



**HAL**  
open science

## La loi tronquée appliquée aux données de Liocourt

Robert B. Chevrou

► **To cite this version:**

| Robert B. Chevrou. La loi tronquée appliquée aux données de Liocourt. 2021. <hal-03447518>

**HAL Id: hal-03447518**

**<https://hal.science/hal-03447518v1>**

Preprint submitted on 24 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

## LA LOI TRONQUÉE APPLIQUÉE AUX DONNÉES DE LIOCOURT

ROBERT B. CHEVROU

La loi tronquée est ici appliquée aux données de Liocourt présentées dans son article de 1898 cité en référence et qu'il a recueillies dans les sapinières soumises au régime forestier de Gérardmer dans les Vosges.

Exposons succinctement le contexte de l'article de Liocourt. Il écrit au sujet de ces peuplements aménagés par l'ancienne méthode de la « futaie régulière par affectation » :

« Les forêts résineuses de sapin et d'épicéa sont aménagées soit en jardinage avec possibilité en volume, soit en futaie régulière [...] Cette dernière méthode, admise dans le principe à peu près à l'exclusion de toute autre, a été dans la suite abandonnée dans un grand nombre de sapinières, pour faire place au jardinage par volume [...]

La notion de révolution, admise comme cheville ouvrière de l'aménagement en futaie régulière, manque totalement de précision. Il est difficile de connaître l'âge exact d'un arbre parvenu aux dimensions d'exploitabilité cherchées [...]

En un mot, dans les sapinières traitées en futaie régulière, le maintien de l'état jardiné a été le résultat, sinon général, du moins prédominant, des opérations faites. Il n'est pas possible de dire où finit la futaie jardinée et où commence la futaie régulière ».

Liocourt propose ensuite une solution pour traiter convenablement ces futaies plus ou moins jardinées.

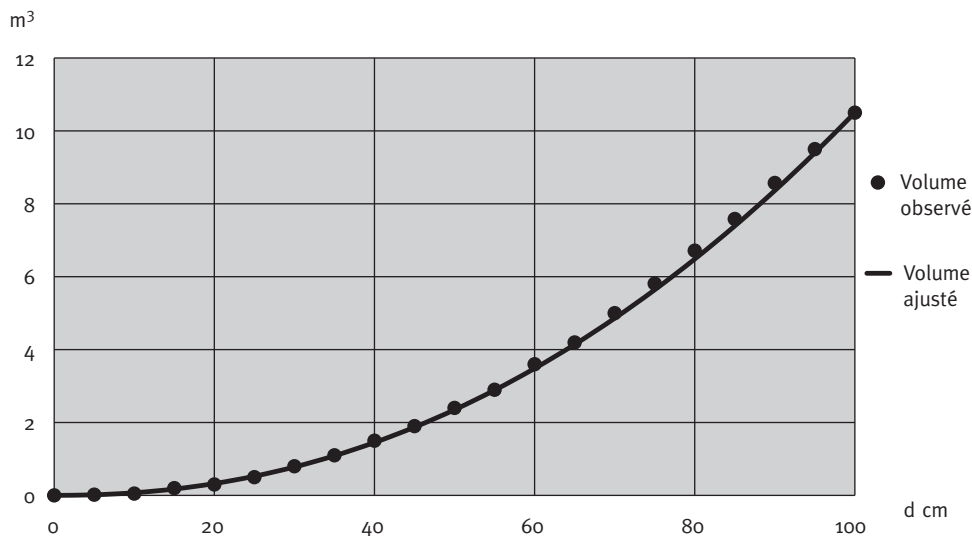
Il présente sa répartition théorique des effectifs par catégorie de diamètre dans son deuxième tableau et il écrit : « les différences entre chaque ordonnée suivent une progression uniformément décroissante ». Cependant, les rapports des effectifs entre deux catégories successives augmentent d'une catégorie à l'autre dans ce tableau (de 1,24 entre 5 et 10 cm à 1,76 entre 75 et 80 cm). La valeur exacte du rapport constant calculée pour l'intervalle des effectifs observés est de 1,41. D'après les calculs présentés par Liocourt, et les valeurs nulles des différences d'ordre 5 de la dernière colonne, sa distribution des effectifs par catégorie de diamètre correspond à un polynôme de degré 4 :

$$N = d^4/15000 - d^3 \times 13/500 + d^2 \times 2291/600 - d \times 5013/20 + 6217,$$

avec  $d$  en cm, et non à une distribution géométrique uniformément décroissante (figure 2, p. 575).

Nous utilisons ci-après les résultats d'ensemble des sept peuplements observés, ainsi que Liocourt l'a fait avant d'exposer sa théorie en regroupant dans son premier tableau ces sept peuplements en un seul, avec un nombre total d'arbres égal à 10000. La surface théorique de ce peuplement théorique est de 29,82 ha et il est irrégulier et inéquienne.

FIGURE 1

VOLUME ARBRE m<sup>3</sup>

Liocourt donne les volumes moyens des arbres de chaque catégorie de diamètre dans son troisième tableau (colonne « Volume Liocourt m<sup>3</sup> » de notre tableau I, p. 577).

Une formule est ajustée aux données et adoptée dans la suite pour calculer les accroissements diamétraux :

$$V = 10,5 d^{2,16},$$

avec  $V$  en m<sup>3</sup> et  $d$  en m (figure 1, ci-dessus).

L'accroissement en volume peut être calculé par différentiation de cette formule :

$$\Delta V = 22,68 d^{1,16} \Delta d$$

ce qui permet de reconstruire l'accroissement diamétral moyen  $\Delta d$  par catégorie de diamètre à partir des accroissements en volume  $\Delta V$  donnés par Liocourt :

$$\Delta d = \Delta V / 22,68 d^{1,16}.$$

Liocourt exprime les accroissements en volume dans son quatrième tableau par celui d'un mètre cube de bois : en multipliant pour chaque catégorie de diamètre la valeur donnée par le volume moyen, on obtient l'accroissement moyen en volume des arbres de la catégorie. L'accroissement diamétral de cette catégorie de diamètre est estimé à partir de cet accroissement en volume et de la fonction ci-dessus donnant  $\Delta d$  (colonne «  $\Delta d$  reconstruit mm » dans le tableau I, p. 577).

La loi tronquée dépend de 3 paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c$  et d'un coefficient de proportionnalité  $M$  :  $c$  est une durée liée à l'accroissement diamétral moyen  $u/c$  à tout âge et calculé pour les diamètres de 0 cm à l'infini ( $u$  est la largeur des catégories de diamètre) ;  $\alpha$  (si  $\alpha > 0$ ) est lié au taux d'éclaircie annuel  $\alpha/c$  ;  $\beta c$  est l'âge maximum des arbres (âge d'exploitabilité ou âge de sénescence) ;  $\beta u$  est le diamètre moyen des arbres les plus âgés.  $M$  est un nombre (tel que  $\alpha M > 0$ ) lié à la densité du peuplement. Aucune autre formule disponible dans ce domaine ne lie directement la distribution des effectifs aux caractéristiques de la sylviculture. Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $M$  sont

estimés à partir des nombres d'arbres alors que  $c$ , donc l'âge maximum  $\beta c$ , est estimé à partir des accroissements diamétraux moyens par catégorie de diamètre. La loi de Liocourt est un cas particulier : le  $q$ -ratio est égal à  $1 + \alpha$  et  $\beta$ , donc  $\beta c$ , prend une valeur infinie.

Les paramètres de la loi tronquée sont estimés ici par la méthode de calcul du minimum de la somme des carrés des différences entre les surfaces terrières observées et théoriques par catégorie de diamètre de 20 à 100 cm. La surface terrière totale théorique pour les diamètres de 20 à 100 cm est fixée égale à celle observée.

Le paramètre de la loi tronquée qui détermine les accroissements diamétraux et les âges moyens par catégorie de diamètre est estimé globalement pour calculer la production totale et les coupes. L'âge maximum donné par la loi tronquée est alors de 151 ans.

Le tableau I affiche les données sans ou après reconstruction : « Nombres observés » sont les effectifs observés par Liocourt ; « Volume Liocourt  $m^3$  » sont les volumes calculés à partir des effectifs et des volumes arbre donnés par Liocourt ; «  $\Delta d$  reconstruit mm » et « Âge reconstruit années » sont les valeurs calculées d'après ces données ; « Nombre loi tronquée », «  $\Delta d$  théorique mm » et « Âge théorique » sont les valeurs données par la loi tronquée.

La loi tronquée détermine les coupes annuelles par catégorie de diamètre. Pour celles de 20 à 100 cm, on obtient les résultats totaux suivants sur la surface de 29,82 ha. La coupe définitive enlève 58 tiges d'un diamètre moyen de 46 cm, et les éclaircies 124 tiges d'un diamètre moyen de 32 cm ; les volumes totaux correspondants sont de 133  $m^3$  et de 132  $m^3$ , pour un total de 265  $m^3$ . L'accroissement total annuel par hectare calculé par la loi tronquée pour les catégories de diamètre 20 à 100 cm est de 8,87  $m^3/ha/an$ , au lieu de 8,32  $m^3/ha/an$  déduit des données de Liocourt.

Les figures 2 à 5 montrent, par catégorie de diamètre, les ajustements des résultats de la loi tronquée aux données de Liocourt, ainsi que les ajustements avec la règle du  $q$ -ratio dite loi de Liocourt.

FIGURE 2 NOMBRES D'ARBRES

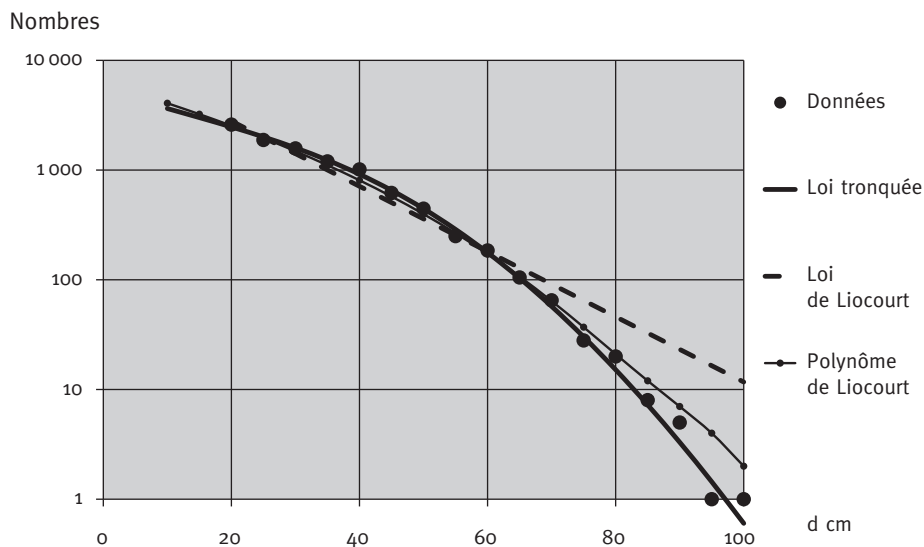


FIGURE 3 SURFACE TERRIÈRE PAR CATÉGORIE DE DIAMÈTRE : ST

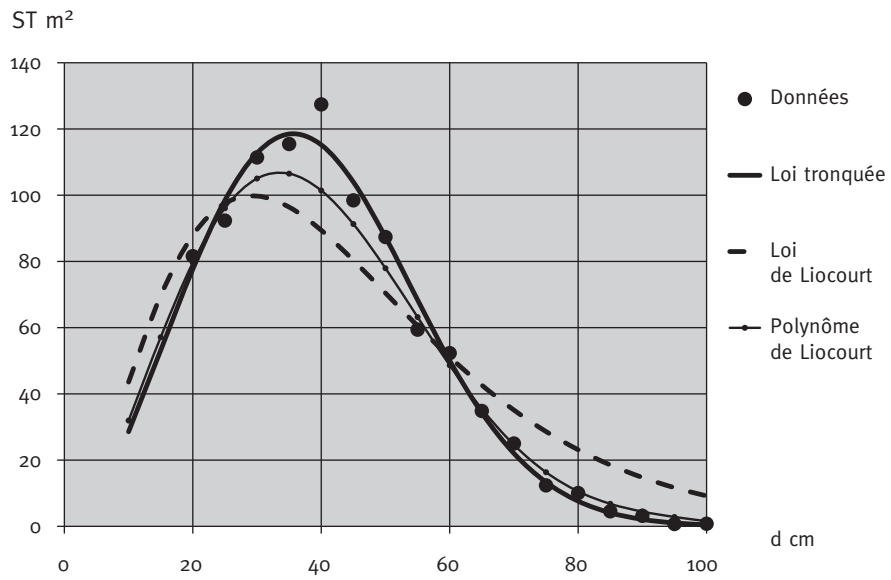


FIGURE 4 ACCROISSEMENT EN DIAMÈTRE EN mm : LOI TRONQUÉE

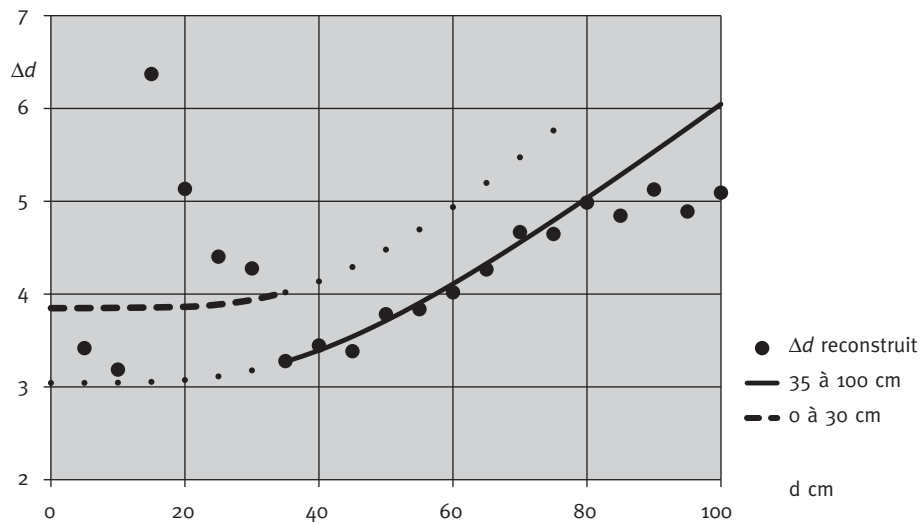


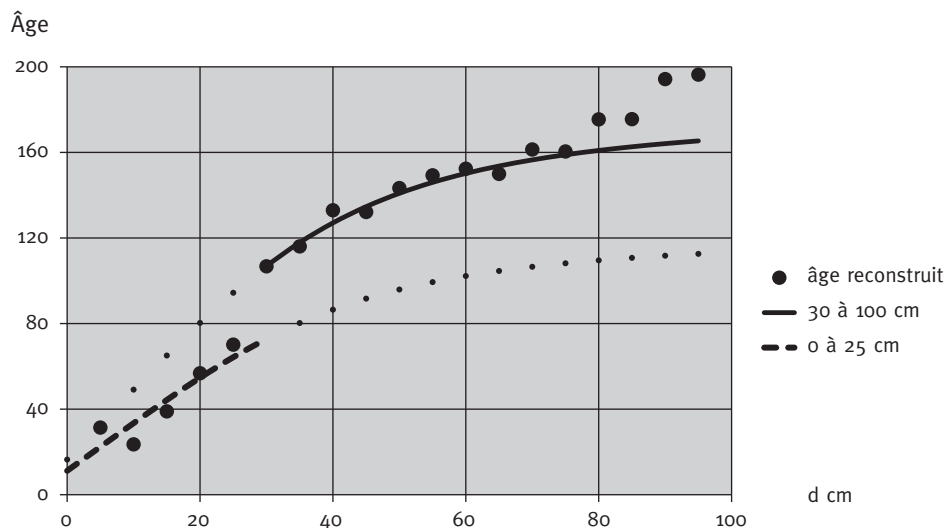
TABLEAU I **Données de Liocourt et données reconstituées**

Diamètre $d$ (cm)	Nombres observés	Volume Liocourt (m <sup>3</sup> )	$\Delta d$ reconstruit (mm)	Âge reconstruit (années)	Nombres loi tronquée	$\Delta d$ théorique (mm)	Âge théorique
0					5 283	3,65	14
5			3,42	31	4 385	3,65	27
10			3,19	24	3 637	3,65	41
15			6,37	39	3 008	3,66	54
20	2 597	779	5,13	57	2 472	3,68	67
25	1 881	941	4,40	70	2 006	3,73	79
30	1 576	1 261	4,28	107	1 595	3,81	89
35	1 200	1 320	3,28	116	1 231	3,92	98
40	1 014	1 522	3,45	133	917	4,07	106
45	619	1 177	3,38	132	654	4,24	112
50	445	1 068	3,78	143	445	4,45	118
55	250	725	3,84	149	288	4,68	122
60	185	666	4,02	152	177	4,92	125
65	105	441	4,27	150	103	5,19	128
70	65	325	4,67	161	57	5,46	131
75	28	163	4,65	160	30	5,74	133
80	20	134	4,99	175	15	6,03	134
85	8	61	4,84	176	7	6,33	136
90	5	43	5,13	194	3	6,63	137
95	1	10	4,89	196	1	6,94	138
100	1	11	5,09		1	7,25	139
Totaux de 20 à 100 cm	10 000	10 647			10 003		

Dans le tableau I (ci-dessus) et les figures 4 et 5 (p. 576 et 578), l'âge reconstruit de la catégorie de diamètre 25 cm est 70 ans et celui de celle de 30 cm est 107 ans, soit une différence de 37 ans très supérieure aux autres différences entre deux catégories de diamètre successives. Ces catégories de diamètre de 25 et 30 cm semblent séparer deux populations d'arbres : de petits arbres à croissance rapide et les plus gros arbres. Que s'est-il passé dans ces forêts sous la Révolution et le Premier Empire ?

Le paramètre de la loi tronquée qui détermine les accroissements diamétraux et les âges moyens par catégorie de diamètre a donc été estimé différemment pour les figures 4 et 5 en séparant les catégories de diamètre de 20 à 30 cm des autres. L'âge maximum estimé par la loi tronquée des plus petits arbres est de 123 ans et celui des gros arbres de 181 ans.

FIGURE 5 ÂGE MOYEN PAR DIAMÈTRE : LOI TRONQUÉE



Liocourt fait mention en début d'article, à titre d'exemple, d'une révolution de 150 ans en futaie régulière dans sa région. On peut croire qu'il existait à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle quelques gros arbres beaucoup plus âgés dans ces peuplements plus ou moins traités de fait en futaie jardinée selon les dires mêmes de Liocourt.

## CONCLUSIONS

Il n'est pas possible d'estimer convenablement les accroissements diamétraux moyens et les âges moyens par catégorie de diamètre, ni de ventiler les prélèvements entre coupe finale et éclaircies, avec les techniques approximatives mises en œuvre par Liocourt dans son article de 1898, ni avec la règle du *q-ratio*. La loi tronquée apporte une information beaucoup plus complète tant en futaie irrégulière qu'en futaie régulière.

Robert B. CHEVROU  
13 rue Clair Soleil  
F-34430 SAINT-JEAN-DE-VEDAS  
(bernard.chevrou@orange.fr)

L'auteur tient à la disposition des lecteurs intéressés le fichier (en excel) des calculs détaillés (en français ou en anglais). Pour obtenir ce fichier, adresser un mél à l'auteur.

## BIBLIOGRAPHIE

- CHEVROU (R.B.). — Liocourt law and the truncated law. — *Canadian Journal of Forest Research*, vol. 20, 1990, pp. 1933-1946.
- LIOCOURT (F. de). — De l'aménagement des sapinières. — *Bulletin trimestriel, Société forestière de Franche-Comté et Belfort*, n° 4, juillet 1898, pp. 396-409.