

Écoulement de fluides à seuil en milieux poreux ou fracturés

L. TALON^a, H. AURDAOU^a, A. HANSEN^b

a. Lab. FAST, CNRS (UMR 7608), Univ. Paris-Sud, Univ. Paris6

b. Department of Physics, Norwegian University of Science and Technology, N-7491 Trondheim, Norway

Résumé :

Les fluides non-Newtoniens interviennent dans de nombreux processus industriels. Nous nous intéresserons aux écoulements de fluides à seuil (Bingham) en milieux poreux ou fracturés. À travers des résultats analytiques et numériques, nous montrerons que la présence d'hétérogénéités entraîne différents régimes d'écoulement. En premier lieu, il existe un seuil de pression en dessous duquel le débit de fluide est nul. Au-delà de ce seuil, nous verrons que la relation débit-pression présente différentes lois d'écoulement, suivant que la pression est proche ou éloignée du seuil. Dans le cas d'un canal unidimensionnel hétérogène, nous verrons qu'il y a deux régimes. En revanche, dans le cas de fractures bidimensionnelles, nous avons observé numériquement que les hétérogénéités se traduisent par la présence de trois régimes.

Abstract :

The non-Newtonian fluids intervene in numerous industrial processes. In the present paper, we are interested in the flow of yield stress fluids (Bingham) in porous or fractured media. Through analytical and numerical investigations, we will show that the heterogeneties induce various flow regimes. First of all, there is a pressure threshold below which no flow is observed. Beyond this threshold, we will see that the relation flow rate - pressure presents various laws, as the pressure is close or far from the threshold.

Mots clefs : Milieux Poreux ; Fluides à seuil

1 Introduction

Les écoulements de fluides complexes interviennent dans de nombreux processus industriels. En particulier, dans les méthodes de récupération pétrolière (Enhanced Oil Recovery), il est courant d'injecter des polymères dont la rhéologie est fortement non-Newtonienne. Les boues et les huiles lourdes ont également un fort caractère non Newtonien. Nous nous intéressons ici au cas particulier des fluides à seuil, pour lesquels un seuil de contrainte minimal est nécessaire afin que le fluide puisse s'écouler. En dessous de ce seuil, le fluide est alors considéré comme figé. La loi rhéologique qui nous intéresse ici est celle de Bingham qui représente la loi la plus simple pour ces types de fluides :

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\mu_0}(\tau - \tau_0), \quad (1)$$

où $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement, τ la contrainte appliquée et τ_0 le seuil de contrainte. Cette loi implique une viscosité effective dépendant du taux de cisaillement :

$$\mu_{eff}(\dot{\gamma}) = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}, \quad (2)$$

où μ_{eff} est la viscosité effective. Il est important de souligner ici qu'un fluide de Bingham se comporte comme un fluide Newtonien pour les fortes valeurs de contraintes.

Dans la littérature relativement peu de lois ont été proposées pour décrire la perméabilité effective d'un fluide à seuil en milieu poreux [2, 8, 4, 1]. Elles ont toute la même structure (pour un fluide de Bingham) :

$$q \propto \frac{k}{\mu_s} (\nabla P - \nabla P_c), \quad (3)$$

où q est la vitesse superficielle, k la perméabilité Newtonienne du milieu, μ_s une viscosité apparente (pouvant être différente de celle du fluide) et ∇P_c un seuil de pression à déterminer en fonction du seuil de contrainte et de la structure du milieu poreux (en général \sqrt{k}).

2 Écoulement de Poiseuille dans un canal rugueux

Dans un canal bidimensionnel d'ouverture $2b(x)$ (x étant la direction de l'écoulement) variant suffisamment lentement pour que l'hypothèse de lubrification soit vérifiée, le débit peut être déterminé analytiquement par :

$$Q = \frac{2b(x)^3}{3\mu_0} \left(\frac{1}{\nabla P} \right)^2 \left(\nabla P - \frac{\tau_0}{b(x)} \right)^2 \left(\nabla P + \frac{\tau_0}{2b(x)} \right) \quad (4)$$

Pour un canal d'ouverture constante, on note alors que le seuil en pression est égal à $\nabla P_c = \frac{\tau_0}{b}$. Pour les fractures rugueuses, le seuil de pression se détermine par conservation du débit. En effet, dans la limite où $(Q) \rightarrow 0$ on vérifie en tout point $\lim \nabla P \rightarrow \frac{\tau_0}{b(x)}$ en tout point. Le gradient de pression entre l'entrée et la sortie est donc :

$$\Delta P_c = \tau_0 \int_0^L \frac{1}{b(x)} dx \quad (5)$$

Un développement limité aux faibles débits de l'équation (4) permet d'écrire :

$$Q \simeq \frac{b(x)^4}{\mu_0 \tau_0} \left(\nabla P - \frac{\tau_0}{b(x)} \right)^2 \quad (6)$$

Ce qui conduit au débit en fonction de la pression appliquée :

$$Q \simeq \frac{1}{\mu_0 \tau_0} \left(\int_0^L b(x)^{-2} dx \right)^{-2} (\Delta P - \Delta P_c)^2. \quad (7)$$

De même, un développement limité aux forts débits donne :

$$Q = \frac{2b(x)^3}{3\mu_0} \nabla P \quad (8)$$

et donc :

$$Q = \frac{2}{3\mu_0} \left(\int_0^L b^{-3}(x) dx \right)^{-1} \Delta P \quad (9)$$

On constate donc que la perméabilité effective d'une fracture rugueuse comporte au moins deux régimes d'écoulement, l'un quadratique (pour les pressions proches du seuil) et l'autre linéaire (aux forts gradients de pression). Ces lois de comportement ont été vérifiées numériquement sur des canaux auto-affines (voir Figure 1). De telles ouvertures ont une fonction de corrélation à deux points $p_2(\Delta b, \Delta x)$, donnant la densité de probabilité d'avoir une différence d'ouverture Δb sur une distance Δx qui est caractérisée par une invariance $\lambda^\zeta p_2(\lambda^\zeta \Delta b, \lambda \Delta x) = p_2(\Delta b, \Delta x)$ où ζ est l'exposant de rugosité (dans l'exemple $\lambda = 0.8$) et λ un facteur d'échelle.

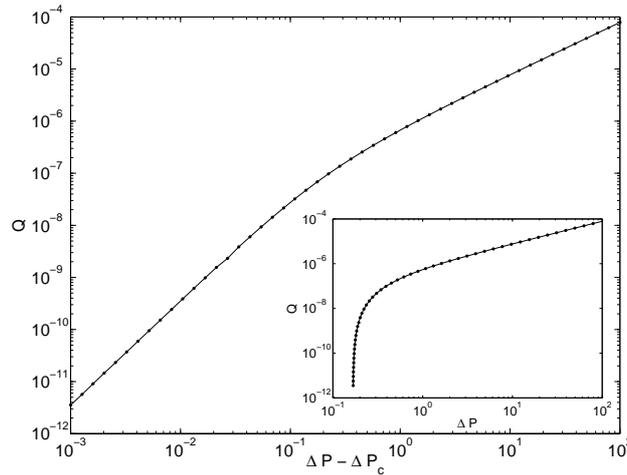


FIGURE 1 – Courbe de débit en fonction de l'écart au seuil de pression pour un canal hétérogène. En insert est représenté le débit en fonction de la pression.

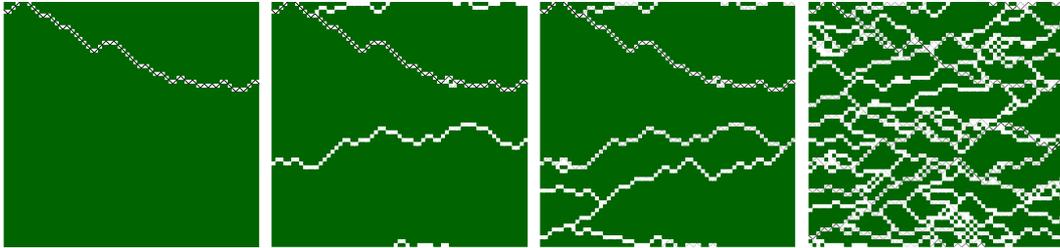


FIGURE 2 – Exemple de simulations de fluide à seuil en fracture hétérogène (avec un modèle de réseau de pores). La pression appliquée augmente de gauche à droite. À gauche, proche du seuil, l'ensemble du milieu est figé (en vert) sauf un seul chemin d'écoulement (en blanc). Au fur et à mesure que la pression augmente, un nombre croissant de régions deviennent fluide.

3 Écoulement en fractures hétérogènes

Comme le montre la figure 2 dans une fracture dont l'ouverture varie aussi dans la direction normale à l'écoulement, les régimes d'écoulement restent multiples. La figure illustre l'influence des hétérogénéités sur les régimes d'écoulement. Dans cette série de simulation, nous avons résolu le champ de vitesses dans un réseau de pores connecté par des seuils. Dans chacun de ces seuils, la loi eq. (4) est résolue avec la hauteur $b(x, y)$ distribuée aléatoirement (bruit blanc, non corrélé). On constate en particulier que le nombre de chemins d'écoulement augmente avec la différence de pression appliquée (Cf. 2).

Pour les très fortes valeurs de pression, le nombre de chemins n'augmente plus, les pores sont déseuillés et macroscopiquement on retrouve un comportement Newtonien, $Q \propto \Delta P$.

Pour des pressions proches du seuil on constate qu'un seul chemin est actif Fig. (2 gauche). Ce constat permet de déterminer la valeur de la différence de pression critique (voir aussi [6]). En effet, si un seul chemin est actif alors les relations eqs. (4) et (5) sont valables sur ce chemin. La relation (5) permet de déterminer le premier chemin d'écoulement et son seuil : c'est celui, parmi tous les chemins connectant un bord à l'autre, qui a la plus faible valeur de seuil. A savoir :

$$\Delta P_c = \tau_0 \min_c \int_c \frac{1}{b(x, y)} ds. \quad (10)$$

Le seuil est donc une quantité purement géométrique pouvant être déterminé par de simples algorithmes de minimisation. De plus, la relation eqs. (4) conduit à la conclusion que, proche du seuil (i.e. lorsque

l'écoulement passe par un seul chemin), on doit avoir un comportement quadratique du débit, $Q \propto (\Delta P - \Delta P_c)^2$.

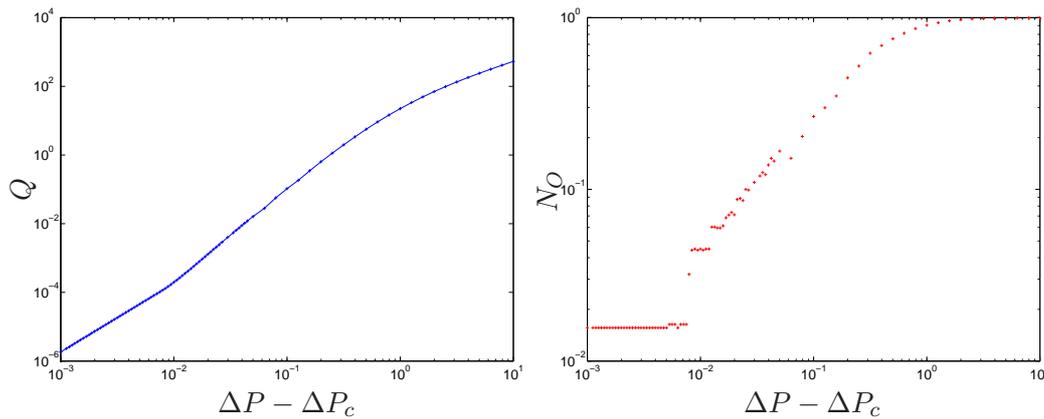


FIGURE 3 – Gauche : courbe de débit en fonction de l'écart au seuil de pression pour une fracture hétérogène de distribution aléatoire non corrélée. Droite : Proportion de liens désuillés en fonction de l'écart de pression.

La figure 3 (gauche) représente la courbe de débit-pression sur une échelle logarithmique. Si on retrouve bien un comportement quadratique proche du seuil et linéaire pour les pressions élevées, on constate également la présence d'un troisième régime. Celui-ci se caractérise également par un comportement en loi de puissance ($Q \propto \Delta P^{2,5}$ ici). Ce régime est intermédiaire entre celui où un seul canal est ouvert à celui où l'ensemble est ouvert. Cette transition s'illustre sur la figure 3(droite) qui représente le pourcentage de liens désuillés en fonction de l'écart au seuil de pression. On constate que le premier régime correspond effectivement à un nombre de liens ouverts constant. Le changement de pente correspond à un saut significatif de ce nombre de liens. Par ailleurs, on pourra noter que dans ce régime le nombre de liens augmente par paliers successifs (de plus en plus petits). Initialement, ces chemins ont une extension de l'ordre de la taille du système. Au fur et à mesure que la pression augmente, ces chemins s'interconnectent par des chemins de plus en plus petits ; à la fin le fluide s'écoule par l'ensemble des canaux.

4 Conclusions

Nous nous sommes intéressés à l'étude d'écoulement de fluides à seuil en fractures hétérogènes. Nous avons montré en particulier que la présence d'hétérogénéités dans le milieu induisent différents types de lois d'écoulement. Dans une fracture unidimensionnelle (invariant suivant la direction transverse) le seuil de pression est obtenu par l'intégrale des seuils le long de la fracture. Nous avons observé un régime d'écoulement quadratique proche du seuil et un régime linéaire loin de celui-ci. Ces deux régimes peuvent se prédire analytiquement.

Dans le cas de fractures hétérogènes bidimensionnelles, nous avons observé la présence de trois régimes. Le premier, proche du seuil de pression, est quadratique car il correspond à la présence d'un seul canal d'écoulement. Pour les très fortes pressions, le comportement est linéaire car il correspond au cas où l'ensemble du milieu est loin du seuil et donc se comporte comme un fluide Newtonien. Le régime intermédiaire se caractérise par un accroissement discontinu de la proportion de fluide désuillée. Dans ce régime, l'écoulement suit également une loi de puissance qui dépend de la statistique du champ d'ouverture.

Nous poursuivons actuellement ces travaux avec des expériences d'écoulements de Carbopol en fractures (voir figure 4). Nous développons également des méthodes numériques de type "Lattice-Boltzmann" de façon à résoudre précisément les équations de Stokes non-Newtonien en milieux poreux bi- ou tri-dimensionnels.



FIGURE 4 – Éxperience d’écoulement de Carbopol en fracture hétérogène. Proche du seuil d’écoulement, quelques chemins seulement s’écoulent.

Remerciements

Les auteurs remercient l’ANR pour se support financier à travers le programme modélisation numérique ANR-12-MONU-0011.

Références

- [1] Al-Fariss, T. and K. L. Pinder. “Flow through porous media of a shear-thinning liquid with yield stress,” *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **65**(3) :391–405 (1987).
- [2] Balhoff, Matthew T. and Karsten E. Thompson. “Modeling the steady flow of yield-stress fluids in packed beds,” *AIChE Journal*, **50**(12) :3034–3048 (2004).
- [3] Chen, Min, et al. “The flow and displacement in porous media of fluids with yield stress,” *Chemical Engineering Science*, **60**(15) :4183 – 4202 (2005).
- [4] Clain, Xavier. *Étude expérimentale de l’injection de fluides d’Herschel-Bulkley en milieux poreux*. PhD dissertation, Université Paris-Est, 2010.
- [5] Ginzburg, I. and K. Steiner. “A free-surface lattice Boltzmann method for modelling the filling of expanding cavities by Bingham Fluids,” *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **360** :453–466 (2002).
- [6] Roux, S. and H. J. Herrmann. “Disorder-Induced Nonlinear Conductivity,” *EPL (Europhysics Letters)*, **4**(11) :1227 (1987).
- [7] Shah, C. B. and Y. C. Yortsos. “Aspects of flow of power-law fluids in porous media,” *AIChE Journal*, **41**(5) :1099–1112 (1995).
- [8] Sochi, Taha. “Non-Newtonian flow in porous media,” *Polymer*, **51**(22) :5007 – 5023 (2010).
- [9] Sochi, Taha and Martin J. Blunt. “Pore-scale network modeling of Ellis and Herschel-Bulkley fluids,” *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **60**(2) :105 – 124 (2008).
- [10] Talon, L., et al. “Assessment of the two relaxation time Lattice-Boltzmann scheme to simulate Stokes flow in porous media,” *Water Resour. Res.*, **48** :W04526 (2012).
- [11] Vikhansky, A. “Lattice-Boltzmann method for yield-stress liquids,” *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **155**(3) :95 – 100 (2008).
- [12] Yiotis, A. G., et al. “Blob population dynamics during immiscible two-phase flows in reconstructed porous media,” *Phys. Rev. E*, **87** :033001 (Mar 2013).