



**HAL**  
open science

# Influence d'une onde acoustique (Eckart streaming) sur la séparation des espèces d'une solution binaire dans le champ de gravité

Marie-Catherine Charrier-Mojtabi, Xavier Jacob, Abdelkader Mojtabi

► **To cite this version:**

Marie-Catherine Charrier-Mojtabi, Xavier Jacob, Abdelkader Mojtabi. Influence d'une onde acoustique (Eckart streaming) sur la séparation des espèces d'une solution binaire dans le champ de gravité. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03440005

**HAL Id: hal-03440005**

**<https://hal.science/hal-03440005>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Etude de l'action d'ondes ultrasonores « acoustic streaming » sur la séparation des espèces d'un fluide binaire dans le champ de pesanteur.

M.C. Charrier-Mojtabi<sup>a</sup>, X. Jacob<sup>a</sup>, A. Mojtabi<sup>b</sup>

a. Laboratoire PHASE, EA 3028, Université Paul Sabatier, Université de Toulouse

b Institut de Mécanique de Fluides de Toulouse, UMR CNRS/INP/UPS N° 5502.

## Résumé :

*On étudie l'influence d'une onde ultrasonore (Eckart streaming) sur la séparation des espèces d'un fluide binaire. Dans certaines conditions, l'onde ultrasonore peut induire un champ de vitesses stationnaire à grande échelle. Si le transducteur dans la cellule est convenablement placé, on peut générer un écoulement monocellulaire et obtenir une séparation des espèces du mélange. On étudie analytiquement (écoulement de type parallèle) et numériquement, l'écoulement de convection mixte généré par l'Acoustic Streaming au sein d'une solution binaire remplissant une cavité horizontale soumise à un gradient thermique vertical et placée dans le champ de pesanteur. Les deux parois horizontales, imperméables à la matière, sont maintenues à des températures constantes et différentes. Les parois verticales sont adiabatiques et la paroi opposée à celle contenant le transducteur est parfaitement absorbante. L'écoulement généré par l'action des ondes ultrasonores se combine alors à celui généré par le gradient thermique. On dispose ainsi à l'aide de ce dispositif, de deux paramètres de contrôle indépendants pour agir sur la séparation des espèces qui sont le paramètre acoustique  $A$  et le nombre de Rayleigh,  $Ra$ . Le problème étudié dépend de sept nombres adimensionnels. Pour différentes valeurs du paramètre acoustique  $A$  et de l'épaisseur relative de la source acoustique,  $\varepsilon$ , on étudie l'influence de  $Ra$  sur la séparation, le nombre de Lewis,  $Le$ , de Prandtl,  $Pr$  et le facteur de séparation  $\psi$  étant fixés. Les résultats analytiques sont corroborés par les résultats de simulations numériques directes.*

## Abstract :

*An analytical and numerical study of the influence of acoustic streaming on species separation of a binary mixture in the gravity field is presented. A rectangular cell filled with binary fluid is submitted to an ultrasonic propagating wave along a portion of one of its vertical wall while the opposite wall is perfectly absorbing wall. A temperature gradient is applied between the two horizontal walls. The unicellular flow induced by the Eckart streaming may lead to significant species separation. Thus, using this device, two control parameters influence the species separation that are acoustic parameter  $A$  and the Rayleigh number,  $Ra$ . In a first part, the hypothesis of parallel flow is used to determine the analytical solution which describes the unicellular flow and the separation is calculated analytically function of the acoustic parameter,  $A$ , the acoustic beam width,  $\varepsilon$ , the Rayleigh number,  $Ra$ , the Lewis number,  $Le$  and the Prandtl number,  $Pr$ . These analytical results are corroborated by direct numerical simulations.*

**Mots clefs:** Acoustic streaming, thermo-gravitation, thermodiffusion, Soret effect, séparation des espèces

## 1-Introduction

La propagation d'ondes ultrasonores dans un fluide peut induire un écoulement stationnaire à grande échelle : ce phénomène est appelé « acoustic streaming » (Lighthill [1], Eckart[2]). On distingue deux types d'acoustic streaming : Le Rayleigh streaming et l'Eckart streaming. Lei et al. [3], 2006, ont effectué

une étude afin d'analyser la convection qui se développe dans une cavité 3D soumise à un gradient horizontal de température et des ondes ultrasonores longitudinales. Les auteurs se sont intéressés au « Rayleigh streaming » où les tensions de Reynolds agissent dans les couches limites acoustiques se développant le long des parois de la cavité. Dridi et al. [4], 2008, ont étudié « l'Eckart streaming » en cavité tridimensionnelle. Le mouvement est alors créé au sein du fluide par les tensions de Reynolds qui résultent du passage de l'onde acoustique. L'étude de l'influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces a été traitée par Charrier-Mojtabi et al. [5], 2012. Les auteurs ont considéré une cavité rectangulaire en microgravité. Dans une première partie, pour une cellule de grand rapport d'aspect, ils ont déterminé analytiquement la solution correspondant à l'écoulement monocellulaire, seule configuration où la séparation peut exister. Ils ont déterminé l'influence du paramètre acoustique  $A$ , l'épaisseur relative de la source acoustique  $\varepsilon$  et du nombre de Schmidt  $Sc$  sur la séparation. Les résultats sont en très bon accord avec les résultats obtenus numériquement en utilisant le logiciel COMSOL. Dans une deuxième partie, une étude de stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire a été effectuée. Les auteurs ont montré que la solution unicellulaire perd sa stabilité via une bifurcation de Hopf pour toutes les valeurs de  $\varepsilon$ , excepté pour la valeur de  $\varepsilon=0.5$ .

Dans le présent travail, on reprend l'étude menée par Charrier-Mojtabi et al. [5], dans le champ de pesanteur. On se propose d'étudier analytiquement (écoulement de type parallèle) et numériquement, l'écoulement de convection mixte généré par l'Acoustic Streaming au sein d'une solution binaire remplissant une cavité horizontale soumise à un gradient thermique vertical et placée dans le champ de pesanteur. L'écoulement généré par l'action des ondes ultrasonores se combine alors à celui généré par le gradient thermique. On dispose ainsi, par ce procédé, de deux paramètres de contrôle indépendants pour agir sur la séparation des espèces, contrairement aux colonnes thermo-gravitationnelles, verticales (TGC), utilisées par de nombreux auteurs[6],[7],[8].

## 2-Formulation mathématique

On considère une cellule rectangulaire horizontale, de hauteur  $H$  et de largeur  $L$ , avec  $B=L/H \gg 1$ . La cellule est remplie d'un fluide binaire et placée dans le champ de pesanteur  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$  (cf. fig. 1). Une onde ultrasonore est générée au niveau de la paroi gauche sur une hauteur relative  $\varepsilon=H_b/H$  à partir de  $z=H$  (i.e du haut de la cellule). La paroi opposée est parfaitement absorbante. De plus on suppose que le faisceau associé à l'onde ultrasonore est parfaitement uniforme. Les parois horizontales sont maintenues respectivement à  $T=T_1$  pour la paroi du bas et  $T=T_2$  pour la paroi du haut (à priori  $T_1 > T_2$ ). Les équations régissant le problème sont écrites dans le cadre de l'approximation de Boussinesq et en tenant compte de l'effet Soret.

Le système adimensionnel d'équations régissant le problème est donné par :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + A \delta \vec{e}_x + Ra \Pr(T + \psi C) \vec{e}_z + \Pr \nabla^2 \vec{V} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C - \nabla^2 T) \end{cases} \quad (1)$$

avec  $\delta=1$  pour  $z \in [1-\varepsilon, 1]$  et  $\delta=0$  pour  $z \in [0, 1-\varepsilon[$ .

Dans ce système d'équations,  $\vec{V}$ ,  $P$ ,  $T$  et  $C$  représentent respectivement les champs de vitesses, de pression, de température et de fraction massique du constituant le plus lourd. Le problème considéré dépend de 7 paramètres adimensionnels qui sont : le paramètre acoustique  $A$ , le nombre de Rayleigh,  $Ra$ , le nombre de Prandtl,  $Pr$ , le facteur de séparation,  $\psi$ , le nombre de Lewis,  $Le$ , l'épaisseur relative de la source acoustique  $\varepsilon$  et le rapport d'aspect longitudinal de la couche  $B=L/H$ . Le paramètre acoustique  $A = \alpha U_{ac}^2 H^3 / a^2$  où  $\alpha$  le coefficient d'atténuation de l'onde ultrasonore,  $U_{ac}$  est l'amplitude d'oscillation de la vitesse acoustique, et  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide, le nombre de Rayleigh est donné par :

$Ra = (g\beta_T H^3 \Delta T / (\nu a))$ , le nombre de Lewis est le rapport de la diffusivité thermique du fluide binaire sur le coefficient de diffusion de Fick,  $Le = a/D$ , le facteur de séparation est donné par :  $\psi = -(\beta_T / \beta_c)(D_T / D) C_i(1 - C_i)$  où  $C_i$  est la fraction massique initiale du constituant le plus dense. Dans cette dernière expression  $\beta_T$  et  $\beta_c$  sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et massique du fluide binaire et  $D_T$  le coefficient de thermodiffusion.

Les conditions aux limites associées sont données par :

$$z = 0, 1 : \vec{V} = \vec{0}, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z} ; \quad x = 0, B = H/L : \vec{V} = \vec{0}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

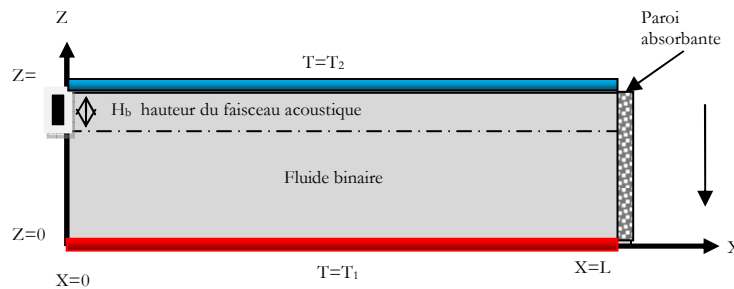


figure 1 : Schéma de définition

### 3- Solution analytique dans le cas d'une cellule de grand rapport d'aspect.

Pour des cellules de grande extension longitudinale ( $B \gg 1$ ), on cherche une solution de type « parallel flow ». La solution correspondant à l'écoulement monocellulaire est cherchée sous la forme :

$$\vec{U}_0 = U_0(z) \vec{e}_x, \quad T_0 = 1 - z, \quad C_0(x, z) = m x + f(z)$$

où  $m$  est le gradient de fraction massique selon l'axe des  $x$ .

Les champs de vitesses, de concentration et de température sont calculés en utilisant le logiciel de calcul symbolique Maple. On détermine alors le gradient de fraction massique  $m$  en fonction  $A$ ,  $Sc$ ,  $\varepsilon$  du facteur de séparation,  $\psi$  et du nombre de Rayleigh  $Ra$ . Pour une cellule de rapport d'aspect  $B$ , la séparation définie comme la différence des fractions massiques du constituant le plus lourd entre les 2 parois verticales de la cellule est égale à  $S = mB$ . ( $m > 0$  signifie que le constituant le plus dense est accumulé à droite de la cellule). Le champ de vitesse est donnée par :

$$U_0(z) = -\frac{1}{12Pr} (2Ra \psi m z^3 Pr - 3Ra \psi m z^2 Pr + 12z^2 A \varepsilon^3 - 18z^2 A \varepsilon^2 + Ra \psi m z Pr - 12z A \varepsilon^3 + 12z A \varepsilon^2 + 6A \delta z^2 + 12A \delta z \varepsilon - 12A \delta \varepsilon + 6A \delta - 12A \delta \varepsilon + 6A \delta \varepsilon^2)$$

(Nota : tous les calculs ont été effectués pour  $Le=100$  et  $Pr=7$ , ce qui correspond à un liquide binaire).

La démarche a été la suivante. Partant de la courbe de séparation  $S=f(A)$  obtenue en microgravité [5], pour  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$  et  $\varepsilon = 0.5$ , qui fait apparaître un optimum de séparation pour  $A=22.05$ , nous avons considéré 3 valeurs de  $A$  :  $A=6$ ,  $A=22.05$  et  $A=50$  et regardé l'influence de la variation du nombre de Rayleigh thermique sur la séparation. Les résultats obtenus sont décrits ci-dessous.

La figure 2 illustre la variation de  $m$  en fonction du nombre de Rayleigh pour  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ ,  $A=6$  et  $\varepsilon = 0.5$ . En microgravité ( $Ra=0$ ), la séparation obtenue est de  $S=mB=2.078$  [5]. On constate sur la figure 2, l'importance du nombre de Rayleigh sur la séparation, puisque pour  $Ra=110$ , la séparation obtenue est de  $S=4.161$  soit une valeur proche de l'optimum de séparation obtenue en microgravité.

Pour  $A=22.05$  et  $\varepsilon=0.5$  qui correspond à l'optimum de séparation obtenu en microgravité [5], dont la valeur est de  $S=4.102$ , en faisant varier le nombre de Rayleigh, on obtient un optimum de séparation  $S=4.109$  pour  $Ra=9.8$  (cf. figure 3). Il est à noter que la valeur de l'optimum est très proche de celle obtenue pour

Ra=0 ainsi que ce celle obtenue pour A=6,  $\epsilon=0.5$  et Ra=110 à savoir S=4.161.

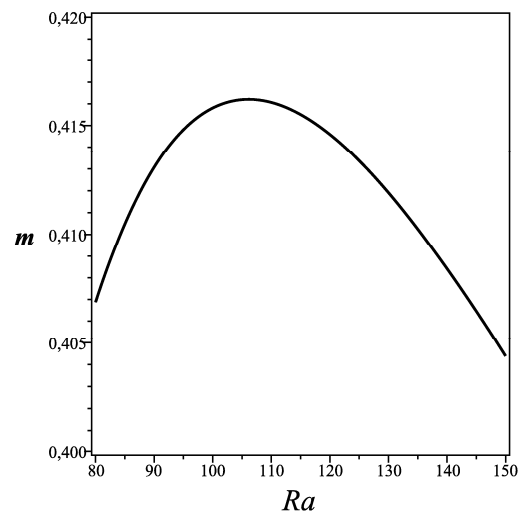


figure 2 : Gradient de fraction massique  $m=f(Ra)$ , A=6,  $\epsilon=0.5$ , Le=100, Pr=7,  $\psi = 0.1$ .

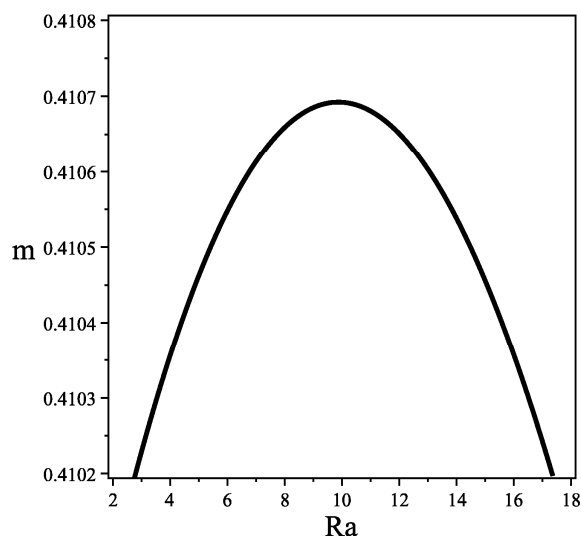


figure 3 : Gradient de fraction massique  $m=f(Ra)$ , A=22.05,  $\epsilon=0.5$ , Le=100, Pr=7,  $\psi = 0.1$ .

On observe le même comportement (cf. figure 4) pour le cas A=50 pour lequel la séparation passe de S=3.08 pour Ra=0 à S=3.99 pour Ra=-183.6, c'est-à-dire dans une cellule chauffée par le haut. Ce dernier résultat est intéressant car dans l'étude de la séparation des espèces en fluide binaire dans la même configuration que celle étudiée ci dessus mais en l'absence d'onde ultrasonore, dans le cadran ( $Ra < 0$  et  $\psi > 0$ ) la solution de double diffusion pure est infiniment linéairement stable.

Ainsi pour chaque valeur de A donnée, il existe une valeur de Ra qui rend m donc S maximum, les autres paramètres adimensionnels étant fixés.

On observe sur la figure 5 que pour A=0, pour une cellule chauffée par le bas et située dans le champ de pesanteur (configuration de Rayleigh-Bénard), dans la gamme des paramètres utilisés on obtient un régime monocellulaire avec une séparation négative, c'est à dire que la cellule convective est parcourue en sens inverse du sens trigonométrique (compte tenu de la définition de S). Pour Ra=138.43, on obtient  $|S| = 4.18$ ,

valeur voisine des optimum de séparation obtenus dans les cas présentés ci-dessus.

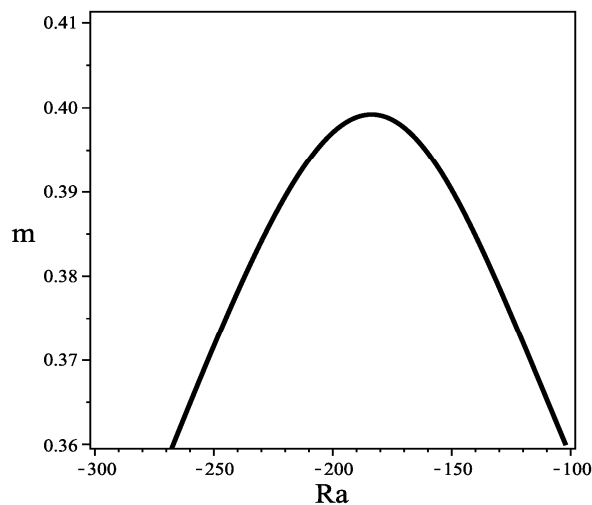


fig.4 :  $m=f(Ra)$ ,  $A=50$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ , (Cellule chauffée par le haut,  $Ra < 0$ )

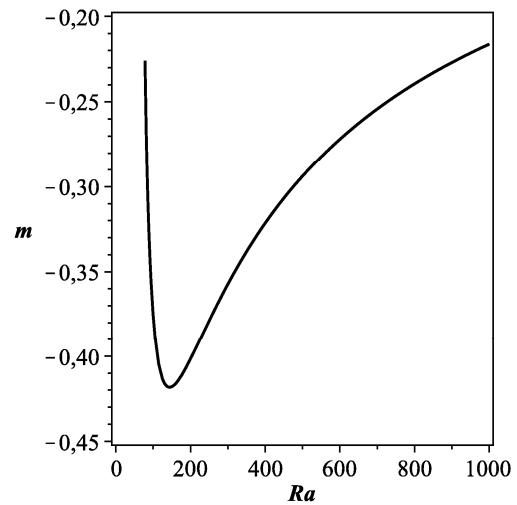


fig.5 :  $m=f(Ra)$ ,  $A=0$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ , (Cellule chauffée par le bas,  $Ra > 0$ )

On obtiendrait une séparation de  $S=+4.18$ , pour  $Ra=138.43$  avec une cellule tournant dans le sens trigonométrique. Knobloch et Moore [9] ont montré dans la configuration étudiée avec  $A=0$ , que la solution de double diffusion pure perdait sa stabilité et que l'écoulement devenait monocellulaire si le facteur de séparation  $\psi > \psi_0 = \frac{1}{0.26Le-1}$  associé à  $Ra_{cs} = \frac{720}{Le\psi}$ , condition nécessaire pour assurer la séparation

des espèces. On voit l'intérêt de cette nouvelle configuration avec  $A \neq 0$  puisque l'onde acoustique génère un écoulement monocellulaire pour une position convenablement choisie du transducteur et ceci indépendamment du nombre de Rayleigh.

#### 4- Simulations numériques

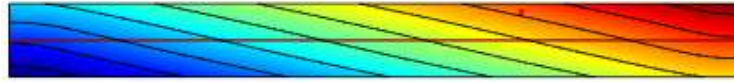
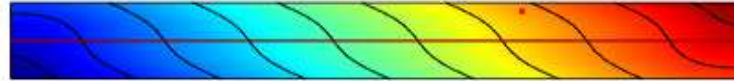
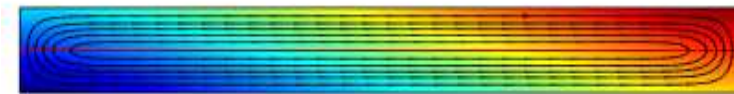
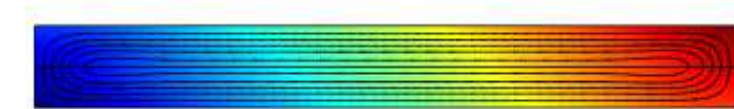
Le système d'équations (1) avec les conditions aux limites (2) est résolu par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel industriel COMSOL. Compte tenu de la géométrie de la cellule, on choisit un maillage quadrangle et un rapport d'aspect de  $B=10$ . La résolution adoptée varie de  $120 \times 20$  à  $150 \times 30$  selon les valeurs de  $A$  et de  $Ra$ . La pente  $m$  de la droite donnant  $C=f(x)$  à  $y$  donnée est calculée loin des deux extrémités de la cellule où l'hypothèse d'écoulement de type parallèle n'est évidemment pas respectée. On en déduit la séparation  $S=mB$ .

Un très bon accord est obtenu entre les résultats analytiques et les résultats numériques concernant le calcul de la séparation. Ainsi pour  $A=6$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ , la séparation obtenue numériquement pour une cellule de rapport d'aspect de  $B=10$  est de  $S=2.080$  pour  $Ra=0$  et de  $S=4.168$  pour  $Ra=110$  respectivement. Ces résultats sont à comparer avec les valeurs de la séparation trouvées analytiquement à savoir  $S=mB=2.078$  ( $Ra=0$ ) et  $S=4.161$  ( $Ra=110$ ).

L'étude numérique nous permet de suivre l'évolution des champs de vitesses, de température et de fractions massiques en fonction du nombre de Rayleigh et du paramètre acoustique  $A$  à  $Le$ ,  $Pr$ ,  $\psi$  et  $\varepsilon$  fixés.

Nous présentons sur les figures 6-a et 6-b, les iso-concentrations obtenues pour  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\varepsilon=0.5$  et  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\varepsilon=0.5$ , respectivement. Dans les deux cas l'écoulement est monocellulaire comme l'indique les figures 7-a et 7-b où sont représentées les lignes de courant.

On a aussi retrouvé numériquement que l'on pouvait avoir une séparation pour des nombres de Rayleigh négatifs avec un facteur de séparation positif, ce qui correspond à une cellule chauffée par le haut (Cas  $A=50$ )

fig.6-a: iso-concentrations  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .fig.6-b: iso-concentrations  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .fig. 7-a : Lignes de courant,  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .fig. 7-b : Lignes de courant,  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

## 5-Conclusion

Nous avons présenté l'influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces d'un fluide binaire remplissant une cavité rectangulaire horizontale, de grande extension et placée dans le champ de pesanteur. La présence d'une onde ultrasonore placée en haut de la couche et sur une hauteur variable, permet d'obtenir, dans certaines conditions, un champ de vitesses stationnaire et monocellulaire nécessaire pour obtenir la séparation des espèces. Pour des cellules de grandes extensions longitudinales, une étude analytique nous a conduit à la détermination des expressions des champs de vitesses, de température et de fraction massique et à l'étude de l'influence du paramètre acoustique  $A$  ainsi que du nombre de Rayleigh sur la séparation. On montre ainsi que pour chaque valeur de  $A$  donnée, il existe une valeur du nombre de Rayleigh thermique qui conduit à un optimum de séparation ( en cellule chauffée par le haut ou par le bas). Les résultats analytiques ont été corroborés par des simulations numériques directes permettant non seulement de déterminer la séparation mais aussi d'étudier la forme des champs de vitesses, de température et de fractions massiques ainsi que leur évolution en fonction des différents paramètres adimensionnels du problème.

## Références

- [1] J. Lighthill, Acoustic streaming, J. Sound Vibration. **61**, issue 3(1978) 391-418.
- [2] C. Eckart, Vortices and streams caused by sound waves, Phys. Rev. **73**, (1948) 68-76.
- [3] H. Lei, D. Henry and H. Ben Hadid, Numerical study of the influence of a longitudinal sound field on natural convection in a cavity, Int. J.Heat Mass Transfer, **49**, (2006) 3601-3616.
- [4] W. Dridi, D. Henry, and H. Ben Hadid, Influence de l'acoustic streaming on the stability of a laterally heated three-dimensional cavity, Phys. Rev. E **77**, (2008), 046311
- [5] M.C. Charrier-Mojtabi, A. Fontaine, A. Mojtabi, Influence of acoustic streaming on thermo-diffusion in a binary mixture under microgravity, Int.J.Heat Mass Transfer, **55**, (2012) 5992-5999
- [6] M. Lorenz and A.H. Emery, The packed thermal diffusion column, Chem. Eng. Sci.11, (1), (1959), 16-23.
- [7] O. Ecenarro, J.A. Madariaga, J. Navarro, C.M. Santamaria, J.A. Carrion and J.M. Saviron, Fickian and thermal diffusion coefficients from liquid thermogravitational columns, Journal of Physics: Condensed matter, **9**, (1990), 2289-2296.
- [8] M. Marcoux, M.C. Charrier-Mojtabi, M. Azaiez, Double diffusive convection in an annular vertical porous layer, Int.J.Heat Mass Transfer, **42**, (1999) 2313-2325.
- [9] E. Knobloch and D.R. Moore, Linear stability of experimental Soret Convection, Physical review A, Vol **37**, N°3(1988), 860-870.