



HAL
open science

Génération de trajectoires optimales de sortie et traversée de singularités pour des mécanismes parallèles

Georges Pagis, Sebastien Briot, Nicolas Bouton, Philippe Martinet

► To cite this version:

Georges Pagis, Sebastien Briot, Nicolas Bouton, Philippe Martinet. Génération de trajectoires optimales de sortie et traversée de singularités pour des mécanismes parallèles. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03440488

HAL Id: hal-03440488

<https://hal.science/hal-03440488>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Génération de trajectoires optimales pour la sortie de singularité des mécanismes parallèles

Georges Pagis^{a,b,c}, Sébastien Briot^a, Nicolas Bouton^c, Philippe Martinet^{a,b}

a. Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN), UMR CNRS 6597

b. LUNAM, Ecole Centrale de Nantes

c. Institut Pascal, IFMA, MMS department, UMR CNRS 6602, Clermont-Ferrand

Résumé :

Les robots parallèles présentent de nombreux avantages face aux robots sériels. Cependant, leur espace de travail est largement réduit par la présence de singularités. En particulier, les singularités de Type 2 (ou singularités parallèles) séparent l'espace de travail en parties distinctes correspondant chacune à un ou plusieurs mode d'assemblage. Ainsi des méthodes ont été développées afin d'augmenter l'espace de travail en évitant, traversant ou éliminant la présence de singularités. Entre autre, il est possible de planifier une trajectoire optimale permettant de traverser les singularités de Type 2 et donc de changer de mode d'assemblage. Cependant, si la trajectoire utilisée pour la traversée de la singularité n'est pas assez robuste aux erreurs de modèles alors le robot peut s'arrêter dans une position singulière et s'y retrouver bloqué. Par conséquent, l'objectif de ce papier est de présenter une nouvelle méthode générique dont l'objectif est de permettre à un manipulateur parallèle de sortir d'une position singulière. Les travaux théoriques réalisés sont illustrés, discutés et analysés au travers de l'exemple d'un mécanisme parallèle plan 5 barres.

Abstract :

Parallel robots present many advantages over serial ones. However, their workspace is largely reduced by the presence of singularity. In particular, Type 2 singularity divide the workspace in different aspects corresponding to at least one assembly mode. In order to enlarge the workspace size, it has been proved that a mechanism can cross the singularity loci by using an optimal motion planning. However, if the trajectory is not robust to modeling errors, the robot can stop in the singularity and stay blocked. Therefore, the objective of this paper is to show a new general procedure that allows the exit of a parallel manipulator from a Type 2 singularity. Theoretical works are discussed and analysed through simulations achieved on a planar five-bar mechanism.

Mots clefs : Manipulateur parallèle, Singularité, Modélisation dynamique

1 Introduction

Un des principaux inconvénients des manipulateurs parallèles réside dans la présence de singularités [1, 2]. Ces singularités séparent leur espace de travail en différentes parties auit correspondent à différents modes d'assemblages [1]. Ces singularités sont des positions du mécanisme pour lesquelles la plate-forme perd ou gagne localement un mouvement infinitésimale (ou fini).

De nombreuses approches ont été envisagées afin d'augmenter l'espace de travail des manipulateurs parallèles, telles que la conception optimale [3], l'utilisation de robots redondants [11, 4, 12] ou la planification de trajectoire contournant un point cusp [5, 6]. Une autre solution consiste à changer de mode d'assemblage en un lieu de singularité [7]. Cette solution est prometteuse, mais la traversée engendre un risque pour le manipulateur de se retrouver bloqué à l'arrêt dans la position singulière. L'objectif de ce papier est de présenter une stratégie permettant à un manipulateur bloqué dans une

position singulière d'en ressortir, en planifiant une trajectoire de sortie assurant la continuité des efforts moteurs. Les résultats théoriques sont appliqués en simulation à un mécanisme plan 5R.

2 Modèle dynamique des manipulateurs parallèles

2.1 Formalisme de Lagrange

On considère un manipulateur parallèle composé de m liaisons, ayant n degrés de liberté et n actionneurs. On peut exprimer le modèle dynamique d'un tel manipulateur en utilisant le formalisme de Lagrange [8],

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda} \text{ avec } \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{v}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{w}_p \quad (1)$$

où $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{v}})$ est le Lagrangien du manipulateur, $\mathbf{x} = [x, y, z, \phi, \psi, \theta]^T$ le vecteur des coordonnées de la plate-forme et $\dot{\mathbf{v}}$ sa dérivée, \mathbf{q} le vecteur des coordonnées moteurs, $\boldsymbol{\tau}$ le vecteur des efforts moteurs, $\boldsymbol{\lambda}$ le vecteur des multiplicateurs de Lagrange, \mathbf{A} et \mathbf{B} deux matrices du modèle cinématique telles que $\mathbf{A}\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$ [1], \mathbf{w}_p le vecteur d'efforts appliqués sur la plate forme par les bras et les forces extérieures [7]. En remplaçant l'expression des $\boldsymbol{\lambda}$ calculés avec la partie droite de l'équation (1), et en assumant que la matrice \mathbf{A} n'est pas singulière, on obtient l'expression du modèle dynamique [8] :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{w}_b + \mathbf{J}^T {}^0\mathbf{w}_p, \text{ avec } \mathbf{w}_b = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} \quad (2)$$

où ${}^0\mathbf{w}_p$ est l'expression du torseur d'effort \mathbf{w}_p dans le repère global, i.e. ${}^0\mathbf{w}_p = \mathbf{D}\mathbf{w}_p$ avec \mathbf{D} la matrice reliant le torseur cinématique \mathbf{t} de la plate-forme (exprimé dans le repère global) au vecteur \mathbf{v} par $\mathbf{t} = \mathbf{D}\mathbf{v}$ [1], $\mathbf{J} = {}^0\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ est la matrice Jacobienne reliant \mathbf{t} et $\dot{\mathbf{q}}$, avec ${}^0\mathbf{A}$ l'expression de la matrice cinématique \mathbf{A} dans le repère global, i.e. ${}^0\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{D}^{-1}$.

En analysant l'expression (2), nous pouvons remarquer que le modèle dynamique du mécanisme ne peut plus être calculé si ${}^0\mathbf{A}$ est singulière. La condition de singularité de la matrice cinématique ${}^0\mathbf{A}$ est discutée dans la partie suivante.

2.2 Les singularités des manipulateurs parallèles

Les auteurs de [9] ont présenté une classification des singularités des mécanismes parallèles comportant 3 catégories basées sur l'analyse du modèle cinématique :

$${}^0\mathbf{A}\mathbf{t} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} \quad (3)$$

Les singularités de Type 1 correspondent à des positions telles que la matrice \mathbf{B} n'est plus de rang plein. Dans ces configurations, le manipulateur perd localement sa capacité à se déplacer suivant une direction de l'espace.

Les singularités de Type 2 correspondent à des positions telles que la matrice ${}^0\mathbf{A}$ n'est plus de rang plein. Les singularités de Type 2 séparent l'espace de travail en plusieurs parties, engendrant une réduction importante de l'espace de travail du manipulateur. Dans ces configurations, le manipulateur gagne localement la capacité de se déplacer suivant une direction de l'espace.

Les singularités de Type 3 sont les configurations dans lesquelles le manipulateur est à la fois en singularité de Type 1 et de Type 2.

D'autres types de singularités existent, en particulier les singularités de contrainte [2], cependant elles n'entrent pas dans le contexte de cette étude. La prochaine partie explique comment traverser une singularité de Type 2 sans faire dégénérer le modèle dynamique (2), c'est à dire en gardant des efforts finis au sein des liaisons du manipulateur parallèle.

2.3 Condition pour traverser une singularité de Type 2

Dans [7], il a été prouvé qu'un manipulateur parallèle peut traverser une singularité de Type 2 sans que le modèle dynamique (2) ne dégénère si et seulement si la trajectoire respecte un critère lié à la dynamique au niveau du point singulier qui s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{t}_s^T {}^0\mathbf{w}_p = 0 \quad (4)$$

où le vecteur \mathbf{t}_s est le noyau de la matrice ${}^0\mathbf{A}$ et représente le torseur cinématique (unitaire) du mouvement incontrôlable de la plate-forme dans la position singulière et ${}^0\mathbf{w}_p$ est donné dans (1).

Il en résulte que lors du passage de la singularité, si la trajectoire suivie par le manipulateur ne garantit pas la création d'un torseur dynamique ${}^0\mathbf{w}_p$ respectant la condition (4), le modèle dynamique du robot dégénère. Dans ce cas, afin de générer la trajectoire désirée, les efforts moteurs vont tendre vers l'infini. Physiquement, cette condition signifie qu'un manipulateur parallèle peut traverser une singularité de Type 2 si et seulement si le torseur dynamique exercé par les bras et les forces extérieures sur la plate-forme au point singulier de la trajectoire est réciproque au torseur cinématique \mathbf{t}_s du mouvement incontrôlable.

Finalement, il a été montré dans [7] qu'il est possible de traverser une singularité de Type 2 si la trajectoire vérifie le critère (4) au moment de la traversée. Cette condition ne dépend que des coordonnées moteurs, de celles de la plate-forme, ainsi que de leurs vitesses et accélérations.

3 Méthodologie pour sortir d'une position singulière

Un utilisateur de manipulateur parallèle qui souhaite traverser une singularité de Type 2 encourt le risque de voir son mécanisme bloqué dans une position singulière. La prochaine partie propose une méthodologie consistant à générer une trajectoire optimale permettant au mécanisme de sortir de la singularité de Type 2 sans que le modèle dynamique ne dégénère.

3.1 Génération de trajectoire optimale

Considérons que le manipulateur est à l'arrêt dans une position singulière \mathbf{x}_s . Afin de sortir de cette position, le manipulateur doit générer une trajectoire :

- Tangente au lieu des singularités au point \mathbf{x}_s ,
- Continue \mathcal{C}^2 afin d'assurer que les efforts soient continus le long de la trajectoire,
- Respectant le critère (4) au point \mathbf{x}_s afin que son modèle dynamique ne dégénère pas.

A cause des pertes énergétiques, liées aux frottements et aux effets d'instabilité locaux (dus à la perte de raideur à proximité du point singulier), le manipulateur risque de ne pas pouvoir sortir de la singularité lorsqu'il est à l'arrêt même si ces conditions sont respectées. Il est donc préférable d'augmenter son énergie cinétique en le déplaçant dans un premier temps le long des singularités. On peut donc séparer la trajectoire de sortie en deux parties, une première permettant à la plate-forme de se déplacer le long des singularités, une deuxième trajectoire continue \mathcal{C}^2 avec la première et permettant au robot de sortir de sa position singulière.

Evidemment, la trajectoire complète doit garantir que les efforts moteurs restent finis durant tout le déplacement.

3.1.1 Première partie de la trajectoire : déplacement le long des singularités

En général, calculer le lieu des singularités n'est pas un problème simple [1]. Il est généralement difficile de trouver une équation analytique permettant de décrire le mouvement du manipulateur tel qu'il reste sur le lieu des singularités. Il est cependant possible de trouver une condition sur les vitesses de la plate-forme qui garantisse que le robot reste en position singulière comme montré ci-après.

Par définition, le vecteur \mathbf{t}_s calculé au point singulier \mathbf{x}_s vérifie $\mathbf{A}\mathbf{t}_s = 0$. En dérivant cette expression

on montre que :

$$\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{t}_s \mathbf{D}^{-1} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{t}_s \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \right) \mathbf{t} = -\mathbf{A} \dot{\mathbf{t}}_s \quad (5)$$

Les vecteurs \mathbf{t}_s et $\dot{\mathbf{t}}_s$ étant uniquement définis pour les positions singulières, cette équation fournit une condition à vérifier pour que le mécanisme reste en position singulière. Si cette condition n'est pas vérifiée pour au moins une seule valeur de $\dot{\mathbf{t}}_s$, le manipulateur risque de sortir de sa position singulière.

Finalement, pour déplacer le manipulateur le long de la singularité, la trajectoire doit vérifier en tout point (5) pour obtenir les contraintes cinématiques assurant que le manipulateur reste en position singulière et (4) pour obtenir les contraintes dynamiques assurant que le modèle dynamique du manipulateur ne dégénère pas. En remplaçant (5) dans (4), on obtient une équation différentielle non linéaire du second ordre devant être résolue afin d'assurer le déplacement du manipulateur le long des singularités.

3.1.2 Seconde partie de la trajectoire : sortir de la singularité

Une fois que le manipulateur a atteint une énergie suffisante, il est nécessaire de définir une seconde trajectoire continue \mathcal{C}^2 avec la première afin d'éviter toute discontinuité dans les efforts moteurs. Il existe de nombreuses courbes de raccordement \mathcal{C}^2 , comme les courbes de Lamé ou les S-curves [10]. Dans le cadre de notre étude, il a été décidé d'utiliser les clothoïdes [10]. La manière de relier ces courbes à la trajectoire le long de la singularité ne sera pas détaillée ici pour des raisons de compacité.

Lors du raccordement de la clothoïde, la direction de sortie (i.e. le mode d'assemblage vers lequel diriger le manipulateur) est déterminée en observant virtuellement la direction naturelle de déplacement du manipulateur. Cette direction est obtenue en débrayant les moteurs alors que le mécanisme est en mouvement.

3.1.3 Calcul des efforts le long de la trajectoire

En singularité de Type 2, la matrice cinématique \mathbf{A} est singulière. Soit p le rang de cette matrice ($p < n$). La relation (1) ne fournit donc que p équations linéairement indépendantes, et il existe une infinité de valeurs possibles de λ satisfaisant l'équation (1). Physiquement, le robot est surcontraint. Afin de calculer les efforts moteurs sur la partie de la trajectoire longeant la singularité, une solution possible consiste à fixer la valeur de $n - p$ multiplicateurs de Lagrange.

Théoriquement, la matrice \mathbf{A} est inversible en dehors des singularités de Type 2. Il est donc théoriquement possible d'utiliser le modèle dynamique (2) pour calculer les efforts moteurs sur la deuxième partie de la trajectoire de sortie. Cependant, lorsque la plate-forme est très proche d'une position singulière, le conditionnement de la matrice \mathbf{A} est très grand. Il en résulte que le modèle dynamique dégénère autour de la singularité. Dans ce travail, une valeur maximale de conditionnement a été fixée arbitrairement, elle va délimiter un espace à proximité de la singularité dans lequel les efforts doivent être calculés en utilisant la même technique que lorsque le mécanisme est en position singulière. En dehors de cet espace, on peut utiliser le modèle dynamique 2.

4 Cas d'étude

4.1 Description et modélisation d'un mécanisme 5R

Le mécanisme plan 5R est un manipulateur composé de deux jambes connectant la plate-forme mobile à la base par des liaisons pivots (A et E sur la Fig 1-(a)). Chaque jambe est composée de deux éléments rigides, appelés respectivement les barres proximales et distales. Ces barres sont reliées entre elles par des liaisons pivots passives (B et D). Les deux liaisons pivots reliant les bras à la base sont actionnées, ce qui permet à la plate-forme mobile (en C) de se déplacer dans le plan (Oxy).

Les notations utilisées dans cet article sont les suivantes :

- q_1 et q_2 sont les angles des liaisons actionnées, ψ_1 et ψ_2 ceux des liaisons passives,
- L_i est la longueur du bras i et a est la distance entre les deux actionneurs (les valeurs des paramètres géométriques et inertiels utilisés sont identiques à ceux utilisés dans [7]),
- x et y sont les coordonnées de l'effecteur suivant les axes \vec{x} et \vec{y} ,

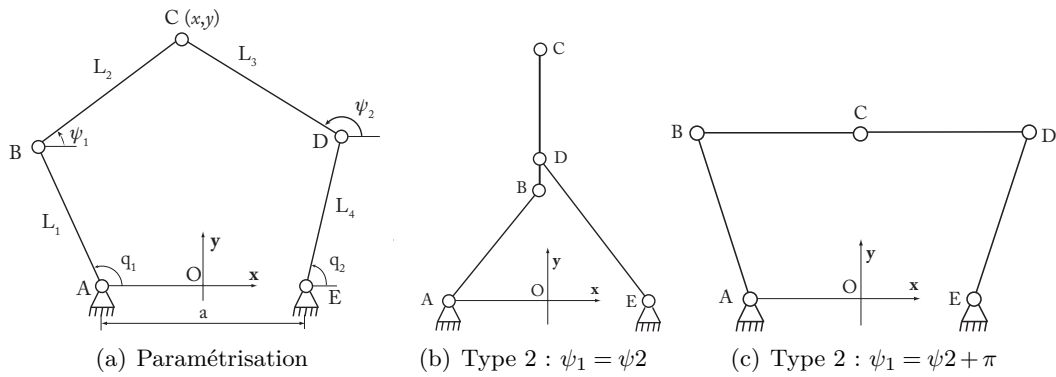


FIGURE 1 – DESCRIPTION ET SINGULARITES DE TYPE 2 DU MECANISME 5R

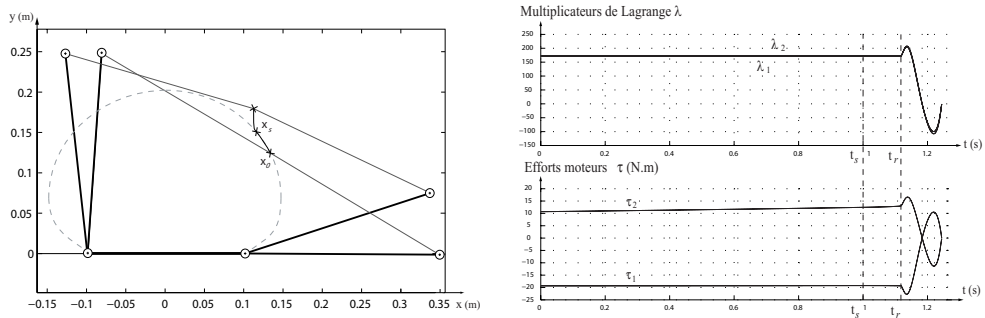


FIGURE 2 – EVOLUTION DES EFFORTS MOTEURS ET DES MULTIPLICATEURS DE LAGRANGE SUR LA TRAJECTOIRE DE SORTIE

Dans le cas d’un mécanisme plan 5R, les singularités de Type 2 sont les configurations pour lesquelles les deux barres distales sont parallèles (Fig 1-(b) et (c)).

Dans la suite de ce papier, on considère que le champ gravitationnel est dirigé suivant l’axe **z**. Les équations du modèle dynamique du mécanisme 5R sont détaillées dans [7] et ne sont pas rappelées ici.

4.2 Sortir un mécanisme 5R d’une position singulière

On considère un mécanisme 5R à l’arrêt dans une position singulière où les coordonnées de l’organe terminal sont $\mathbf{x}_0 = [0.13m, 0.12m]^T$.

Afin de se déplacer le long des singularités, les deux conditions (4) et (5) doivent être respectées, comme expliqué dans la Partie 3.1.1. Une impulsion initiale dans les moteurs permet d’obtenir une vitesse initiale de la plate-forme mobile composant $\dot{x} = -0.0127$ m/s et $\dot{y} = 0.0124$ m/s. L’équation différentielle non-linéaire est résolue en utilisant les *toolboxes* Matlab appropriées, et ce pour une trajectoire le long des singularités durant une seconde.

Après 1 s, le mécanisme est dans la position $\mathbf{x}_s = [0.11, 0.15]^T$, avec une vitesse de 0.26 m/s et une accélération de 0.44 m/s². On détermine la direction naturelle de sortie du mécanisme en débrayant les deux moteurs en simulation. En calculant le rayon de courbure de la trajectoire au point \mathbf{x}_s , on peut définir la clothoïde de sortie, ce qui permet de connaître entièrement la trajectoire de sortie du mécanisme.

En appliquant la méthodologie présentée dans la Partie 3.1.2, les efforts moteurs sont calculés en fixant le multiplicateur de Lagrange $\lambda_2(t = 1s) = 1.72$ jusqu’à ce que le mécanisme soit dans une position en dehors de la zone de mauvais conditionnement. Ces efforts sont représentés sur la Fig (2). On remarque que les efforts sont finis sur toute la trajectoire. Une simulation s’appuyant sur la synergie entre Matlab

Simulink et le logiciel de modélisation dynamique ADAMS a permis de valider ces résultats.

5 Conclusion

Afin d'augmenter l'espace de travail, des travaux ont montré qu'il était possible de traverser une singularité de Type 2. Si la trajectoire de traversée n'est pas suffisamment robuste aux erreurs de modèles, le mécanisme risque cependant de se bloquer en position singulière. Ce papier présente un développement théorique permettant de planifier une trajectoire optimale de sortie de position singulière. Après s'être déplacé le long des singularités, il a été prouvé que le manipulateur peut suivre une trajectoire de sortie à condition de respecter une équation différentielle non-linéaire tout au long de la trajectoire. Ces développements ont été testés et validés sur un modèle de mécanisme 5R en simulation et sont en cours de validation sur un mécanisme 5R réel. D'autres travaux en cours se consacrent au développement d'une seconde méthode de sortie de singularité, plus simple mais applicable uniquement à certains robots.

Remerciement

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Etat gérée par l'ANR au titre des Investissements d'Avenir dans le cadre du projet EquipEx Robotex (ANR-10-EQPX-44), d'une aide de l'UE au titre du Programme Compétitivité Régionale et Emploi 2007-2013 (FEDER - Région Auvergne), d'une aide de l'IFMA, et d'une aide de la Région Auvergne.

Références

- [1] J.P. Merlet 2006, **Parallel Robots**. Springer, 2nd edition.
- [2] D. Zlatanov and I.A. Bonev and C.M. Gosselin, 2002, **Constraint Singularities of Parallel Mechanisms** *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2002)*.
- [3] Briot, S., Pashkevich, A., and Chablat, D. 2010, **Optimal technology-oriented design of parallel robots for high-speed machining applications**. *In Proceedings of the 2010 IEEE ICRA 2010* 27(8), pp. 967-983.
- [4] Arakelian, V., Briot, S., and Glazunov, V. 2008, **Increase of singularity-free zones in the workspace of parallel manipulators using mechanisms of variable structure**. *Mechanism and Machine Theory*
- [5] McAree, P. R. 1999, **An Explanation of Never-Special Assembly Changing Motions for 3-3 Parallel Manipulators**. *The International Journal of Robotics Research*
- [6] Zein, M., Wenger, P., and Chablat, D. 2008, **Nonsingular assembly-mode changing motions for 3-RPR parallel manipulators**. *Mechanism and Machine Theory*, 43(4), pp. 480-490.
- [7] S. Briot and V. Arakelian 2008, **Optimal force generation of parallel manipulators for passing through the singular positions**. *International Journal of Robotics Research*
- [8] W. Khalil and E. Dombre 2002, **Modeling, Identification and Control of Robots**. Hermes Penton London.
- [9] C.M. Gosselin and J. Angeles 1990, **Singularity analysis of closed-loop kinematic chains**. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*
- [10] C. Barnard, S. Briot, S. Caro. 2012, **Trajectory Generation for High Speed Pick-and-Place Robots**. *ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA 2012)*
- [11] Kurtz, R., and Hayward, V. 1992, **Multiple-goal kinematic optimization of a parallel spherical mechanism with actuator redundancy**. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(5), pp. 644-651.
- [12] Yi, B., Freeman, R., and Tesar, D. 1994, **Force and stiffness transmission in redundantly actuated mechanisms : The case for a spherical shoulder mechanism**. *Robotics, Spatial Mechanisms, Mechanical Systems*, 45, pp. 163-172.