrégulière, taillis, taillis-sous-futaie), des stations de fertilités différentes, des types de coupes différents, pour assurer un échantillon d'arbres couvrant au mieux le domaine possible dans la région ou le massif considéré.

Le tableau II (ci-dessous et p. 612) fournit un certain nombre d'indications synthétiques concernant l'ensemble des lots utilisés pour les six essences forestières principales métropolitaines qui font l'objet de cette étude : Chêne sessile ou pédonculé (*Quercus petraea*, *Quercus robur*), Hêtre (*Fagus sylvatica*), Douglas (*Pseudotsuga menziesii*), Épicéa commun (*Picea abies*), Pin sylvestre (*Pinus sylvestris*) et Sapin pectiné (*Abies alba*).

À partir de ces données, nous avons calculé le volume tige (noté v) géométriquement en sommant les billons tronconiques, définis par les points de mesures, du sol jusqu'à la hauteur totale de la tige. La figure 1 (p. 613) présente, pour chaque essence, le nuage des points diamètre x hauteur totale de l'ensemble des arbres des lots pris en compte (les coupes ne concernent que les arbres de diamètre supérieur à 7,5 cm). On observe une grande diversité des diamètres et des hauteurs et une continuité satisfaisante de la densité des observations (densité un peu faible toutefois pour le Pin sylvestre ou le Douglas). On constate que le nuage des points pour le Chêne se singularise des autres avec la présence d'arbres trapus et moins hauts, ce qui n'est pas sans évoquer les particularités des arbres de réserve dans le taillis-sous-futaie.

Définition de la hauteur cylindrique

Pour chaque arbre, le volume v et la surface terrière g sont parfaitement déterminés (aux erreurs de mesures près), et donc aussi le rapport v/g que nous proposons d'appeler "hauteur cylindrique" d'un arbre et que nous noterons h_c . La hauteur cylindrique d'un arbre pour un volume

TABLEAU II Données de cubage traitées

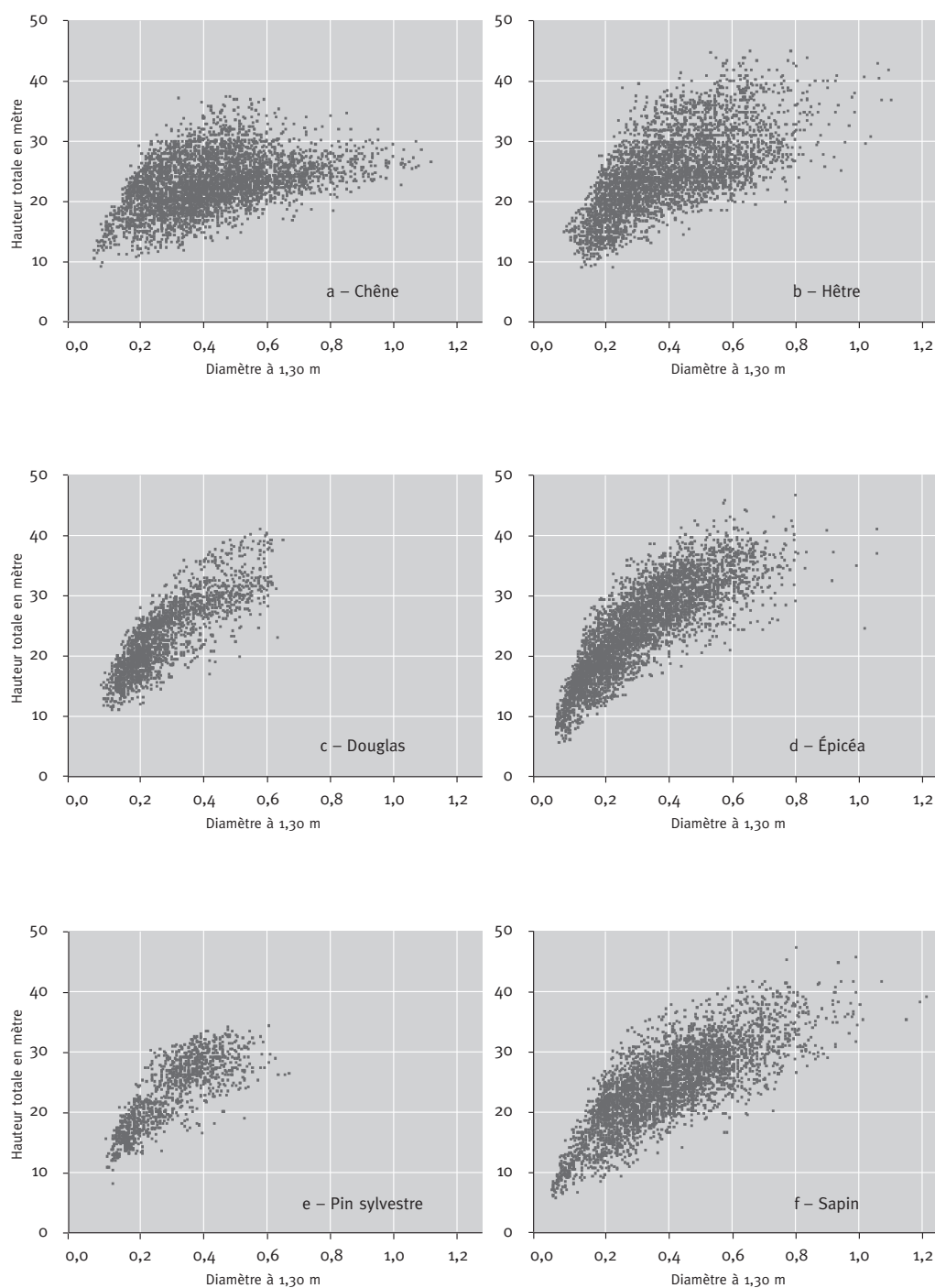
Essence	Département (nombre de lots)	Région	Nombre de lots total	Nombre d'arbres
Chêne	Loir-et-Cher (29)	Centre	187	4 224
	Indre-et-Loire (15)	Centre		
	Eure-et-Loir (24)	Centre		
	Marne (6)	Champagne-Ardenne		
	Aube (2)	Champagne-Ardenne		
	Haute-Marne (79)	Champagne-Ardenne		
	Côte d'Or (11)	Bourgogne		
	Haute-Saône (3)	Franche-Comté		
Hêtre	Haute-Marne (66)	Champagne-Ardenne	158	3 828
	Aube (4)	Champagne-Ardenne		
	Seine-Maritime (24)	Haute-Normandie		
	Eure (6)	Haute-Normandie		
	Calvados (3)	Basse-Normandie		
	Aisne (8)	Picardie		
	Oise (13)	Picardie		
	Eure-et-Loir (10)	Centre		
	Hérault (24)	Languedoc-Roussillon		

TABLEAU II **Données de cubage traitées (suite)**

Essence	Département (nombre de lots)	Région	Nombre de lots total	Nombre d'arbres
Douglas	Jura (9)	Franche-Comté	71	1 931
	Nièvre (20)	Bourgogne		
	Saône-et-Loire (12)	Bourgogne		
	Yonne (5)	Bourgogne		
	Hérault (25)	Languedoc-Roussillon		
Épicéa	Isère (15)	Rhône-Alpes	218	4 414
	Haute-Savoie (29)	Rhône-Alpes		
	Savoie (27)	Rhône-Alpes		
	Ain (1)	Rhône-Alpes		
	Drôme (4)	Rhône-Alpes		
	Ardennes (29)	Champagne-Ardenne		
	Côte d'Or (7)	Bourgogne		
	Saône-et-Loire (20)	Bourgogne		
	Doubs (29)	Franche-Comté		
	Jura (19)	Franche-Comté		
	Aveyron (3)	Midi-Pyrénées		
	Tarn (16)	Midi-Pyrénées		
	Hérault (9)	Languedoc-Roussillon		
	Gard (11)	Languedoc-Roussillon		
Pin sylvestre	Orne (37)	Basse-Normandie	57	1 160
	Yvelines (20)	Ile-de-France		
Sapin	Saône-et-Loire (10)	Bourgogne	190	3 897
	Hérault (11)	Languedoc-Roussillon		
	Doubs (29)	Franche-Comté		
	Jura (30)	Franche-Comté		
	Alpes du Nord (2)(*)	Rhône-Alpes		
	Ain (21)	Rhône-Alpes		
	Pyrénées-Atlantiques (4)	Aquitaine		
	Hautes-Pyrénées (13)	Midi-Pyrénées		
	Haute-Garonne (7)	Midi-Pyrénées		
	Ariège (14)	Midi-Pyrénées		
	Aude (49)	Languedoc-Roussillon		

(*) Les renseignements de département ne sont pas indiqués dans ces lots.

**FIGURE 1 (a-f) DISTRIBUTION DIAMÈTRE-HAUTEUR DES ARBRES-ÉCHANTILLON
POUR LES SIX ESSENCES PRINCIPALES ÉTUDIÉES**



de nature bien définie est la hauteur fictive d'un cylindre de même volume et de base égale à la surface terrière de l'arbre :

$$h_c = v/g \quad (1)$$

De la même manière, on peut définir la hauteur cylindrique d'un sous-ensemble d'arbres (ou peuplement), notée H_c , à partir de son volume V et de sa surface terrière G :

$$H_c = V/G \quad (2)$$

La grandeur H_c peut être vue comme un coefficient de conversion de la surface terrière G en volume V (car $V = H_c \cdot G$). Remarquons que l'équation (2) est valable aussi lorsque V est exprimé en m^3 à l'hectare et G en m^2 à l'hectare.

On peut démontrer facilement que, si le peuplement est divisé en plusieurs sous-ensembles, la hauteur cylindrique du peuplement H_c est la moyenne pondérée des hauteurs cylindriques H_{ci} des sous-ensembles, la pondération étant proportionnelle à la surface terrière occupée par chaque sous-ensemble :

$$H_c = \frac{V}{G} = \frac{\sum V_i}{G} = \frac{\sum G_i H_{ci}}{G} = \sum_{i=1}^N \frac{G_i}{G} H_{ci} \quad (3)$$

L'idée n'est pas nouvelle d'utiliser le rapport v/g ou V/G . En effet, d'après Bitterlich (1984), Flury en Suisse avait déjà, il y a plus de cent ans, utilisé le rapport V/G pour des peuplements d'Épicéa et de Bouleau ; quant à la formule $V = F.G.H$, où F est un coefficient de forme et H est la hauteur totale moyenne ou la hauteur dominante, elle est fréquemment utilisée dans certains pays (en Suisse, en Allemagne, en Finlande, aux États-Unis et également en France) et on peut la considérer comme une variante de la formule $V/G = H_c = F.H$, pour laquelle certains auteurs ont parlé de "hauteur de forme" ou de "hauteur réduite" (Pardé et Bouchon, 1988 ; Rondeux, 1993).

La hauteur cylindrique présente l'intérêt de reposer sur une interprétation géométrique simple. Imaginons (figure 2, ci-dessous) un cylindre "témoin" creux dont la section horizontale épouse celle de l'arbre à 1,30 m. La hauteur cylindrique, par définition, correspond à la hauteur du cylindre "témoin" ayant un volume identique à celui de la tige de l'arbre. À noter que la hauteur cylindrique est souvent inférieure à la mi-hauteur totale. Quelle que soit la forme des tiges, c'est l'espace intérieur au cylindre "témoin" qui détermine cette hauteur. De ce point de vue, la hauteur cylindrique constitue donc une information condensée du profil, relative au volume.

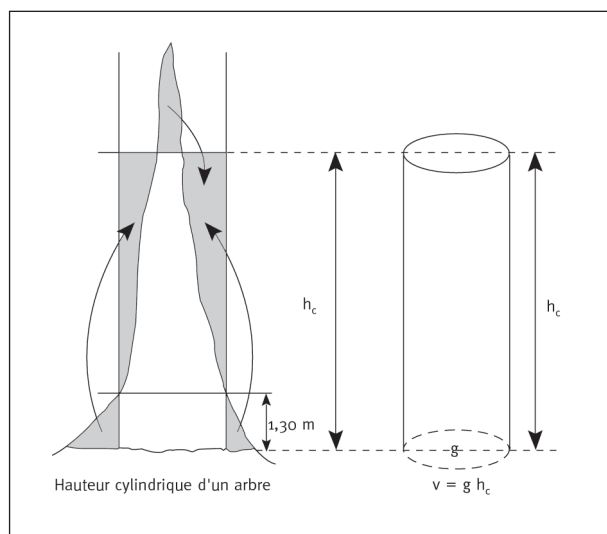


FIGURE 2
SCHEMA ILLUSTRANT LA NOTION
DE HAUTEUR CYLINDRIQUE

Principe de compatibilité ascendante

En 1976, F. Evert a astucieusement proposé des tarifs de cubage peuplement compatibles avec des tarifs de cubage arbre. Cette idée est reprise ici par un exemple simple. Pour un sous-ensemble quelconque comprenant N arbres, si nous cumulons les volumes individuels estimés par un tarif de la forme :

$$\hat{v} = a + bg + cgh \quad (4)$$

nous obtenons :

$$\hat{V} = \sum_{i=1}^N \hat{v}_i = a \sum_{i=1}^N 1 + b \sum_{i=1}^N g_i + c \sum_{i=1}^N g_i h_i \quad (5)$$

ou, en posant $G = \sum_{i=1}^N g_i$ et $H_L = \sum_{i=1}^N \frac{g_i}{G} h_i$ (H_L : hauteur de Lorey du sous-ensemble) :

$$\hat{V} = \sum_{i=1}^N \hat{v}_i = aN + bG + cGH_L \quad (6)$$

Nous aboutissons ainsi à une relation algébrique avec les mêmes coefficients a , b , c de \hat{V} en fonction des variables N , G et GH_L homologues aux variables 1 , g et gh dans l'équation (4). Evert a appelé "système compatible ascendant" un tel système de prolongement d'un tarif arbre à un tarif peuplement par la même équation. Cela n'est possible que si le tarif arbre est exprimé par des variables dites "compatibles". D'autres exemples de variables "compatibles" sont présentés dans le tableau III (ci-dessous).

L'équation (6) est valide quel que soit le sous-ensemble d'arbres considéré (y compris le peuplement entier), car elle provient de l'application légitime du tarif arbre à tous les arbres du sous-ensemble. Notons enfin que, pour être utilisables, les variables "compatibles" au niveau du sous-ensemble doivent rester mesurables et estimables pratiquement et ne pas trop s'éloigner du sens commun (au sens de variables de peuplement usuelles).

TABLEAU III **Variables équivalentes et compatibles**

1 : représente le terme constant, H_L : la hauteur de Lorey, C_L : la circonférence de Lorey,
 G_L : la surface terrière de Lorey, H_m : la hauteur totale moyenne,
 N : le nombre d'arbres du sous-ensemble.

Variables équivalentes		Variables équivalentes	
h_c	v	V	H_c
1	g	G	1
h	gh	GH_L	H_L
c	gc	GC_L	C_L
g	g^2	GG_L	G_L
h/g	h	NH_m	NH_m/G
$1/g$	1	N	N/G
Variables compatibles			

Principe d'équivalence

Hauteur cylindrique et volume sont liés par un autre principe : toute équation de régression de la hauteur cylindrique est équivalente à une équation de régression du volume. En effet, soit un modèle de régression linéaire de h_c en fonction des variables explicatives x_i :

$$h_c = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon \quad (7)$$

En raison de l'égalité $h_c = v/g$, l'équation (7) peut s'écrire de façon équivalente sous la forme :

$$v = \beta_0 g + \beta_1 x_1 g + \beta_2 x_2 g + \dots + \beta_p x_p g + g\varepsilon \quad (8)$$

qui n'est autre que l'équation d'une régression en v en fonction des variables explicatives gx_i avec pour variable résiduelle $\varepsilon' = g\varepsilon$.

Si nous calculons les coefficients de régression de chacune de ces équations, l'une (7) avec la méthode de régression non pondérée, l'autre (8) avec la méthode de régression pondérée (la pondération étant égale à $1/g^2$), nous obtiendrons toujours — et il est facile de le démontrer — pour les paramètres b_i (estimateurs de β_i) des valeurs parfaitement identiques dans les deux équations.

Les variables homologues dans les deux types de régressions (appelées “variables équivalentes”) se déduisent les unes des autres en les multipliant ou en les divisant par g (voir tableau III, p. 615).

Notons qu'indépendamment des considérations précédentes, la pondération en $1/g^2$ a très souvent été utilisée par les concepteurs de tarifs de cubage à deux entrées (avec g et h) pour pallier l'hétérogénéité de la variance des résidus (Searle, 1971, p. 87, méthode des moindres carrés généralisés).

Appréciation de la qualité de l'estimation d'une régression linéaire

L'évaluation de la qualité d'ajustement d'une régression linéaire (avec le terme constant) est souvent basée sur le coefficient de détermination R^2 , sur l'écart standard résiduel et sur l'étude des résidus. Le coefficient de détermination traduit le pourcentage d'explication de la variance de la variable observée. L'écart standard résiduel donne une idée de la précision de l'estimation. L'analyse des résidus a pour objectif de tester la validité du modèle. Elle permet de déceler s'il existe des structures spécifiques conduisant à adopter un autre modèle plus approprié.

Dans notre situation, la régression du volume ne possède en général pas de terme constant (sauf lorsque la régression équivalente de la hauteur cylindrique contient la variable $1/g$). Or, pour une régression linéaire sans constante, le R^2 ne peut plus être interprété comme un pourcentage d'explication de la variance. Une solution *a minima* consiste à calculer le carré du coefficient de corrélation ρ^2 entre y (valeur observée) et \hat{y} (valeur calculée) et l'erreur-type de

l'estimation par la formule : $\sqrt{\sum \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$ où p est le nombre de variables explicatives et n le

nombre d'individus. Ces deux grandeurs, calculées ici sans pondération, nous permettent d'avoir une bonne idée de la qualité et de la précision d'une estimation.

En outre, en l'absence de constante, l'hypothèse d'une variable résiduelle de biais nul ($E(\varepsilon) = 0$) n'est plus nécessaire et les paramètres sont déterminés par le seul critère des moindres carrés. On peut donc obtenir un biais d'estimation dont l'importance peut être appréhendée globalement

par le biais $\sum \hat{y}_i - \sum y_i$.

Notre analyse de résidus est basée sur des graphiques, sur l'étude de biais (absolu et relatif) par individu, par lot, et testée sur des sous-ensembles divers (région, structure, type de coupe...) de nos données. Dans le cas de sous-ensembles, nous vérifions les biais de l'estimation globale et les écarts-types de résidu arbre de chaque sous-ensemble.

Toutes les analyses ont été effectuées avec le logiciel Statistica version 6.1 de Statsoft, dans ses modules graphiques et de régressions simples.

RÉSULTATS

Une relation linéaire entre h_c et h

Parmi toutes les variables testées, la hauteur totale est la mieux corrélée avec la hauteur cylindrique h_c (voir figure 3, p. 619). Une équation de la forme :

$$\hat{h}_c = a + bh \quad (9)$$

semble donc s'imposer naturellement. On remarque :

- que cette dépendance linéaire est relativement forte (R^2 variant de 0,7 à 0,87) ;
- une certaine tendance d'élargissement du nuage avec des hauteurs croissantes indiquant l'existence de plus fortes fluctuations pour les grands arbres ;
- la présence de certains points "aberrants" nous rappelant que nos données contiennent probablement des erreurs ou des tiges de forme très spéciale ;
- que, pour chaque essence, la constante "a" est significativement différente de zéro. Ceci prouve que la forme $v = f g h$ déduite d'une équation de hauteur cylindrique sans constante n'est pas pertinente pour notre jeu de données ;
- des écarts standards résiduels, en mètre, égaux à : 1,094 (Chênes), 1,184 (Hêtre), 0,897 (Douglas), 1,182 (Épicéa), 0,893 (Pin sylvestre), et 1,364 (Sapin).

Un système de quatre équations basées sur le concept de la hauteur cylindrique

À partir des régressions linéaires de h_c et en en appliquant le principe d'équivalence, nous en déduisons la régression pour le volume v :

$$\hat{v} = ag + bgh \quad (10)$$

Cette équation n'utilise que des variables "compatibles". Par conséquent, on en déduit les équations de V et H_c pour un sous-ensemble quelconque d'arbres :

$$\begin{cases} \hat{V} = aG + bGH_L = G(a + bH_L) & (11) \\ \hat{H}_c = a + bH_L & (12) \end{cases}$$

Nous obtenons au final un système cohérent de quatre équations (9 à 12) permettant de calculer le volume tige d'un arbre et le volume tige d'un sous-ensemble quelconque d'arbres.

Le tableau IV (p. 618) reprend de façon condensée l'ensemble des résultats pour les six essences étudiées. Pour chaque essence, il indique l'équation de la hauteur cylindrique, le tarif équivalent du volume tige totale, le tarif compatible pour les sous-ensembles, et l'équation de la hauteur cylindrique induite pour les sous-ensembles. Elles présentent des coefficients identiques pour les variables homologues. Notons encore que le domaine d'utilisation valide de ces équations concerne les arbres d'au moins 10 m de hauteur et de diamètre au moins égal à 7,5 cm (classe de diamètre 10 cm). Notons enfin que les équations pour les sous-ensembles peuvent être utilisées indifféremment en valeur à l'hectare ou en valeur globale.

TABLEAU IV

Résumé des résultats.
Domaine d'utilisation : pour les arbres à partir de 10 m de hauteur
(ou à partir du diamètre 7,5 cm)

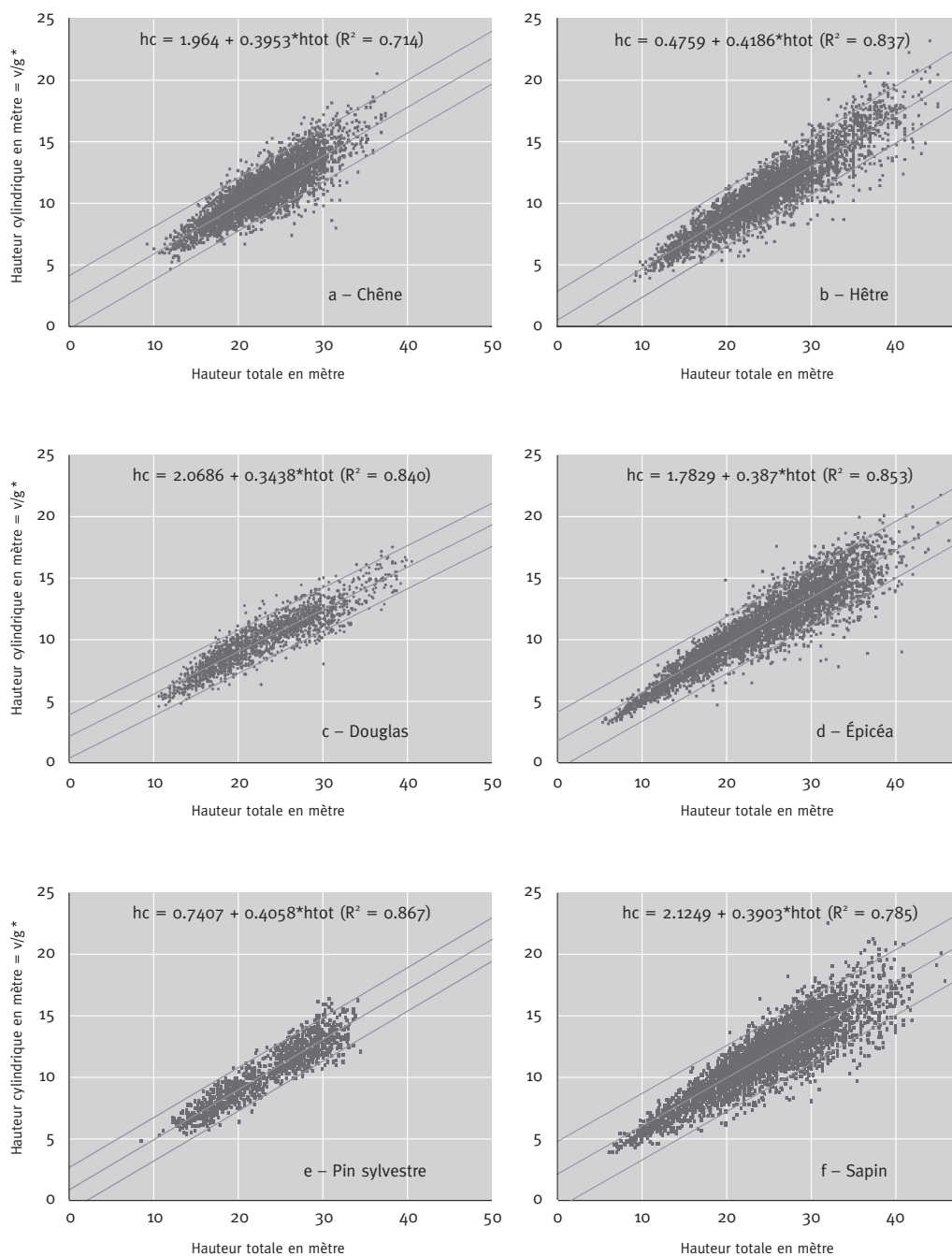
	Chêne	Hêtre	Douglas	Épicéa	Pin sylvestre	Sapin
Nombre d'arbres échantillon	4 224	3 828	1 931	4 414	1 160	3 897
Équation hc^* arbre (m)	$hc^* = 1,9640$ + 0,395311 h	$hc^* = 0,4759$ + 0,418630 h	$hc^* = 2,068594$ + 0,343835 h	$hc^* = 1,782926$ + 0,386996 h	$hc^* = 0,740702$ + 0,405784 h	$hc^* = 2,124938$ + 0,390262 h
R^2	0,714	0,837	0,840	0,853	0,867	0,785
Écart-type du résidu (m)	1,094	1,184	0,897	1,182	0,893	1,364
Tarif équivalent arbre (pondéré par $1/g^2$) (m ³)	$V^* = 1,964$ g + 0,395311 g h	$V^* = 0,4759$ g + 0,418630 g h	$V^* = 2,068594$ g + 0,343835 g h	$V^* = 1,782926$ g + 0,386996 g h	$V^* = 0,740702$ g + 0,405784 g h	$V^* = 2,124938$ g + 0,390262 g h
ρ^2 non pondérée	0,975	0,973	0,985	0,970	0,984	0,968
Erreur-type résiduelle non pondérée (m ³)	0,316	0,329	0,124	0,297	0,110	0,451
Équation Hc^* lot (m)	$Hc^* = 1,964$ + 0,395311 H_L	$Hc^* = 0,4759$ + 0,418630 H_L	$Hc^* = 2,068594$ + 0,343835 H_L	$Hc^* = 1,782926$ + 0,386996 H_L	$Hc^* = 0,740702$ + 0,405784 H_L	$Hc^* = 2,124938$ + 0,390262 H_L
Tarif équivalent lot (m ³)	$V^* = 1,964$ G + 0,395311 G H_L	$V^* = 0,4759$ G + 0,418630 G H_L	$V^* = 2,068594$ G + 0,343835 G H_L	$V^* = 1,782926$ G + 0,386996 G H_L	$V^* = 0,740702$ G + 0,405784 G H_L	$V^* = 2,124938$ G + 0,390262 G H_L

lot : un sous-ensemble d'arbres

 h_c, H_L : hauteur cylindrique de l'arbre (respectivement lot) (m) v : volume géométrique tige totale de l'arbre (découpe o) (m³) g : surface terrière de l'arbre (m²) h : hauteur totale de l'arbre (m) H_L : hauteur de Lorey du lot (m) V : volume géométrique tige totale des arbres du lot (m³) G : surface terrière des arbres du lot (m²) R^2 : coefficient de détermination de la régression ρ^2 : le carré du coefficient de corrélation entre variable observée et calculéeLes quantités V, G peuvent être exprimées à l'hectare.

FIGURE 3 (a-f)

**DISTRIBUTION HAUTEUR TOTALE - HAUTEUR CYLINDRIQUE
DES ARBRES-ÉCHANTILLON
POUR LES SIX ESSENCES PRINCIPALES ÉTUDIÉES**



* : v : volume géométrique tige totale en m³ ; g : surface terrière en m²

Analyse de résidu du tarif

• L'étude de l'erreur relative $(\hat{v} - v)/v$ de l'estimation arbre par le tarif (10) nous fournit la statistique donnée par le tableau V(a). Par exemple, 73 % des douglas sont "bien" estimés (erreur relative inférieure à 10 %), 96 % sont "moyennement" estimés (erreur relative inférieure à 20 %) et enfin 4 % sont "mal" estimés (erreur relative supérieure à 20 %). Nous pensons qu'au niveau arbre, une erreur inférieure à 20 % est acceptable.

TABEAU V(a) Pourcentage des arbres dans des fourchettes de l'erreur relative de l'estimation

Amplitude de l'erreur relative arbre	[- 5 %, + 5 %]	[- 10 %, + 10 %]	[- 20 %, + 20 %]
Chêne	41 %	71 %	94 %
Hêtre	38 %	68 %	93 %
Douglas.....	44 %	73 %	96 %
Épicéa	39 %	68 %	94 %
Pin sylvestre	42 %	75 %	97 %
Sapin	36 %	63 %	89 %

• Dans le tableau V(b), nous avons inscrit la statistique correspondante aux erreurs relatives $(\hat{V} - V)/V$ constatées au niveau des lots. Par rapport aux estimations des volumes arbres, les estimations lots sont plus faibles en erreur relative. On voit que, pour les chênes par exemple, 66 % des lots de Chêne sont "très bien" estimés (erreur relative inférieure à 5 %) et 92 % des lots de Chêne sont "bien" estimés (erreur relative inférieure à 10 %). Cela nous donne une bonne idée du risque encouru lors de l'estimation des lots de coupe et, par prolongement, dans l'estimation de sous-ensembles ou d'une population quelconques. Nous pensons qu'au niveau sous-ensemble ou peuplement, une erreur inférieure à 10 % reste acceptable.

TABEAU V(b) Pourcentage des lots dans des fourchettes de l'erreur relative de l'estimation

Amplitude de l'erreur relative lot	[- 5 %, + 5 %]	[- 10 %, + 10 %]
Chêne	66 %	92 %
Hêtre	61 %	90 %
Douglas.....	66 %	91 %
Épicéa	61 %	84 %
Pin sylvestre	77 %	98 %
Sapin	51 %	84 %

Biais par région, par structure ou par type de coupe

Nous avons évoqué plus haut que les tarifs (10) et (11) sont issus de régressions sans terme constant, et par conséquent l'estimation peut être biaisée. Pour déterminer quel est l'ordre de grandeur de ce biais, nous avons calculé le biais de l'estimation globale et l'écart-type résiduel de l'estimation arbre dans tous les sous-ensembles autres que les lots : par domaine (forêt ou

région), par structure (futaie ou taillis-sous-futaie), par type de coupe. Le tableau VIa-b montre un exemple de résultats pour le Chêne par domaine et par structure. Tous les biais sont acceptables (biais relatifs inférieurs à 10 %).

TABLEAU VI Biais de l'estimation en volume par région et par structure

(a) Chêne – Biais par région

Domaine	N arbres	observé	calculé	Biais	cart-type résiduel	Biais en %
Blois	1 005	1 571 14	1 613 54	42 40	0 27	2 70
Dreux	239	333 50	351 87	18 37	0 21	5 51
Haute-Marne	1 885	3 968 36	3 981 26	12 89	0 27	0 32
Saône	754	2 281 01	2 438 22	157 20	0 46	6 89
Senonches	341	532 74	522 53	-10 21	0 19	-1 92
Tous groupes	4 224	8 686 76	8 907 42	220 66	0 31	2 54

(b) Chêne – Biais par structure

Structure	N arbres	observé	calculé	Biais	cart-type résiduel	Biais en %
Futaie	1 374	2 121 08	2 152 72	31 64	0 25	1 49
Taillis-sous-futaie	2 829	6 514 36	6 705 05	190 70	0 34	2 93
Tous groupes	4 203	8 635 44	8 857 78	222 34	0 31	2 58

(c) Hêtre – Biais par région

Domaine	N arbres	V observé	V calculé	Biais	Écart-type résiduel	Biais en %
Béziers	641	325,86	331,99	6,13	0,09	1,88
Haute-Marne	1 532	3 136,49	3 197,00	60,51	0,26	1,93
Normandie	881	2 468,26	2 520,32	52,06	0,37	2,11
Picardie	537	1 462,20	1 523,88	61,67	0,55	4,22
Senonches	237	412,71	394,27	-18,45	0,21	-4,47
Tous groupes	3 828	7 805,54	7 967,46	161,92	0,33	2,07

(d) Hêtre – Biais par structure

Structure	N arbres	observé	calculé	Biais	cart-type résiduel	Biais en %
Futaie	2 248	4 400 92	4 475 21	74 29	0 34	1 69
Taillis-sous-futaie	1 374	3 012 60	3 082 56	69 96	0 27	2 32
Tous groupes	3 622	7 413 51	7 557 77	144 26	0 32	1 95

On remarque dans le tableau VIa que la région Saône se distingue des autres avec un biais plus important de 6,9 % et un écart-type résiduel de 0,46. Une étude plus approfondie de cette région montre qu'elle possède un seul lot de futaie régulière, 18 lots de structure taillis-sous-

futaie vrais et 13 lots de taillis-sous-futaie enrichis. Il apparaît que ce sont des arbres de taillis-sous-futaie vrais et de type de coupe de réserve qui sont les plus mal estimés (76 arbres, volume moyen $3,7 \text{ m}^3$, volume total observé $283,7 \text{ m}^3$, volume total estimé 322 m^3 , écart-type résiduel 0,83, biais relatif de 13,5 %). Pour ce type d'arbres, notre estimation est donc un peu trop forte : elle pourrait être revue 10 % à la baisse si cela est nécessaire.

Le tableau VI c-d (p. 621) montre des résultats similaires pour le Hêtre. Les biais sont faibles et dans des bornes acceptables. En revanche, le comportement des coupes de réserve de Hêtre ne se distingue pas comme dans le cas du Chêne.

Malgré quelques faiblesses, on peut finalement conclure que la précision des estimations obtenues par l'usage de ces tarifs est suffisante pour la grande majorité des usages forestiers habituels (cubage des coupes proposées à la vente, estimation des volumes sur pied lors des opérations d'inventaire, suivi des volumes récoltés, suivi des cours du bois par essence). Quant à l'utilisation d'un tarif unique par essence, elle présente des avantages de simplicité évidents.

DISCUSSION

Les tarifs de cubage résultant de nos régressions sont basés sur un grand nombre d'arbres abattus et cubés avec rigueur. Mais ces observations ont été réalisées dans des lots désignés lors de campagnes de cubage, lots dont le but initial était de calculer des tarifs propres à telle ou telle région. Or si nous ne pouvons pas affirmer que notre échantillonnage empirique est représentatif de la population totale de chaque espèce en France, du point de vue de la relation entre h_c et h , nous pensons que nos échantillons couvrent probablement bien l'ensemble des formes possibles. Si cela est vrai, et compte tenu de faibles biais significatifs, par structure et par région, chacun de nos tarifs peut être considéré comme applicable, pour tout type de forêts et partout sur le territoire français métropolitain.

Le tarif de cubage arbre est un tarif ordinaire à deux entrées, avec g (ou le carré du diamètre à 1,30 m) et h . La hauteur totale semble préférable à une hauteur découpe pour laquelle la mesure reste peu précise car cette dernière dépend d'une estimation à l'œil du diamètre fixé sur un arbre sur pied. Bien qu'encore peu utilisée en pratique, la hauteur totale peut être obtenue facilement avec précision à l'aide d'un dendromètre de type Vertex. Il faut cependant noter que si la mesure de hauteur totale est plus aisée dans le cas d'arbres à houppiers dits "pointus" (exemple certains résineux), elle se révèle plus délicate avec des arbres à houppiers larges (cas des feuillus). Les habitudes d'estimation des hauteurs à l'œil sont à proscrire si l'on désire obtenir un calcul correct du volume. Quant au tarif de cubage de sous-ensembles, il nécessite quelques remarques. Ce tarif $V = G(a + bH_L)$ se base sur H_L , la hauteur de Lorey pour chaque sous-ensemble (cf. formule 5, p. 615). Cette hauteur est en général supérieure à la hauteur moyenne H_m ; elle est vraisemblablement proche de la hauteur H_g de l'arbre "moyen" et inférieure à la hauteur dominante H_o : $(H_m \leq H_g \approx H_L \leq H_o)$.

Estimer H_L n'est ni plus ni moins difficile qu'estimer une autre hauteur moyenne. Différentes procédures ont été proposées pour estimer la hauteur de Lorey, en particulier à partir de mesures de surface terrière et de hauteur totale issues d'un échantillon d'arbres représentatifs, ou par la méthode des tours d'horizon relascopique, l'estimation de H_L revenant dans ce cas à calculer les moyennes arithmétiques des hauteurs des arbres apparents (Bitterlich, 1984 ; Vries, 1986).

On peut sans doute estimer directement H_c à partir de l'équation (3) en calculant les hauteurs cylindriques arbre $h_c = v/g$ d'un échantillon d'arbres (mais ceci suppose que l'on puisse mesurer

correctement d'une manière ou d'une autre le volume v de chaque arbre échantillon). L'équation (3) permet ensuite de calculer la hauteur cylindrique \hat{H}_c de l'échantillon, cette valeur servant d'estimation pour la hauteur H_c de la population, si l'échantillon est représentatif.

Pour un peuplement, on peut utiliser la valeur de \hat{H}_c estimée pour passer de la surface terrière au volume ($V = G H_c$). Mais on ne peut pas affirmer que ce coefficient multiplicateur H_c soit invariable dans le temps. Par exemple, il n'est pas difficile de calculer $H_c = V/G$ dans la table de production de l'Épicéa du Jura (Bartet, 1976), et de constater que, pour un peuplement régulier d'Épicéa fertile suivant la sylviculture moyenne, la hauteur cylindrique H_c peut augmenter de 2,5 m lorsque le peuplement passe de 40 à 50 ans. En revanche, la valeur H_c peut être réutilisée si le pas de temps est faible, ou si la structure du peuplement est immuable, ou encore si la distribution des arbres par classe de diamètre reste la même.

Quant à la notion de hauteur cylindrique qui nous a conduit à l'établissement des tarifs de cubage que nous proposons, il convient sans doute de s'interroger sur sa pertinence et sur les divers usages dont elle peut faire l'objet. À titre d'exemple nous avons obtenu, avec quelques tables de production, le résultat suivant : H_c est une fonction linéaire de la hauteur dominante et cette relation est indépendante de la classe de fertilité. Ce constat, qui est normal pour des tables dont le modèle se base sur l'équation $V = F.G.H_o$, a été fait également pour des tables qui utilisaient un autre modèle de volume.

Toutes les questions en suspens appellent une validation, un prolongement et une amélioration de notre travail basé sur le concept de la hauteur cylindrique. Les très nombreux arbres mesurés par l'INRA ou par l'IFN pourraient utilement servir à ces investigations complémentaires et pourraient aussi nous fournir des tarifs de cubages pour d'autres essences forestières.

Mien TRAN-HA – Thomas CORDONNIER – Pierre DUPLAT
Direction Technique – Département de Recherche
OFFICE NATIONAL DES FORÊTS
Boulevard de Constance
F-77300 FONTAINEBLEAU
(thomas.cordonnier@onf.fr)

Georges PERROTTE
Inspection générale
OFFICE NATIONAL DES FORÊTS
Boulevard de Constance
F-77300 FONTAINEBLEAU

Remerciements

Ce travail est dédié à tous les forestiers qui ont participé aux campagnes de mesures de cubages des arbres abattus et dont beaucoup sont aujourd'hui en retraite. Nous voudrions également remercier tout particulièrement Myriam Legay, Thibaut Lombart et Claudine Richter pour leurs conseils et leur précieux soutien. Enfin, nous remercions les relecteurs anonymes de la *Revue forestière française* pour leurs conseils avisés et leurs critiques constructives.

BIBLIOGRAPHIE

- BARTET (J.-H.). — Construction de tables de production à sylviculture variable pour le Sapin dans les Alpes du Nord. — Office national des Forêts, 1976. — 104 p.
BARTET (J.-H.). — Construction de tables de production à sylviculture variable pour l'Épicéa dans les Alpes du Nord — Office national des Forêts, 1976. — 145 p.

- BARTET (J.-H.), BOLLIET (R.). — Construction de tables de production à sylviculture variable pour l'Épicéa du Jura. — Office national des Forêts, 1976. — 72 p.
- BITTERLICH (W.). — The relascope idea. — Commonwealth Agricultural Bureau, 1984. — 242 p.
- BOUCHON (J.). — Les tarifs de cubage. — Nancy : ENGREF, 1974. — 150 p.
- DUPLAT (P.), PERROTTE (G.). — Inventaire et estimation de l'accroissement des peuplements forestiers. — Office national des Forêts, 1976. — 432 p.
- EVERT (F.). — Compatible systems for the estimation of tree and stand volume. — *The Forestry Chronicle*, vol. 52, 1976, pp. 15-16.
- GUINAUDEAU (F.), DUPLAT (P.). — Proposition d'un tarif de cubage unique pour l'Épicéa commun. — *Informations Forêt*, n° 3, fascicule 487, 1994, pp. 225-236.
- ONF (Collectif). — Protocole national pour le cubage des arbres-échantillon. — Office national des Forêts, 1972. — 34 p.
- ONF (Document de travail). — Nouveau protocole de cubage des arbres-échantillon. — Office national des Forêts, 1983.
- PARDÉ (J.), BOUCHON (J.). — Dendrométrie. — 2^e édition. — Nancy : École nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, 1988. — 328 p.
- RONDEUX (J.). — La mesure des arbres et des peuplements forestiers. — Les Presses agronomiques de Gembloux, 1993.
- SEARLE (S.R.). — Linear Models. — John Wiley & Sons, 1971. — 524 p.
- VALLET (P.), DHÔTE (J.-F.), LE MOGUEDEC (G.), RAVART (M.), PIGNARD (J.). — Development of total above-ground volume equations for seven important forest tree species in France. — *Forest Ecology and Management*, vol. 229, 2006, pp. 98-110.
- VRIES (P.G. DE). — Sampling theory for forest inventory. — Springer-Verlag, 1986. — 399 p.

VOLUME TIGE D'UN ARBRE OU D'UNE COLLECTION D'ARBRES POUR SIX ESSENCES PRINCIPALES EN FRANCE (Résumé)

Dans l'objectif de construire des tarifs de cubage à l'échelle nationale, nous avons étudié le rapport v/g , appelé hauteur cylindrique h_c , g étant la surface terrière de l'arbre et v son volume tige. Notre étude montre qu'il existe une bonne corrélation entre cette variable et la hauteur totale h de l'arbre. Nous proposons ainsi d'utiliser l'équation $\hat{h}_c = a + bh$ obtenue par régression linéaire pour déduire un tarif simple : $\hat{v} = g(a + bh)$. Cette équation est testée pour six essences principales en France (Chênes sessile et pédonculé, Hêtre, Épicéa, Sapin, Pin sylvestre, Douglas) avec des résultats satisfaisants. Sous cette forme simple, il est possible de déduire un tarif peuplement $\hat{V} = G(a + bH)$, où G est la surface terrière et H est une "hauteur moyenne" des arbres du peuplement. Cette dernière équation représente une économie appréciable de mesures individuelles : pour calculer le volume V (par exemple à l'hectare), il suffit d'estimer G (à l'hectare) et d'estimer H lors d'un inventaire. Les tarifs uniques obtenus, simples et opérationnels, pourraient contribuer au progrès et à la normalisation des nombreuses pratiques actuelles de calculs du volume.

STEM VOLUME OF INDIVIDUAL TREES AND OF STANDS FOR SIX MAJOR SPECIES IN FRANCE (Abstract)

For the purpose of devising nationally applicable volume tables, we explored the v/g ratio, called cylinder height h_c , g being the basal area of the tree and v its stem volume. Our study shows there is a good correlation between this variable and total tree height h . We therefore propose using the equation $\hat{h}_c = a + bh$ obtained by linear regression to deduce a simple table: $\hat{v} = g(a + bh)$. The equation was tested for six major species in France (sessile and pedunculate oak, beech, spruce, fir tree, common pine, Douglas fir) yielding satisfactory results. In this simple form, a stand table can be derived $\hat{V} = G(a + bH)$, where G is the basal area and H is an "average tree height" for the stand. Using this equation spares having to make many individual measurements – to compute volume V (for instance, on a per hectare basis), it is enough to estimate G (per hectare) and estimate H when conducting an inventory. The single tables thus obtained are simple and functional and could contribute to progress and standardization of the numerous current practices for computing volume.