



**HAL**  
open science

# Critère de décision basé sur les indices de capacité pour l'optimisation robuste d'un procédé d'emboutissage

Pascal Lafon, Pierre-Antoine Adragna, von Dim Nguyen

## ► To cite this version:

Pascal Lafon, Pierre-Antoine Adragna, von Dim Nguyen. Critère de décision basé sur les indices de capacité pour l'optimisation robuste d'un procédé d'emboutissage. CFM 2015 - 22ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-03446128

**HAL Id: hal-03446128**

**<https://hal.science/hal-03446128v1>**

Submitted on 24 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Critère de décision basé sur les indices de capacité pour l'optimisation robuste d'un procédé d'emboutissage

P. LAFON<sup>a</sup>, P.A. ADRAGNA<sup>a</sup>, V.D. NGUYEN<sup>a</sup>

a. Université de Technologie de Troyes, ICD-LASMIS UMR 6281, pascal.lafon@utt.fr,  
pierre-antoine.adragna@utt.fr

## Résumé

Cet article propose une démarche d'optimisation robuste associée à un critère de décision basé sur les indices de capacité d'un procédé pour prendre en compte lors de la spécification d'un tolérancement sur un produit les effets des incertitudes irréductibles liées au procédé et au produit. L'objectif de la démarche est de savoir si le procédé envisagé, compte tenu des incertitudes, est compatible avec les spécifications fonctionnelles du produit et le cas échéant d'optimiser le procédé pour tenter de satisfaire les spécifications choisies. La démarche est illustrée par l'exemple du tolérancement de la déviation de position d'un perçage sur une pièce en tôle emboutie. L'exemple traité montre que plusieurs compromis de Pareto sont atteignables en fonction du choix du type d'indice de capacité.

## Abstract

*This paper proposes a framework for robust optimization along with a making decision support based on process capability index. This framework is helpful for designers, in order to estimate the effect of uncertainty in manufacturing processes on functional specification on the product to be designed. This framework aims to evaluate the capability of a chosen process to handled functional specification, and if not, to optimize the manufacturing process to fit functional specifications. This framework is illustrated with a simple example of a sheet metal forming and the specification of the deviation of a hole position on the stamped part. Results show that several compromises along the Pareto front are reachable with respect to the chosen process capability index.*

**optimisation robuste, incertitudes aléatoires, multicritères, indice de capacité, simulation numérique, emboutissage**

## 1 Introduction

Dans le processus de développement de produit, le passage d'une maquette virtuelle du produit au produit physique se caractérise entre autres phénomènes, par l'apparition d'incertitudes irréductibles sur de nombreuses données techniques du produit. L'intégration de ces incertitudes est devenue une pratique courante dans les phases aval du processus de développement. Par contre, leur prise en compte dans

les phases les plus amonts du processus de développement pose encore de nombreux problèmes de modélisation et d'intégration dans les outils numériques de simulation du produit et des procédés associés. Les travaux développés dans cette direction mettent en oeuvre des techniques d'optimisation prenant en compte l'incertitude sous forme de paramètres ou de variables aléatoires. En fonction des choix de modélisation on parlera alors d'optimisation fiabiliste ou d'optimisation robuste [2].

La démarche proposée ici relève de l'optimisation robuste des procédés d'emboutissage. L'objectif opérationnel de cette démarche étant de fournir au(x) concepteur(s) des outils pour intégrer les incertitudes liées au procédé d'emboutissage dans la démarche de conception de la pièce. On vise ici en particulier, l'étape du choix des spécifications fonctionnelles (tolérances sur les formes et les dimensions) en tenant compte des capacités des procédés envisagés ou disponibles. Lorsque ces spécifications ne sont pas conformes aux capacités de ces procédés il est envisagé d'optimiser les paramètres du procédé pour essayer de satisfaire ces spécifications fonctionnelles. Le travail présenté dans cet article concerne plus précisément la démarche d'optimisation et les modélisations associées ainsi qu'une nouvelle proposition de critère de décision permettant d'identifier une configuration optimale des paramètres d'un procédé d'emboutissage.

## 2 Incertitudes, optimisation robuste ou fiabiliste des procédés

La prise en compte des incertitudes, donc de paramètres aléatoires qui seront représentés par des fonctions de densité de probabilités, dans un contexte d'optimisation se traduit deux catégories de problème. La première catégorie concerne les problèmes d'optimisation fiabiliste (RBDO : Reliability Based Design Optimization) où l'on cherche à optimiser une performance tout en s'assurant d'un niveau minimal de fiabilité, niveau exprimé comme une ou plusieurs contraintes du problème d'optimisation. On trouvera dans [7, 9, 3, 1] des applications aux procédés d'emboutissage dans lesquelles des probabilités de plissements ou d'amincissements trop importants ont été considérées dans la formulation des problèmes d'optimisation.

La seconde catégorie concerne les problèmes d'optimisation robuste des procédés (RDO : Robust Design Optimization). Dans cette approche on cherche un compromis entre les meilleures performances du procédé selon un critère prédéfini et la meilleure stabilité de ces performances vis à vis des variabilités dues aux incertitudes sur les paramètres du procédé. Ce problème s'écrit naturellement sous la forme d'un problème d'optimisation multicritères où l'on cherche à minimiser l'écart type des performances et la moyenne de la performance (ou l'écart de cette moyenne par rapport à une cible) [8]. Cependant, tous les problèmes d'optimisation formulés ainsi ne sont pas nécessairement de véritables problèmes d'optimisation robuste. En effet [2], précise que pour obtenir un véritable problème d'optimisation robuste, il est nécessaire que l'écart type des performances et la moyenne des performances varient de manière antagoniste. Cette propriété s'obtient par un choix judicieux dans la modélisation des critères de performance.

Pour les deux catégories de problèmes, les auteurs ont considéré deux groupes de paramètres aléatoires. Ils distinguent en effet les paramètres de "bruits" dont on ne peut pas contrôler la valeur moyenne, et ceux que l'on qualifie de paramètres de contrôle, pour lesquels on peut modifier leur valeur moyenne.

### 3 Démarche globale d'optimisation robuste

On considère le problème d'optimisation robuste formulé comme le problème multicritère suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_X E [F(X, P)] \\ \text{et} \\ \min_X \sigma [F(X, P)] \\ \text{Sous les contraintes} \\ \mathcal{P} [C(X, P) \leq 0] \geq \beta \end{array} \right.$$

où  $X$  et  $P$  sont des vecteurs de variables aléatoires que l'on peut modéliser classiquement par une distribution gaussienne de densité de probabilités. A chaque composante  $x_i$  et  $p_j$  des vecteurs  $X$  et  $P$  on associera une moyenne ( $\bar{x}_i, \bar{p}_i$ ) ou une espérance ( $E[x_i], E[p_i]$ ) selon la nature des variables (discrète ou continue), ainsi qu'un écart type ( $\sigma[x_i], \sigma[p_i]$ ). On admet ici que le critère de performance s'écrit comme une fonction vectorielle  $F(X, P)$  des vecteurs variables  $X$  et  $P$ . Dans cette écriture,  $\mathcal{P} [C(X, P) \leq 0]$  désigne la probabilité de respecter l'évènement "toutes les contraintes  $C(X, P)$  soient respectées". Les contraintes s'expriment alors comme une borne inférieure sur cette probabilité. Ici  $X$  représente les paramètres contrôlables ou variable de design et  $P$  les paramètres de bruits donc "incontrôlables". Les contraintes du problème d'optimisation sont aussi exprimées comme une fonction vectorielle  $C(X, P)$ .

Dans ce type de problème l'évaluation de l'espérance  $E [F(X, P)]$  et de la variance  $\sigma [F(X, P)]$  ne peut être réalisée que numériquement, par un échantillonnage adéquat des variables aléatoires  $x_i$  et  $p_j$  puis, pour chaque échantillon le calcul de  $F$  et de  $C$ . Par exemple, pour un problème comportant  $5+5=10$  variables aléatoires, que l'on souhaite échantillonner par 1000 tirages aléatoires, cela nécessite  $1 \times 10^4$  évaluations des fonctions  $F$  et  $C$  pour chaque itération du processus d'optimisation. En pratique, dès que les fonctions  $F$  et  $C$  requièrent des modèles EF pour être calculées, le recours à des métamodèles est indispensable.

La démarche classique pour obtenir la solution, i.e. le front de Pareto de ce problème relève souvent des étapes suivantes :

- Réalisation d'un plan d'expériences numérique sur le domaine des variables, en considérant ces variables comme des variables déterministes classiques (i.e. non probabilistes).
- Construction d'un métamodèle adéquat pour chaque composante des fonctions vectorielles  $F$  et  $C$ .
- Mise en oeuvre d'une procédure d'optimisation, souvent dénommée "MORDO" (MultiObjective Robust Design Optimization) intégrant l'échantillonnage des variables aléatoires, le calcul des espérances et des écarts types via les métamodèles. L'algorithme d'optimisation utilisé ici est souvent une algorithmme stochastique de type "NSGA II". Ce type de procédure est implémenté dans de nombreux environnements d'optimisation industriels (ModeFrontier<sup>(TM)</sup> ou Isight<sup>(TM)</sup> par exemple).

## 4 Choix d'une configuration optimale et indice de capabilité d'un procédé

Dans le cas général de la modélisation du problème d'optimisation robuste présentée dans la section précédente, le front de Pareto obtenu est multidimensionnel. Il peut être alors très difficile de représenter ce front et donc de choisir le bon compromis écart-type/moyenne de la performance. On notera que, même dans le cas d'un critère de performance scalaire, le problème du choix d'un compromis écart-type/moyenne de la performance se pose. Dans cette dernière configuration (critère de performance scalaire) on propose dans cette section, un critère de décision basé sur les indices de capabilité d'un procédé.

On rappelle que les indices de capabilité d'un procédé sont des mesures de la capacité de ce procédé à respecter des spécifications (données par les bornes inférieures et supérieures  $LSL$  et  $USL$  ou par un intervalle  $IT$ ) sur les caractéristiques du produit (de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ ), transformées par ce procédé. Les indices couramment utilisés,  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$  sont définis par [6] :

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\} = \frac{\frac{IT}{2} - |\delta|}{3\sigma}$$

où  $\delta$  représente la déviation par rapport au centre de l'intervalle  $IT$ .

$$C_{pm} = \frac{IT}{6\sqrt{\delta^2 + \sigma^2}}$$

Un indice  $C_{pk} > 1$  pour un procédé donné garantit que 99.73% de la production est dans l'intervalle de tolérance défini par  $IT$  en tenant compte du décentrage  $\delta$  de la valeur moyenne de la production par rapport au centre de l'intervalle de tolérance. L'indice  $C_{pm}$ , ou indice de capabilité de Taguchi est basé sur la fonction perte de Taguchi, lorsque  $\delta = 0$  il est équivalent au  $C_{pk}$ , mais il rend mieux compte de la dispersion  $\sigma$  et du décentrage  $\delta$ .

Dans le cas d'un critère de performance scalaire pour le problème d'optimisation, et dans la mesure où le critère de performance choisit est cohérent et homogène avec des caractéristiques produit, on remarque que le front de Pareto du problème d'optimisation peut s'exprimer dans le même espace  $(\delta, \sigma)$  que les indices de capabilité du procédé. En remplaçant le critère  $\min_x E[F(X, P)]$  par le critère équivalent  $\min_x \{E[F(X, P)] - F_{cible}\}$ , la figure 1 permet de représenter les indices  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$  ainsi que le front de Pareto dans l'espace  $(\delta, \sigma)$ .

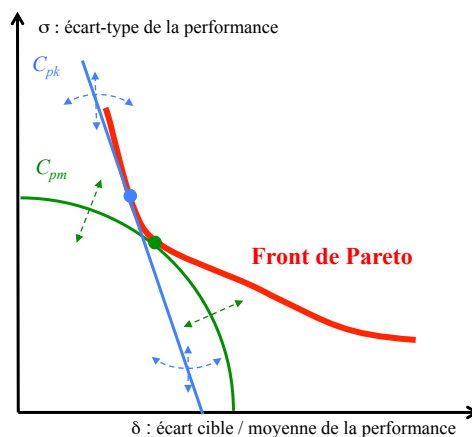


FIGURE 1 – Représentation des indices de capabilité et du front de Pareto

On voit sur cette figure que l'indice  $C_{pk}$  se traduit par une droite de pente  $-\frac{1}{3C_{pk}}$  et d'ordonnée à l'origine  $\frac{IT}{6C_{pk}}$ , alors que l'indice  $C_{pm}$  est représenté par un cercle de rayon  $\frac{IT}{6C_{pm}}$ .

Ces deux représentations sont tangentes avec le front de Pareto en un point correspondant au compromis écart-type / moyenne qui satisfait les indices de capabilité du procédé envisagé. Dans le cas de l'indice  $C_{pm}$  on note qu'il n'existe qu'un seul point de tangence pour une valeur donnée du ratio  $\frac{IT}{6C_{pm}}$ , alors que pour l'indice  $C_{pk}$  il existe plusieurs points de tangence en fonction de la valeur de la tolérance  $IT$  et du  $C_{pk}$  associé au process envisagé. Pour un  $C_{pm}$  donné, le point de tangence avec le front de Pareto définit le rayon maximal admissible  $\frac{IT}{6C_{pm}}$  et donc l'intervalle de tolérance  $IT$ . On obtient ainsi l'unique compromis de robustesse correspondant et l'intervalle de tolérance associé pour une capabilité de procédé. Avec l'indice  $C_{pk}$ , on peut obtenir une infinité de compromis de robustesse correspondant chacun à un intervalle de tolérance.

## 5 Application : cas de l'emboutissage d'une tôle en U

On se propose d'appliquer la démarche d'optimisation robuste et le critère de décision présentés précédemment au cas du benchmark NUMISHEET 2011 [4]. Ce benchmark bien documenté offre l'avantage de pouvoir caler et comparer les résultats de simulation du procédé par rapport aux nombreux résultats disponibles et obtenus avec plusieurs logiciels de calculs par éléments finis.

### 5.1 Modélisation du procédé d'emboutissage

Ce benchmark traite de l'emboutissage en U profond, d'un flan de tôle d'acier DP780 d'épaisseur 1.4mm, de 360mm de long et de 30mm de large. Dans ABAQUS-CAE<sup>(TM)</sup> ce flan est discrétisé par un maillage de 2709 éléments coques S4R avec 7 points d'intégration. Le modèle comportement adopté est un modèle de Swift associé à un critère de HILL 48 pour l'anisotropie. Les outillages sont considérés comme rigides et modélisés avec une géométrie analytique dans ABAQUS<sup>(TM)</sup>. L'interaction entre le flan et les outillages est modélisée par un contact pénalisé de type surface/surface.

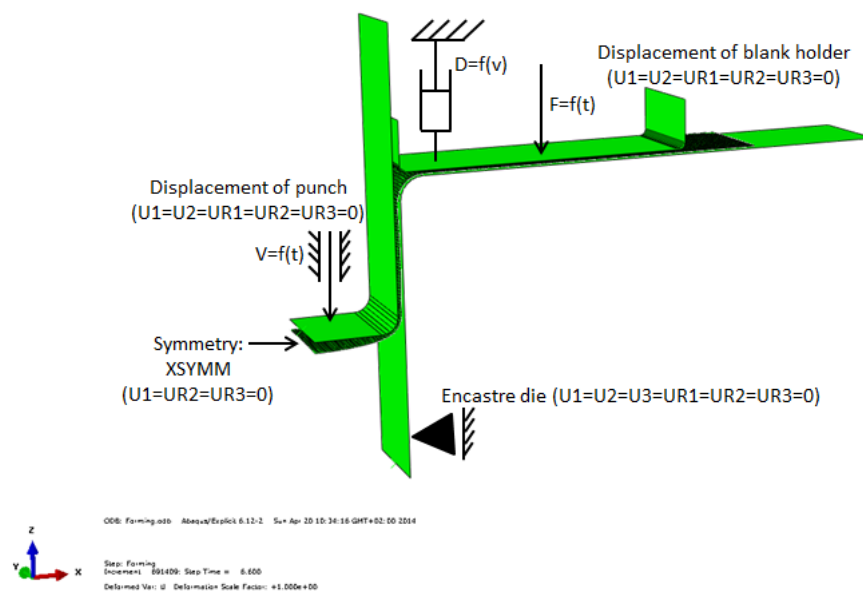


FIGURE 2 – Conditions limites du modèle d'emboutissage du benchmark NUMISHEET

La figure 5.1 présente les conditions limites utilisées. Le calcul est réalisé en deux étapes, d'abord l'emboutissage avec le solveur dynamique explicite d'ABAQUS<sup>(TM)</sup> puis le retour élastique avec le solveur en statique implicite. Après relâchement des outils on caractérise la forme obtenue après retour élastique par la déviation de position  $U_T$  d'un trou percé (mais non modélisé) dans la pièce comme l'indique la figure 3.

Le maillage et le nombre de points d'intégration du modèle ont été calés pour obtenir des résultats aussi proches que possible de ceux du benchmark.

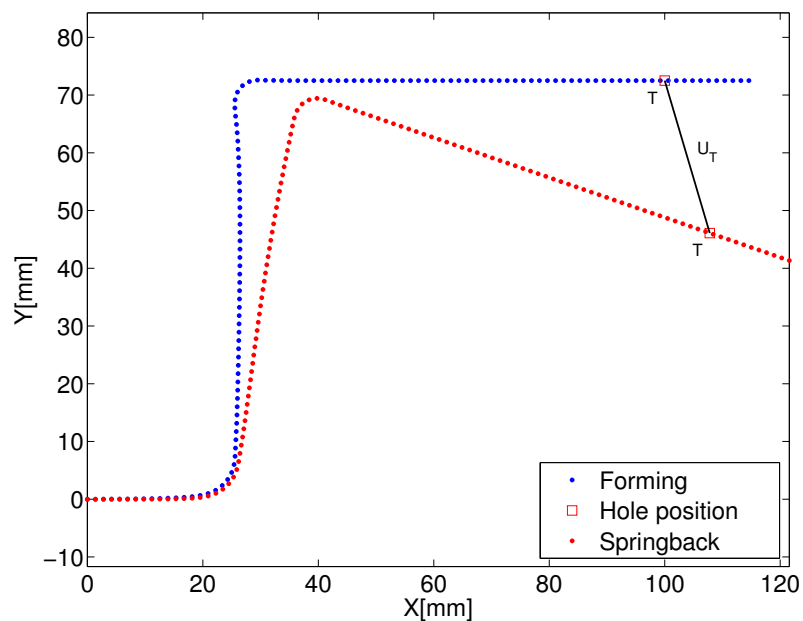


FIGURE 3 – Déviation de la position d'un trou percé

Le modèle de simulation de ce procédé d'emboutissage est paramétré en fonction des 7 paramètres suivants : la force de serrage du flan  $F_{BHF}$ ,  $\mu$  le coefficient de frottement serre flan/flan, les propriétés de l'acier DP780 avec  $R_e$  pour la limite élastique,  $R_m$  pour la limite à la rupture, l'épaisseur  $t$  de la tôle emboutie et les rayons de la matrice  $r_d$  et du poinçon  $r_p$ . La figure 4 montre la chaîne de calcul permettant d'obtenir la déviation de position  $U_T$  du perçage en fonction des entrées du modèle,  $F_{BHF}$ ,  $r_d$ ,  $r_p$ ,  $t$ ,  $\mu$ ,  $R_e$  et  $R_m$ . Chaque simulation du procédé nécessite environ 2h30 de calculs sur une station de travail cadencée à 2.3 GHz.

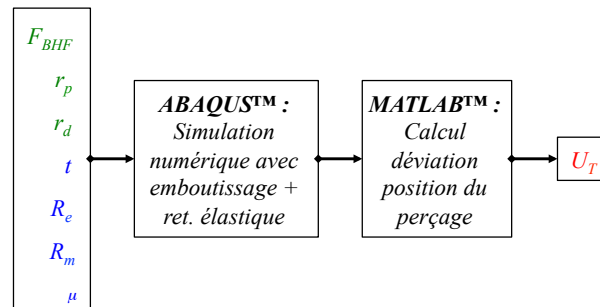


FIGURE 4 – Chaîne de calculs et paramètres d'entrée/sortie

## 5.2 Résultats de l'optimisation robuste

Dans le cas de cet exemple d'application, le contexte impose que les paramètres liés au matériau,  $R_e$  et  $R_m$ , ainsi que l'épaisseur  $t$  de la tôle et le coefficient de frottement  $\mu$  soient des paramètres de bruits  $P$  dont on ne pourra pas contrôler la valeur moyenne. Les paramètres  $F_{BHF}$ ,  $r_d$  et  $r_p$  seront choisis comme variable  $X$  du problème d'optimisation robuste. Le critère de performances sera exprimé comme l'écart entre une valeur cible  $U_T^{\text{Cible}}$  et la déviation de position  $U_T$  du perçage. Pour simplifier l'étude on ne prend pas compte ici de fonctions contraintes exprimant par exemple une probabilité de rupture ou de défauts lors de l'emboutissage. Le problème d'optimisation robuste se formule de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_X |E[U_T(X, P)] - U_T^{\text{Cible}}| \\ \text{et} \\ \min_X \sigma[U_T(X, P)] \end{array} \right. \quad \text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} X = \{F_{BHF}, r_d, r_p\} \\ P = \{R_e, R_m, t, \mu\} \end{array} \right.$$

Les variables  $X$  et les paramètres de bruits  $P$  sont modélisés par des distributions normales, la table 1 récapitule les écarts types utilisés ainsi que les intervalles des valeurs moyennes admissibles sur le domaine de recherche de la solution. Ce problème a fait l'objet d'études plus large [5], dont on ne présente ici qu'une partie. Afin de disposer d'une large base d'expérimentation numérique, on a réalisé un plan d'expérience de type "full factoriel" à 3 niveaux pour les 7 facteurs soit  $3^7 = 2187$  expériences. Ce plan a été enrichi par 2 niveaux intermédiaires supplémentaires pour les facteurs  $F_{BHF}$  et  $\mu$  afin de mieux représenter les non linéarités dues à ces facteurs, ce qui représente  $3^5 \times 2^2 = 972$  expériences supplémentaires. Le plan total regroupe donc un total de 3159 expériences.

Ce plan permet de construire un métamodèle pour déterminer  $U_T$  en fonctions des variables et paramètres de bruits.



| Paramètres | Unités | Distribution | écart-type $\sigma$ | Intervalle des valeurs moyennes admissibles |
|------------|--------|--------------|---------------------|---|
| $F_{BHF}$  | kN     | Normal       | 0.6667              | 2.94–50                                     |
| $r_d$      | mm     | Normal       | 0.0167              | 2–10  |
| $r_p$      | mm     | Normal       | 0.0167              | 2–10  |
| $R_e$      | MPa    | Normal       | 16.667              | 500–600                                     |
| $R_m$      | MPa    | Normal       | 20                  | 780–900                                     |
| $\mu$      |        | Normal       | 0.0033              | 0.04–0.16                                   |
| $t$        | mm     | Normal       | 0.0167              | 1–2   |

TABLE 1 – Données utilisées pour modéliser les incertitudes sur les paramètres

Ce métamodèle est construit à partir de polynômes à bases radiales (RBF : Radial Basis Functions), en utilisant tout l'espace de définition des 7 facteurs du plan d'expérience. Nous avons ensuite appliqué un algorithme NSGAI couplé à un technique d'échantillonnage de type Monte-Carlo (échantillonné par 1000 tirages) pour obtenir le front de Pareto. Conformément à la formulation du problème d'optimisation, les calculs sont menés pour une valeur moyenne fixée des paramètres de bruits  $P$ , à savoir  $R_e = 550\text{MPa}$ ,  $R_m = 840\text{MPa}$ ,  $\mu = 0.1$  et  $t = 2\text{mm}$ . On obtient ainsi un ensemble de 425 solutions de Pareto représentées sur la figure 5. On notera qu'il s'agit bien d'un problème d'optimisation robuste puisqu'il y a antagonisme entre l'écart-type et l'écart de la moyenne par rapport à cible de la déviation de position du perçage.

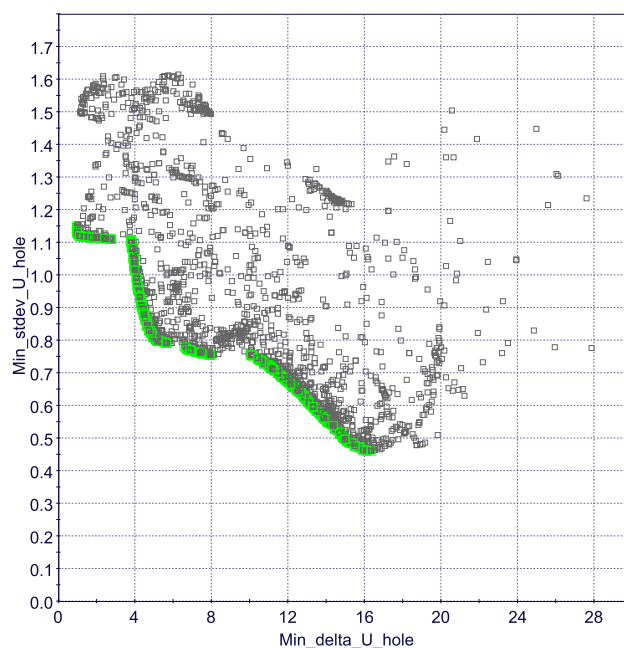


FIGURE 5 – Front de Pareto de la déviation de position du perçage

### 5.3 Application du critère de décision

L'application du critère de décision présenté à la section 4 est directe. Cela permet d'identifier la solution de Pareto correspondant à un choix d'indice  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$  et un  $IT$  donné. Les tables 2 et 3 présentent quelques résultats pour une valeur cible  $U_T^{\text{Cible}} = 0\text{mm}$  avec pour chaque point de Pareto les valeurs

correspondantes des paramètres du procédé. On remarque pour l'indice  $C_{pk}$ , plusieurs valeurs de  $C_{pk}$  et de la tolérance  $IT$  conduisent à la même solution de Pareto, cela est dû à la configuration particulière du front de Pareto pour de petites valeurs de l'écart de la moyenne de  $U_T$  par rapport à  $U_T^{\text{Cible}}$  (cf. figure 5). On notera que, pour l'indice  $C_{pm}$  une seule configuration est possible pour une valeur fixée du rayon  $\frac{IT}{6C_{pm}} = 1.48\text{mm}$ , ce qui laisse le choix de nombreuses combinaisons de  $C_{pm}$  et de  $IT$  pour le même compromis robuste écart-type / écart à la moyenne de la déviation de position du perçage.

| Paramètres | Unités | Moyenne | Ecart-type             | Min                    | Max                    |
|------------|--------|---------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $F_{BHF}$  | kN     | 48.000  | 0.6653                 | 45.929                 | 50.120                 |
| $r_d$      | mm     | 9.950   | 0.0166                 | 9.897                  | 10.003                 |
| $r_p$      | mm     | 2.446   | 0.0167                 | 2.3834                 | 2.499                  |
| $R_e$      | MPa    | 549.999 | 16.703                 | 482.290                | 604.560                |
| $R_m$      | MPa    | 840.010 | 20                     | 777.520                | 912.390                |
| $\mu$      |        | 0.1     | $3.305 \times 10^{-3}$ | $8.885 \times 10^{-2}$ | $1.119 \times 10^{-1}$ |
| $t$        | mm     | 2       | $1.668 \times 10^{-2}$ | 1.947                  | 2.052                  |
| $U_T$      | mm     | 0.973   | 1.131                  | -2.279                 | 4.639                  |

TABLE 2 – La solution de Pareto pour  $C_{pk} = 1.67$  avec  $IT = 13.3\text{mm}$  et  $C_{pk} = 2.00$  avec  $IT = 13.5\text{mm}$ .

| Paramètres | Unités | Moyenne | Ecart-type             | Min                    | Max                    |
|------------|--------|---------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $F_{BHF}$  | kN     | 47.778  | 0.6653                 | 45.707                 | 49.898                 |
| $r_d$      | mm     | 9.950   | 0.0166                 | 9.897                  | 10.003                 |
| $r_p$      | mm     | 2.534   | 0.0167                 | 2.472                  | 2.587                  |
| $R_e$      | MPa    | 549.999 | 16.703                 | 482.290                | 604.560                |
| $R_m$      | MPa    | 840.010 | 20                     | 777.520                | 912.390                |
| $\mu$      |        | 0.1     | $3.305 \times 10^{-3}$ | $8.885 \times 10^{-2}$ | $1.119 \times 10^{-1}$ |
| $t$        | mm     | 2       | $1.668 \times 10^{-2}$ | 1.947                  | 2.052                  |
| $U_T$      | mm     | 0.959   | 1.134                  | -2.282                 | 4.625                  |

TABLE 3 – La solution de Pareto pour  $C_{pm} = 1.67$  avec  $IT = 14.83\text{mm}$  et  $C_{pm} = 2.00$  avec  $IT = 17.76\text{mm}$ .

## 5.4 Discussion

Le critère de décision proposé utilise deux définitions de l'indice de capabilité du procédé,  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$ . On notera ici que l'indice  $C_{pm}$  conduit à un  $IT$  plus grand que l'indice  $C_{pk}$ , donc une solution plus économique à produire. Le choix entre ces deux indices ne sera pas discuté ici car il dépend du contexte de l'entreprise et de la manière dont on souhaite spécifier la qualité de la production. L'exemple proposé illustre le principe mais bien évidemment, en pratique, la conformité de la production dépend d'un grand nombre de spécifications avec pour chacune une valeur spécifique de l'indice de capabilité. Dans ce cas "multivarié", ce critère peut se généraliser. Avec  $n_k$  indice de capabilité, le front de Pareto est une hypersurface de dimension  $2n_k$  et l'interprétation géométrique précédente reste valable et l'on pourra définir une tangence entre le front de Pareto et l'hyperplan pour les  $n_k$  indices  $C_{pk}$  ou l'hypersphère pour les  $n_k$  indices  $C_{pm}$ .

## 6 Conclusion

Nous avons proposé dans cet article une méthode permettant de prendre en compte, dans les étapes amonts de la conception d'une pièce, les incertitudes inhérentes à tout procédé de fabrication. Plus précisément, l'exemple illustrant la démarche proposée concerne l'étape de spécifications des tolérances et un procédé d'emboutissage. Cette démarche repose sur l'usage d'une technique d'optimisation robuste basée sur une formulation multicritère du problème d'optimisation en contexte incertain. Dans cette démarche nous avons proposé un critère de choix basé sur les indices de capabilité d'un procédé. Cela permet d'identifier parmi l'ensemble des solutions de Pareto, celle qui correspond à une valeur donnée de l'intervalle de tolérance et d'indice de capabilité du procédé. On obtient ainsi l'intersection entre l'ensemble des meilleurs compromis robuste et une configuration maximisant la qualité via les indices de capabilité d'un procédé.

## Références

- [1] Thaweepat Buranathiti, Jian Cao, Z Cedric Xia, and Wei Chen. Probabilistic design in a sheet metal stamping process under failure analysis. In *NUMISHEET 2005 : Proceedings of the 6 th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3 D Sheet Metal Forming Processes ; Part A*, volume 778, pages 867–872, 2005.
- [2] R.F. Coelho and P. Breitkopf. *Optimisation multidisciplinaire en mécanique : Tome 2, Réduction de modèles, robustesse, fiabilité, réalisations logicielles*. Collection Méthodes numériques. Hermès science publications, 2009.
- [3] Gašper Gantar and Karl Kuzman. Optimization of stamping processes aiming at maximal process stability. *Journal of materials processing technology*, 167(2) :237–243, 2005.
- [4] Huh H, Chung K, Han SS, and Chung WJ. Benchmark study of the 8th international conference and workshop on numerical simulation of 3d sheet metal forming processes. *Proceedings of Numisheet 2011*, 2011.
- [5] Von-Dim Nguyen. *Validation and robust optimization of deep drawing process by simulation in the presence of uncertainty*. PhD thesis, Université de technologie de Troyes, ICD-LASMIS UMR 6281, 2015.
- [6] Stefan Steiner, Bovas Abraham, and Jock MacKay. Understanding process capability indices. *Institute for Improvement of Quality and Productivity, Department of Statistics and Actuarial Science, University of Waterloo, Waterloo, Ontario N2L 3G1*, 1997.
- [7] M Strano. Optimization under uncertainty of sheet-metal-forming processes by the finite element method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 220(8) :1305–1315, 2006.
- [8] Jan Harmen Wiebenga. *Robust design and optimization of forming processes*. PhD thesis, 2014.
- [9] Wenfeng Zhang and Rajiv Shivpuri. Probabilistic design of aluminum sheet drawing for reduced risk of wrinkling and fracture. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(2) :152–161, 2009.