



**HAL**  
open science

## Méthode de décomposition de domaine mixte non-intrusive multi-échelle

Paul Oumaziz, Pierre Gosselet, Pierre-Alain Boucard

► **To cite this version:**

Paul Oumaziz, Pierre Gosselet, Pierre-Alain Boucard. Méthode de décomposition de domaine mixte non-intrusive multi-échelle. CFM 2015 - 22ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. hal-03445000

**HAL Id: hal-03445000**

**<https://hal.science/hal-03445000>**

Submitted on 23 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Méthode de décomposition de domaine mixte non intrusive multi-échelle

P. OUMAZIZ<sup>a</sup>, P.GOSSELET<sup>a</sup>, P.-A. BOUCARD<sup>a</sup>

a. LMT Cachan / ENS Cachan / CNRS / Université Paris-Saclay  
{oumaziz,gosselet,boucard}@lmt.ens-cachan.fr

## Résumé :

Une nouvelle vision non-intrusive de la méthode LaTIn avec décomposition de domaine est présentée: le but est de faciliter l'implémentation au sein de codes commerciaux. Les conditions limites mixtes sur les sous-domaines sont gérées par un ajout d'éléments au niveau des interfaces. Nous proposons également une nouvelle interprétation de la version multi-échelle de la méthode LaTIn.

## Abstract :

*A new non-intrusive LaTIn interpretation with domain decomposition is presented in order to facilitate the implementation into commercial software. The mixed boundary conditions on the edge of substructures are managed with an addition of elements on the interface. A new interpretation of the multi-scale method is proposed to tackle the multi-scale aspect as a particular choice of the search direction for the linear stage.*

**Mots clefs : Décomposition de domaine, Méthode LaTIn multi-échelle, Assemblages**

## 1 Les assemblages : un enjeu industriel

Les problèmes industriels actuels mettent en jeu des problèmes de grandes tailles et des modèles de plus en plus complexes. Des assemblages avec de grands nombres de pièces impliquent de traiter beaucoup d'interfaces possédant des comportements fortement non linéaires comme le contact avec ou sans frottement. Des détails structuraux tels que des congés ou des trous impliquent une forte densité nodale du maillage ce qui accroît grandement la taille des problèmes et ralentit ainsi leur résolution. Le design des assemblages requiert alors l'utilisation de méthodes de résolution particulières permettant de traiter des modèles non-linéaires à grands nombres de degrés de liberté. Des méthodes de décomposition de domaine telles que BDD ou FETI [1, 2, 3] permettent de profiter des architectures parallèles des ordinateurs pour gérer des problèmes de grandes tailles. Les aspects non linéaires sont quant à eux gérés à l'aide de méthodes itératives comme le classique Newton-Raphson.

## 2 La méthode LaTIn avec décomposition de domaine : intrusivité

La méthode LaTIn proposée par Ladevèze [4] permet de gérer les deux problématiques précédentes. Initialement proposée pour la résolution de problèmes non linéaires, elle peut être enrichie par des tech-

niques de décomposition de domaine et ainsi traiter à la fois des comportements non-linéaires et des problèmes de grandes tailles. On se place, pour cette présentation, dans un cadre élastique isotherme en petites perturbations. Les seules non-linéarités sont donc des non-linéarités de types contact frottant entre les pièces de l'assemblage. Ainsi seule la donnée des grandeurs bords sur les sous-domaines (supposés élastiques linéaires) permet de définir l'état de l'assemblage. Nous noterons  $F_E$  les efforts au bord et  $W_E$  les déplacements au bord d'un sous-domaine.

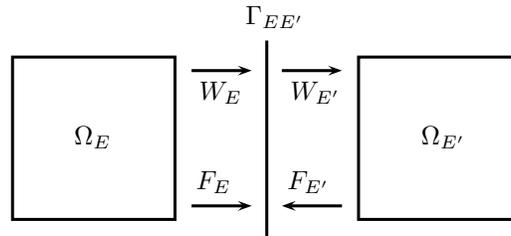


Figure 1: Sous-domaines et interfaces

Dans le cas d'une décomposition de domaine, le problème mécanique à résoudre sous forme discrétisé s'écrit:

Pour chaque sous-domaine:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_E u_E = f_{d_E} + \mathbf{N}_E^T F_E & \text{admissibilité statique et cinématique du sous-domaine} \\ W_E = \mathbf{N}_E u_E & \text{extraction des déplacements de bord} \end{cases}$$

Pour chaque interface:

$$\begin{cases} F_E + F_E' = 0 & \text{équilibre des interfaces} \\ F_E = \mathcal{R}(W_E - W_E') & \text{comportement des interfaces (éventuellement non-linéaire)} \end{cases}$$

(1)

Il est défini :

- $\mathbf{K}_E$  Opérateur de rigidité
- $\mathbf{N}_E$  Opérateur de transfert des sous-domaines vers les interfaces
- $u_E$  Déplacement sur le sous-domaine
- $f_{d_E}$  Efforts imposés

Le premier point de la méthode LaTIn est de séparer les difficultés et ainsi traiter de façon distincte en deux groupes  $A_d$  et  $\Gamma$  les équations (1) régissant le problème : ce en distinguant les relations d'équilibres au sein des sous-domaines des relations d'interface comme le contact. Le second point est d'utiliser une méthode itérative à deux étapes (Figure 2 et 3) afin de résoudre successivement le problème solution des équations  $A_d$  et le problème solution des équations  $\Gamma$ . Sont notés  $\widehat{(\cdot)}$  les grandeurs solutions des équations  $\Gamma$ . Afin de pouvoir résoudre ces deux systèmes, il est nécessaire d'adjoindre des "directions de recherche". Plus de détails peuvent être trouvés dans [5].

Dans le cas de la méthode LaTIn mono-échelle avec décomposition de domaine la direction de recherche au niveau de l'étape linéaire se traduit par la prise en compte de conditions de Robin venant modifier l'opérateur de rigidité du problème par le terme  $\mathbf{N}_E^T \mathbf{k}_E^- \mathbf{N}_E$ . Le système à résoudre est écrit à l'équation 2.

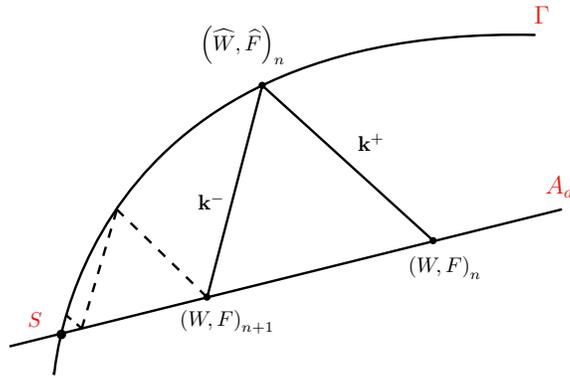


Figure 2: Schéma de résolution LaTIn

<p>Étape linéaire : connaissant <math>(\widehat{W}_E, \widehat{F}_E)</math>, trouver <math>(W_E, F_E)</math> vérifiant:</p> $\begin{cases} \mathbf{K}_E u_E = f_{d_E} + \mathbf{N}_E^T F_E \\ W_E = \mathbf{N}_E u_E \\ (F_E - \widehat{F}_E) + \mathbf{k}_E^- (W_E - \widehat{W}_E) = 0 \end{cases}$ <p>Étape locale : connaissant <math>(W_E, W'_E, F_E, F'_E)</math>, trouver <math>(\widehat{W}_E, \widehat{W}'_E, \widehat{F}_E, \widehat{F}'_E)</math> vérifiant:</p> $\begin{cases} F_E + F'_E = 0 \\ F_E = \mathcal{R}(W_E - W'_E) \\ (\widehat{F}_E - F_E) - \mathbf{k}_E^+ (\widehat{W}_E - W_E) = 0 \\ (\widehat{F}'_E - F'_E) - \mathbf{k}_E^{+'} (\widehat{W}'_E - W'_E) = 0 \end{cases}$
--

Figure 3: Étape linéaire et étape locale

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{N}_E^T \mathbf{k}_E^- \mathbf{N}_E) u = f_{d_E} + \mathbf{N}_E^T (\widehat{F}_E + \mathbf{k}_E^- \widehat{W}_E) \quad (2)$$

Le terme  $\mathbf{N}_E^T \mathbf{k}_E^- \mathbf{N}_E$  est interprété comme une rigidité d'interface et se trouve difficile à évaluer sans avoir un accès interne à un code commercial. On propose donc une ré-interprétation de la direction de recherche de l'étape linéaire afin de l'implémenter sous forme non-intrusive dans un code commercial.

### 3 Une version non-intrusive et multi-échelle de la LaTIn

La difficulté principale venant de l'écriture de la direction de recherche lors de l'étape linéaire, nous proposons une version "non-locale" de cette direction de recherche qui respecte mieux la nature de la dualité entre quantités d'interface. Nous proposons en effet de traiter les conditions de Robin par un ajout d'éléments ( $\theta$  sur la Figure 4) transformant ainsi l'intégration de bord en un assemblage classique de rigidité volumique. La direction de recherche est alors caractérisée par les propriétés géométriques et mécaniques de la zone ajoutée.

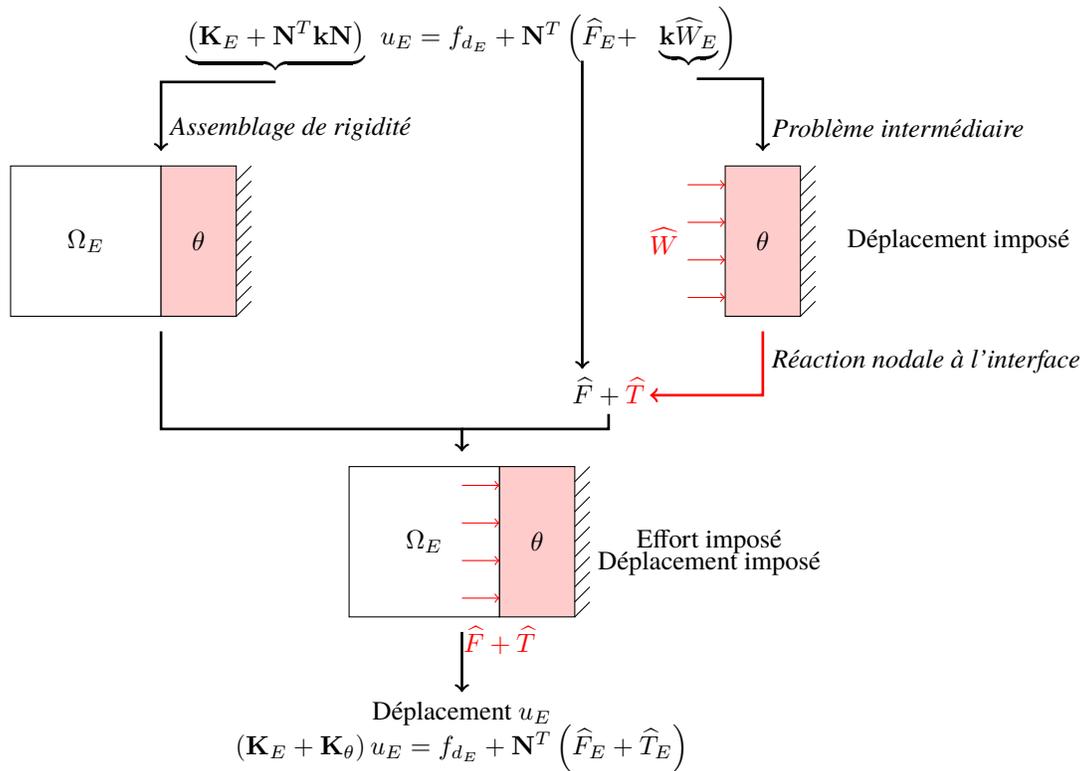


Figure 4: Schéma de résolution non-intrusif

Ainsi le terme  $\mathbf{N}_E^T \mathbf{k}_E^- \mathbf{N}_E$  est remplacé par l'opérateur de rigidité  $\mathbf{K}_\theta$  associé à  $\theta$ . Une étude a été menée permettant de déterminer le choix des caractéristiques tout en minimisant sa taille (ajout d'une unique couche d'éléments au maillage du sous-domaine).

Nous proposons également une nouvelle vision de la formulation multi-échelle de la méthode LaTin [5, 6]. Nous montrons que la condition d'équilibre macro, ajoutée afin d'apporter un aspect multi-échelle, peut être interprétée comme une direction de recherche particulière venant modifier l'opérateur de rigidité et jouant un rôle de correction globale à la direction de recherche.

## 4 Implémentation numérique sous Code\_Aster

Dans le but de donner un premier aperçu des résultats nous présentons ici un cas simple de traction avec une sous-structuration régulière des interfaces planes (Figure 5 et 6). Nous comparons dans un premier temps la méthode LaTin classique et la version non-intrusive sous Code\_Aster. Nous présentons ensuite la comparaison entre le cas mono-échelle et le cas multi-échelle (Figure 8) à travers l'indicateur d'erreur LaTin défini classiquement dans le cas de décomposition de domaine.

La comparaison entre la version non-intrusive et la LaTin classiquement présentée montre une très bonne similarité au niveau de la convergence (Figure 7). On note que la convergence est non-monotone. Ceci s'explique par le caractère particulier de l'opérateur des itérés (étape linéaire - étape locale) [7]. Cet aspect est résolu par l'introduction du multi-échelle. Dans le cas d'une implémentation non-intrusive du multi-échelle il est constatée une nette accélération de la convergence (Figure 8). Ces premiers résultats

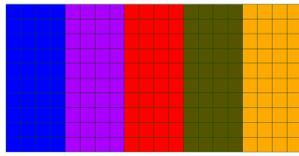


Figure 5: Sous-structuration

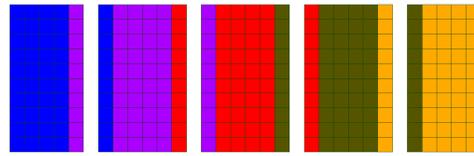


Figure 6: Ajout d'éléments sur les sous-domaines

montrent la faisabilité de la méthode proposée. Lors de la présentation, cette nouvelle méthode et sa mise en œuvre seront détaillées, elles seront aussi illustrées par des cas académiques plus complexes traités par Code\_Aster.

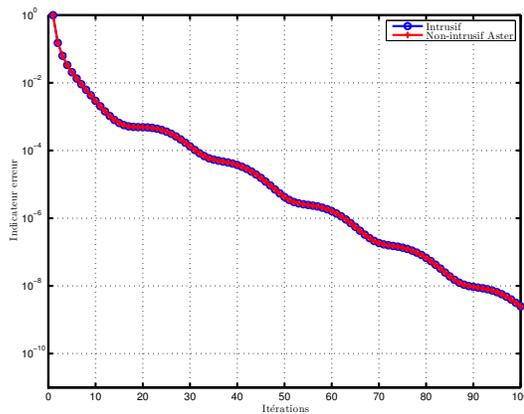


Figure 7: Classique / Non-intrusif

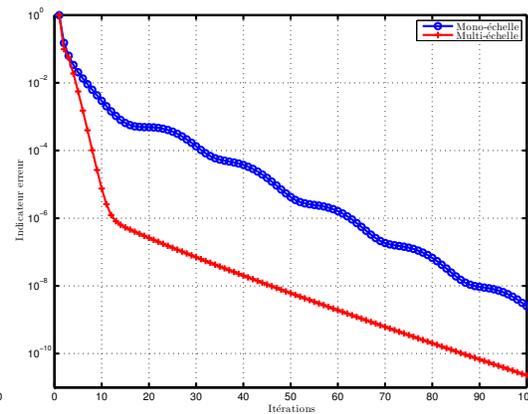


Figure 8: Multi/Mono-échelle

## 5 Conclusions et perspectives

Une formulation non-intrusive de la méthode LaTIn ainsi qu'une nouvelle interprétation de l'aspect multi-échelle sont proposées. L'implémentation sous Code\_Aster montre un très bon comportement de cette version non-intrusive. La suite du travail concerne l'extension à des problèmes quasi-statiques avec prise en compte de comportements non-linéaires sur les interfaces.

## 6 Remerciements

Nous tenons à remercier Airbus dans le cadre d'un contrat de collaboration. Nous remercions de même EDF pour le support technique apporté.

## References

- [1] Jan Mandel and Martin Brezina. Balancing domain decomposition : Theory and performance in two and three dimensions. In *First International Symposium on Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations*, 1993.

- 
- [2] Charbel Farhat, Jan Mandel, and FX Roux. Optimal convergence properties of the FETI domain decomposition method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 7825(93), 1994.
  - [3] Pierre Gosselet and Christian Rey. Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics. *Archives of computational methods in engineering*, 2006.
  - [4] Pierre Ladevèze. *Nonlinear computational structural mechanics: new approaches and non-incremental methods of calculation*. Springer, 1999.
  - [5] Pierre Ladevèze and David Dureisseix. Une nouvelle stratégie de calcul micro/macro en mécanique des structures. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, 327(12):1237–1244, November 1999.
  - [6] Pierre Ladevèze, O. Loiseau, and D. Dureisseix. A micro–macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52(12):121–138, September 2001.
  - [7] Nicholas J Higham. *Accuracy and stability of numerical algorithms*. Siam, 2002.