



**HAL**  
open science

## Écoulement de matériaux granulaires cohésifs

Nicolas Berger, Emilien Azéma, Farhang Radjai, Jean-Francois Douce

► **To cite this version:**

Nicolas Berger, Emilien Azéma, Farhang Radjai, Jean-Francois Douce. Écoulement de matériaux granulaires cohésifs. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03440673

**HAL Id: hal-03440673**

**<https://hal.science/hal-03440673>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Écoulements granulaires cohésifs: origine de la cohésion de Coulomb

N. Berger<sup>1,2</sup>, E. Azéma<sup>1</sup>, F. Radjaï<sup>1</sup>, J-F. Douce<sup>2</sup>

1. Université Montpellier 2, CNRS, LMGC, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier, France.

2. ArcelorMittal Research SA - Voie Romaine, 57280 Maizières-lès-Metz, France.

## Résumé :

*Nous analysons les propriétés macroscopiques et microstructurales de systèmes granulaires cohésifs cisailés par simulations numériques discrètes. Les régimes d'écoulements stationnaires sont caractérisés par le "nombre Inertiel I" défini comme le rapport entre le temps inertiel et le temps de cisaillement. Le niveau de cohésion est quant à lui analysé en terme du "Nombre de cohésion" défini comme le rapport entre la force de cohésion locale normalisée par la force statique du système. De manière remarquable, nous montrons que la contribution de la cohésion de Coulomb dans la résistance au cisaillement ce met à l'échelle avec la cohésion locale et varie de manière non-monotone avec le nombre inertiel I. Pour expliquer une telle variation nous analysons la microstructure granulaire en terme de connectivité des particules, transmission des efforts et mobilisation du frottement via des descripteurs locaux liés à l'anisotropie du réseau de contact et de force. En particulier, nous montrons que l'anisotropie de l'orientation des contacts diminue avec l'augmentation de la cohésion locale et ne varie plus avec le nombre inertiel à de fortes cohésions. En revanche, les anisotropies liées aux forces normales et frictionnelles augmentent avec l'augmentation conjuguée du nombre inertiel et de la cohésion locale mettant ainsi en évidence les origines microscopique de la variation de la cohésion macroscopique.*

## Abstract :

*By means of contact dynamics simulations, we investigate the combined effects of shear rate and cohesive forces with respect to the steady-state shear strength and packing fraction of highly polydisperse granular materials under simple shearing. For the first time, we show that the contribution of Coulomb cohesion to the shear strength is an unmonotonic function of the inertial number : it increases first and, remarkably, saturates at large value of the inertial number. A harmonic approximation of granular texture is presented in terms of angular orientations of forces and contacts. It is found that the increasing normal force transmission and mobilization of friction force, both described by anisotropies parameters, are at the origins of the enhanced strength and Coulomb cohesion with the inertial number.*

**Mots clefs :** Milieux granulaires ; Ecoulement ; Cohésion de Coulomb

## 1 Introduction

Les avalanches de neiges, les glissements de terrains, les procédés industriels telles que l'agglomération ou le malaxage, sont d'autant exemples ou de grandes quantités de matières granulaires cohésives peuvent s'écouler dans différentes géométries [2, 13]. Bien qu'il existe une large littérature aussi bien numérique qu'expérimentale sur les écoulements secs [3, 10, 6, 4], le comportement collectif d'un matériau granulaire en présence d'un liquide manque encore d'une description claire. En particulier le lien entre organisation microstructurale et comportement macroscopique a été très peu étudié et reste une question ouverte. Une observation classique est que, due à la présence de liquide le mouvement des particules peut être fortement corrélé induisant des irrégularités à la surface libre ou encore l'agglomération des particules.

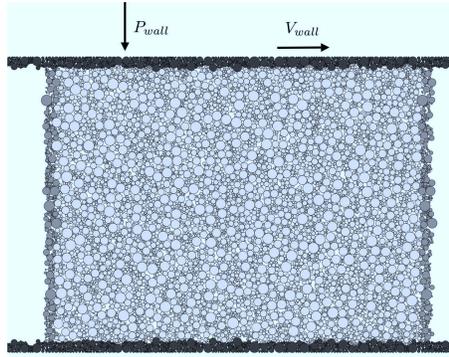


FIGURE 1 – Cisaillement simple homogène. Les particules noires constituent les parois rugueuses et les particules en gris illustrent les conditions périodiques du système.

L’objet du travail mené ici est basiquement le même que pour les écoulements de grains secs ou la variation de l’angle de frottement interne (c’est-à-dire la résistance au cisaillement pour une cohésion nulle) varie avec le nombre inertiel (c’est-à-dire le rapport entre le temps de cisaillement et le temps de relaxation) [10, 6, 4]. De manière similaire, dans le cas cohésif la cohésion de Coulomb participe activement à la résistance au cisaillement. La question est donc de savoir comment cette cohésion de Coulomb varie en fonction du nombre inertiel et du niveau de cohésion locale et surtout d’identifier les mécanismes locaux à l’origine de la cohésion de Coulomb.

Dans la suite, nous présentons brièvement le protocole numérique. Dans la section 3 nous présentons les résultats macroscopiques. La microstructure et le lien entre microstructure et cohésion de Coulomb est présenté dans la section 4. Nous concluons par un résumé des principaux résultats ainsi que des perspectives.

## 2 Procédures numériques

La méthode de Dynamique des Contacts est utilisée pour nos simulations [9, 7]. Nous considérons un modèle simple d’adhésion modélisé par une force de traction  $-f_a^c$  de type capillaire telle que [12] :

$$f_a^c = \kappa \sqrt{R_i^c R_j^c}, \quad (1)$$

où,  $\kappa > 0$  est un paramètre, et  $R_i^c, R_j^c$  les rayons des particules au contact.

Nous déposons géométriquement 8000 disques dans une boîte rectangulaire semi-périodique (Fig.1). Une distribution granulométrique uniforme par fraction volumique est considérée telle que  $d_{max} = 10d_{min}$ , où  $d_{max}$  et  $d_{min}$  les diamètres maximum et minimum. Pour éviter toute localisation et s’assurer que la pression est uniformément distribuée dans le volume, la gravité est fixée à zéro. Le système est soumis à un cisaillement plan entre deux murs rigides composés de disques “collés”. Une pression  $P_{wall}$  le long de l’axe  $y$  et une vitesse  $V_x$  le long de l’axe  $x$  sont appliquées comme illustré sur la figure 1. Des conditions périodiques sont appliquées le long de la direction d’écoulement. Le frottement entre les grains est fixé à  $\mu_s = 0.4$ . Les échantillons sont cisailés jusqu’à une large déformation cumulée afin d’obtenir un état d’écoulement stationnaire (i.e les moyennes temporelles des grandeurs mesurées dans l’écoulement sont constantes).

Le nombre inertiel  $I$  [6, 4] et le nombre de cohésion  $\eta$  sont respectivement définis par :

$$I = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{\rho}{p}}, \quad \eta = \frac{f_a^{max}}{pd}, \quad (2)$$

où,  $\rho$  est la densité,  $d$  le diamètre moyen et  $p$  la pression moyenne dans le système. Dans ce travail le nombre inertiel et de cohésion sont systématiquement variés entre  $I \in [10^{-3}, 0.35]$  et  $\eta \in [0, 2, 5, 10, 20]$ .

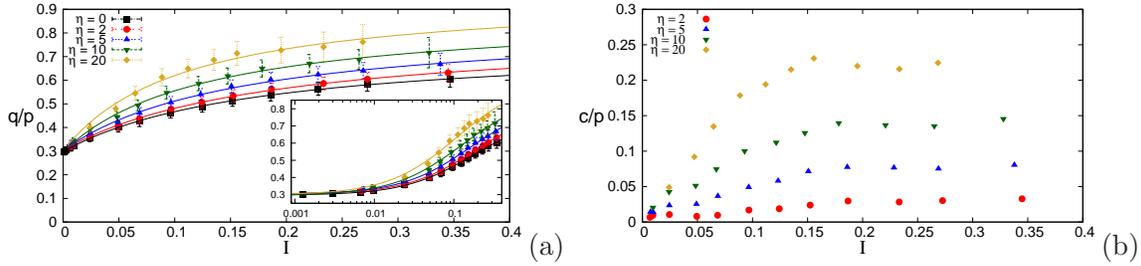


FIGURE 2 – (a) Variation du déviateur de contrainte normalisé  $q/p$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ . Représentation log-linéaire en encart. (b) Variation de la cohésion  $c/p$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ .

### 3 Loi de comportement et contribution de la cohésion de Coulomb

La cohésion de Coulomb et l'angle de frottement interne, respectivement  $c$  et  $\varphi$ , sont définis par le critère de Mohr-Coulomb de la manière suivante  $|\sigma_t| = \tan \varphi \cdot \sigma_n + c$ , où  $\sigma_n$  est la contrainte normale et  $\sigma_t$  la contrainte de cisaillement [8]. Considérant le tenseur de contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  il est plus pratique d'exprimer  $c$  et  $\varphi$  en fonction des invariants du tenseur de contrainte.

Dans un matériau granulaire, le tenseur de contrainte est défini par  $\boldsymbol{\sigma} = n_c \langle \ell^c f^c \rangle$  avec  $n_c$  la densité de contacts et où la moyenne est prise sur tout les contacts  $c$  ayant un vecteur force  $f^c$  et un vecteur branche (vecteur joignant le centre des deux particules en contacts au point  $c$ )  $\ell^c$ . Nous définissons la pression moyenne par  $p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  et le déviateur de contrainte par  $q = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ , où  $\sigma_1 > \sigma_2$  sont les valeurs principales. Ainsi, la cohésion de Coulomb et l'angle de frottement interne sont liés à  $q$  et  $p$  de la manière suivante :  $\frac{q}{p} = \sin \varphi + \frac{c}{p} \cos \varphi$ .

La figure 2 montre  $q/p$  en fonction de  $I$  pour tout les  $\eta$ . On s'aperçoit que  $q/p$  est constant et pratiquement indépendant de  $\eta$  pour  $I < 0.01$ . Puis,  $q/p$  augmente à la fois avec  $I$  et avec  $\eta$  et semble saturer pour des valeurs de  $I$  plus élevées. Les données peuvent être approchées par la loi de puissance suivante  $\frac{q}{p}(\eta, I) = a(\eta) + b(\eta)I^\alpha(\eta)$ , où  $a$ ,  $b$  et  $\alpha$  sont des paramètres dépendant de  $\eta$ .

Dans le cas sec, i.e  $\eta = 0$  l'angle de frottement interne du matériau est directement donné par  $q/p = \sin \varphi$ . Ainsi, la cohésion de Coulomb  $c/p$  d'un matériau granulaire ayant un nombre de cohésion local  $\eta$  peut être directement obtenue par  $\frac{c}{p}(\eta) = \frac{1}{\cos \varphi} (\frac{q}{p}(\eta) - \sin \varphi)$ . La figure 2(b) montre  $c/p$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta > 0$ . Nous observons que  $c/p$  augmente linéairement avec  $I$  puis sature à partir de  $I \sim 0.15$  vers des valeurs maximales dépendant de  $\eta$ . La figure 3(a) représente la cohésion de Coulomb  $c/p$  normalisée par le nombre de cohésion  $\eta$  en fonction de  $I$ . Il est remarquable de voir que les données se mettent à l'échelle sur une unique courbe. En particulier  $c/(p\eta)$  sature à une valeur de 0.015 pour  $I > 0.15$ .

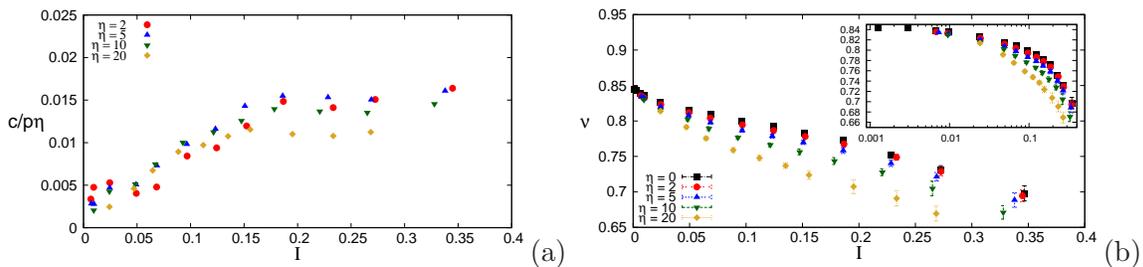


FIGURE 3 – (a) Variation de la cohésion normalisée  $c/(p\eta)$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ . (b) Variation de la compacité  $\nu$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ . Représentation log-linéaire en encart.

La Fig.3(b) montre l'évolution de la compacité  $\nu$  en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ . Nous

observons que, indépendamment de  $\eta$ ,  $\nu$  décroît pratiquement linéairement avec  $I$  et peut atteindre des valeurs aussi faible que 0.7 pour les cohésions les plus fortes. Il est toute fois surprenant de voir un comportement opposé à celui du frottement interne et de la cohésion macroscopique, à savoir qu'une chute de compacité est accompagnée par une augmentation de  $\sin \varphi$  et de  $c/p$ , et plus généralement de la résistance macroscopique  $q/p$ .

## 4 Microstructure

### 4.1 Anisotropies

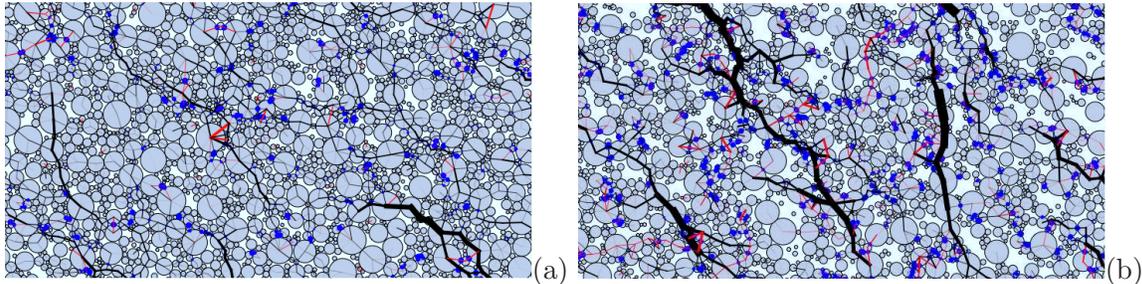


FIGURE 4 – Carte des chaines de forces à  $I \sim 0.05$ (a) et  $I \sim 0.16$ (b) pour  $\eta = 20$ . L'épaisseur du trait est proportionnelle à l'intensité de la force normale. Les forces compressives sont en noir et en tractions en rouge. Enfin, les disques bleus représentent le degré de mobilisation des contacts (voir texte).

La figure 4 montre deux cartes des chaines de forces développées dans les systèmes cisailés pour deux valeurs de  $I$  à un même niveau de cohésion. Nous observons un réseau complexe composé de forces compressives et en tractions. De même nous voyons que la mobilisation du frottement (définie par le rapport  $|f_t|/\mu_s f_n$ ) semble augmenter avec  $I$ . Une manière générale de quantifier les structures identifiées dans la figure 4, est de considérer les distributions angulaires des orientations des contacts  $\mathbf{n}$  ainsi que la moyenne angulaire des forces normales et tangentielles le long de la direction  $\mathbf{n}$ . En 2D, le vecteur  $\mathbf{n}$  peut être représenté simplement par un angle  $\theta$ . De plus, dans l'état stationnaire, les systèmes s'auto-organisent de sorte que les distributions angulaires peuvent être approchées par une distribution de Fourier [14, 1] :

$$\begin{aligned} P_n(\theta) &\simeq \frac{1}{2\pi} \{1 + a_c \cos 2(\theta - \theta_c)\}, \\ \langle f_n \rangle(\theta) &\simeq \langle f_n \rangle \{1 + a_n \cos 2(\theta - \theta_n)\}, \\ \langle f_t \rangle(\theta) &\simeq -\langle f_n \rangle a_t \sin 2(\theta - \theta_t), \end{aligned} \quad (3)$$

avec  $a_c$ ,  $a_n$ , et  $a_t$  les paramètres d'anisotropies, reliés respectivement à la connectivité des particules, à la transmission des forces normales et à la mobilisation du frottement [1].  $\langle f_n \rangle$  est la force normale moyenne et  $\theta_c = \theta_n = \theta_t$  sont les directions principales qui coïncident avec la direction principale de contrainte dans l'état stationnaire.

Les variations de  $a_c$ ,  $a_n$  et  $a_t$  avec  $I$  sont représentées sur la figure 5 pour toutes les valeurs de  $\eta$ . Dans le cas sec nous voyons que les trois anisotropies augmentent avec  $I$ . D'autre part, dans le cas cohésif  $a_c$  décroît avec  $\eta$  et de manière remarquable, reste constante avec  $I$ . En revanche,  $a_n$  et  $a_t$  augmentent encore plus vite avec  $\eta$ . L'augmentation de  $a_c$  avec  $I$  dans le cas sec résulte de la perte de connectivité des particules. En revanche, en présence de cohésion les contacts par particules sont persistant et plus nombreux malgré l'augmentation de  $I$ . En revanche, l'augmentation de  $a_n$  et de  $a_t$  avec à la fois avec  $I$  et  $\eta > 0$  alors que  $a_c$  reste constant montre que 1) les forces normales se transmettant le long de la direction principale sont de plus en plus fortes mais portées par un nombre constant de contacts et 2) la stabilité des chaines de forces est assurée par une augmentation de la mobilisation du frottement (voir disques bleus sur la figure 4).

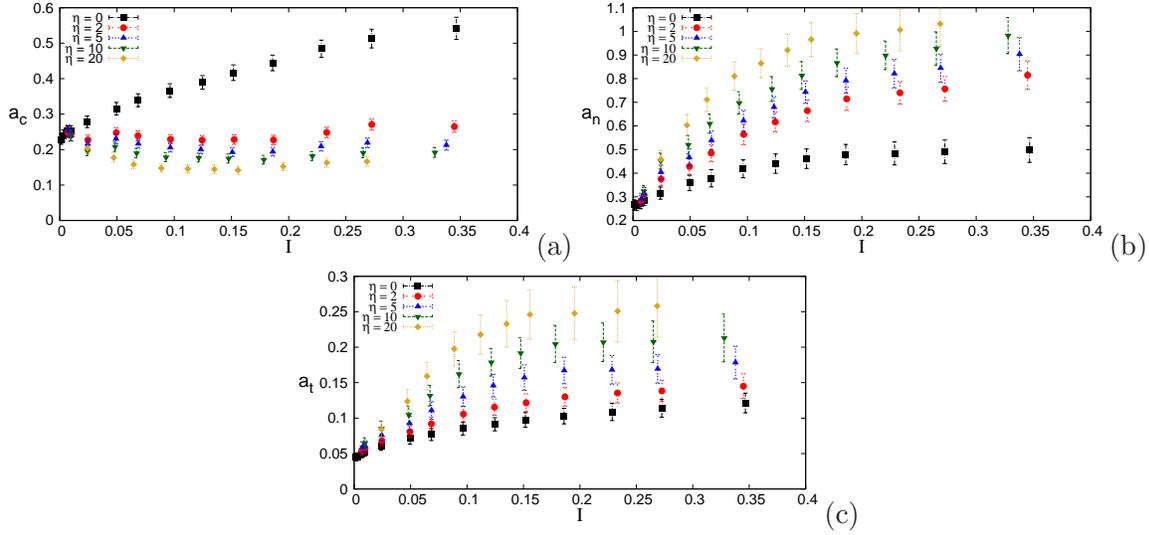


FIGURE 5 – Variations des anisotropies de contact (a), force normale (b) et force tangentielle (c) en fonction de  $I$  pour toutes les valeurs de  $\eta$ .

## 4.2 Origine de la cohésion de Coulomb

Les anisotropies introduites précédemment sont des paramètres intéressant pas seulement pour décrire la texture granulaire ou la transmission des efforts, mais plus fondamentalement ces anisotropies se révèlent être à l'origine de la résistance au cisaillement  $q/p$  des matériaux granulaires. En effet, il est possible de montrer la relation suivante [14, 11] :

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{2}(a_c + a_n + a_t) \quad (4)$$

Comme nous le voyons sur la figure 6(a), la prédiction donnée par l'équation 4 est en parfait accord avec les données mesurées pour toutes les valeurs de  $I$  et  $\eta$ . Ainsi, dans le cas sec  $a_c$  et  $a_n$  expliquent la variation de  $\sin \varphi$ . Dans ce cas nous avons que  $\sin \varphi(I) = 0.5[a_c(I, 0) + a_n(I, 0) + a_t(I, 0)]$ , où  $a_c(I, 0)$ ,  $a_n(I, 0)$  et  $a_t(I, 0)$  sont les anisotropies de contacts et de forces à  $\eta = 0$ . En revanche, dans le cas cohésif la variation de  $q/p$  avec  $I$  résulte de la variation de l'anisotropie des forces  $a_n + a_t$ .

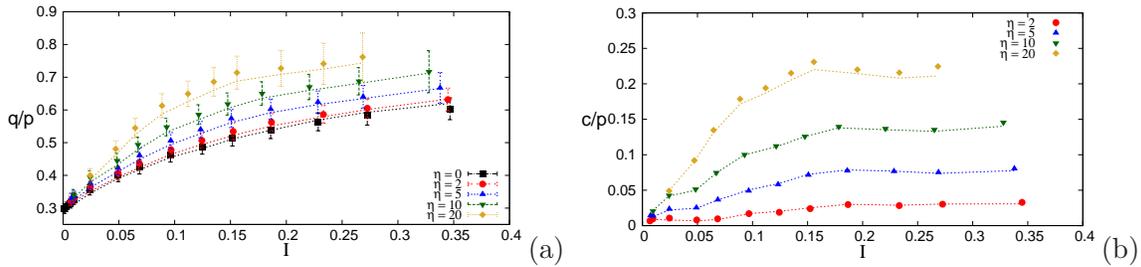


FIGURE 6 – Variations de (a)  $q/p$  et (b)  $c/p$  en fonction de  $I$ , par calcul direct (symbole) et via la décomposition harmonique (trait).

Ce qui est intéressant maintenant, c'est qu'à partir de la formulation précédente, il est possible également de mettre en évidence les origines de la cohésion de Coulomb par :

$$\frac{c(I, \eta)}{p} \simeq \frac{1}{2 \cos \varphi} \{ \Delta a_c(I, \eta) + \Delta a_l(I, \eta) + \Delta a_n(I, \eta) + \Delta a_t(I, \eta) \}, \quad (5)$$

où,  $\Delta a_c(I, \eta) = a_c(I, \eta) - a_c(I, 0)$ ,  $\Delta a_l(I, \eta) = a_l(I, \eta) - a_l(I, 0)$ ,  $\Delta a_n(I, \eta) = a_n(I, \eta) - a_n(I, 0)$ ,  $\Delta a_t(I, \eta) = a_t(I, \eta) - a_t(I, 0)$  représentent respectivement les "extra" anisotropies de contacts et de

forces. Comme nous pouvons le voir sur la figure 6(b) l'approximation de  $c/p$  par l'équation 5 est en parfait accord avec les données mesurées. Dans ce cas, nous avons que  $\Delta a_n(I, \eta) \sim \Delta a_c(I, \eta)$  et donc, la variation de  $c/p$  avec  $I$  résulte de la variation de  $\Delta a_t(I, \eta)$ .

## 5 Conclusions

Dans cet article nous avons étudié les effets combinés du cisaillement (caractérisé par le nombre  $I$ ) et de la cohésion (caractérisé par le nombre  $\eta$ ) sur la rhéologie des écoulements granulaires. Un résultat important de ce travail a été de montrer que la contribution de la cohésion de Coulomb  $c/p$  à la résistance au cisaillement est une fonction non-monotone du nombre inertiel :  $c/p$  augmente avec  $I$  et sature pour des valeurs de  $I$  supérieur à 0.15. Un autre résultat intéressant est que la cohésion de Coulomb se met naturellement à l'échelle avec le paramètre  $\eta$ .

En considérant une décomposition harmonique du tenseur de contrainte, nous avons montré que les anisotropies de forces et de texture contribuent de manière subtile à la résistance au cisaillement. En particulier l'anisotropie géométrique domine dans le cas sec alors que l'anisotropie de force domine dans le cas cohésif. De manière intéressante, nous avons montré que, comme l'angle de frottement interne, la cohésion de Coulomb peut être décomposée en anisotropies exhibant ainsi que la mobilisation du frottement est l'une des principales origines de  $c/p$ . Le travail présenté ici peut être étendu en considérant des géométries plus réalistes telles que la troisième dimension et la forme des particules. En effet, les formes circulaires n'ont pas d'effet restrictif sur les rotations des particules comme cela est le cas pour des particules non-circulaire [5]. Dans un matériau granulaire réel on peut supposer que l'effet de la forme combiné à la cohésion induit des réarrangements locaux majeurs non captés par une forme circulaire. Ces extensions sont actuellement en cours.

## Références

- [1] E. Azéma and F. Radjaï and G. Saussine, 2009, Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles, *Mechanics of Materials*, 41, 721-741
- [2] Bocquet, L. and Charlaix, E. and Ciliberto, S. and Crassous, J., 1998, Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation, *Nature*, 396, 735-737
- [3] C.S. Campbell, 1990, Rapid granular flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 22, 57-92
- [4] F. da Cruz and S. Emam and M. Prochnow and J.-N. Roux and F. Chevoir, 2005, Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows, *Physical Review E*, 72, 021309
- [5] N. Estrada and E. Azéma and F. Radjaï and A. Taboada, 2011, Identification of rolling resistance as a shape parameter in sheared granular media, *Physical Review E*, 84, 011306
- [6] GDR-MiDi, 2004, On dense granular flows, *Eur. Phys. J. E*, 14, 341-365,
- [7] M. Jean, 1999, The non smooth contact dynamics method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177, 235-257
- [8] J.K. Mitchell and K. Soga, 2005, *Fundamentals of Soil Behavior*,
- [9] Moreau, J.J. and Jean, M., 1996, Numerical treatment of contact and friction : the contact dynamics method, *Engineering systems design and analysis*, 201-208,
- [10] O. Pouliquen, 1999, Scaling laws in granular flows down rough inclined plane, *Physics of Fluids*, 11, 1956-1958
- [11] F. Radjaï and V. Richefeu, 2009, Bond anisotropy and cohesion of wet granular materials, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 367, 5123-5138,
- [12] Richefeu, V. and El Youssofi, M.S. and Radjaï, F., 2006, Shear strength properties of wet granular materials, *Physical Review E*, 73, 051304
- [13] P.G. Rognon and J.-N. Roux and M. Naaïm and F. Chevoir, 2008, Dense flows of cohesive granular materials, *Journal of Fluids Mechanics*, 596, 21-47
- [14] L. Rothenburg and R. J. Bathurst, 1989, Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials, *Geotechnique*, 39, 601-614