



**HAL**  
open science

## **Modèle inverse pour le monitoring des poutres en béton avec des armatures passives d'acier**

Julien Waeytens, Véronique Le Corvec, Philippe Leveque, Dominique Siegert,  
Frederic Bourquin

### ► To cite this version:

Julien Waeytens, Véronique Le Corvec, Philippe Leveque, Dominique Siegert, Frederic Bourquin. Modèle inverse pour le monitoring des poutres en béton avec des armatures passives d'acier. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. <hal-03439978>

**HAL Id: hal-03439978**

**<https://hal.science/hal-03439978v1>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Modèle inverse pour le monitoring des poutres en béton avec des armatures passives d'acier

J. Waeytens<sup>a</sup>, V. Le Corvec<sup>b</sup>, P. Lévêque<sup>a</sup>, D. Siegert<sup>a</sup>, F. Bourquin<sup>a</sup>

a. Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR), Université Paris-Est

b. Société de Calcul Scientifique Spécialisée en Génie Civil (NECS)

## Résumé :

Une méthode inverse fondée sur la théorie du contrôle optimal est employée afin d'identifier les paramètres mécaniques d'une poutre en béton comprenant une barre en acier. Les paramètres mécaniques de la poutre sont déterminés par la minimisation d'une fonctionnelle d'écart entre la solution numérique et les mesures. Les paramètres de la poutre sont définis sur une taille de maille grossière ( $H$ ) alors que la résolution du problème direct par la méthode des éléments finis est réalisée sur une maille fine ( $h$ ). Ceci permet de réduire le nombre de paramètres à identifier. Concernant l'aspect logiciel, un superviseur en Python avec des appels au code de calculs éléments finis Code\_Aster a été développé afin de résoudre ce problème inverse. En utilisant la méthode inverse avec des mesures de déformation, nous sommes capables d'identifier une perte de section locale de la barre en acier ainsi qu'une diminution du module d'Young dans une partie de la poutre en béton.

## Abstract :

The paper deals with the determination of mechanical parameters in a 2D beam using inverse modeling technique. The optimal control theory is employed. In our strategy, the beam is instrumented with strain sensors, and a known dynamic load is applied. In the inverse technique, two space discretizations are considered : a fine discretization ( $h$ ) to solve the structural dynamic problems and a coarse discretization ( $H$ ) for the beam parameter identification. To get the beam parameters, we minimize a classical data misfit functional using a gradient-like algorithm. A low-cost computation of the cost functional gradient is performed using the adjoint problem solution. Our procedure is implemented in a general way using Python script and the finite element Code\_Aster. First results show that a local reduction of the steel bar cross-sections and a local decrease of concrete Young modulus can be detected using this inverse technique.

**Mots clefs :** problème inverse ; problème adjoint ; dynamique

## 1 Introduction

Dans de nombreux ouvrages du génie civil, notamment les Viaducs à travées Indépendantes à Poutres en béton Précontraint (VIPP), les poutres renforcées (armatures passives) et précontraintes constituent un élément essentiel. Entre 1945 et 1965, plus de 1000 VIPP furent construits [1]. Afin de réduire les coûts de maintenance de ces ouvrages et afin de garantir la sécurité des usagers, il est important d'identifier le plus tôt possible les poutres endommagées. Pour cela, des méthodes de contrôle non-destructives doivent être employées. Dans [2], une méthode inverse, fondée sur une modélisation 1D et les réponses temporelles de la poutre, a été proposée afin d'identifier une éventuelle perte de précontrainte. Ici, nous privilégions une méthode inverse fondée sur une modélisation 2D de la poutre. Ceci permet une meilleure prise en compte de la position 2D des capteurs et une description fine de la géométrie et de la position des barres en acier dans la poutre. A partir de mesures temporelles de déformation, l'objectif est d'identifier une réduction locale de la section d'une barre d'acier et une

diminution du module d'Young du béton dans une zone endommagée. Ainsi, nous proposons une méthode inverse fondée sur la théorie du contrôle optimal [3]. Les équations 2D de l'élastodynamique sont considérées et le chargement est supposé connu. Le problème inverse est résolu en utilisant les outils numériques de l'ingénieur : code de calculs éléments finis Code\_Aster [4], la librairie Python Numpy et l'API Python de la plateforme SALOME [5]. Sur une poutre 2D en béton comprenant une barre en acier, nous montrons qu'une réduction locale de 25% de la section de la barre d'acier et une diminution locale de 25% du module d'Young du béton peuvent être détectées en utilisant cette méthode inverse.

## 2 Méthode inverse pour identifier une perte de section de la barre en acier et une diminution locale du module d'Young du béton dans une poutre 2D

On considère une poutre 2D en béton comprenant une barre en acier satisfaisant les équations de l'élastodynamique. Concernant la barre en acier, on néglige le travail des efforts de cisaillement et le travail des moments de flexion. On suppose également une parfaite adhérence entre la barre en acier et le béton.

**Problème direct :** On cherche le champ de déplacement  $\underline{u} \in \mathcal{U}_0 = \{\underline{u}^* \in H_1(\Omega) \mid \underline{u}^* = \underline{0} \text{ sur } \partial\Omega_i\}$  tel que :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \rho_c \ddot{\underline{u}} \cdot \underline{u}^* d\Omega + \int_{\Gamma} \rho_b S_b \ddot{\underline{u}} \cdot \underline{u}^* d\Gamma + \int_{\Omega} \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}) : \mathcal{K}_c \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}^*) d\Omega + \int_{\Gamma} E_b S_b \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x^*}{\partial x} d\Gamma \\ & - \int_{\partial\Omega_f} \underline{F}_d \cdot \underline{u}^* \partial\Omega = 0, \quad \forall \underline{u}^* \in \mathcal{U}_0 \end{aligned} \quad (1)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles.

Les paramètres indexés par "c" (resp. "b") sont associés au béton (resp. à la barre en acier). On rappelle que le chargement dynamique  $\underline{F}_d$  est supposé connu.

L'objectif est d'identifier la section de la barre en acier  $S_b(\underline{x})$  et le module d'Young du béton  $E_c(\underline{x})$  dans une poutre 2D en béton à partir de mesures temporelles de déformation. Afin de réduire le nombre de paramètres à identifier, on recherche  $S_b(\underline{x})$  et  $E_c(\underline{x})$  sous la forme :

$$S_b(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{n_b} \bar{S}_{bj} S_{b_{ud}} \phi_j^s(x), \quad E_c(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{n_c} \bar{E}_{cj} E_{c_{ud}} \phi_j^c(x) \quad (2)$$

où :

- $S_{b_{ud}}$  (resp.  $E_{c_{ud}}$ ) représente la section de la barre en acier non-endommagée (resp. le module d'Young du béton non-endommagé) ;
- $\bar{S}_{bj}$  (resp.  $\bar{E}_{cj}$ ) correspond à la  $j^{\text{ème}}$  section adimensionnée de la barre en acier (resp. module d'Young adimensionné du béton) associé à la zone  $\Gamma_j$  (resp.  $\Omega_{c_j}$ ), *i.e.* la zone où  $\phi_j^b(x)$  (resp.  $\phi_j^c(x)$ ) est non nul.  $\bar{S}_{bj}$  et  $\bar{E}_{cj}$  sont les paramètres à identifier par la méthode inverse ;
- $\phi_j^b(x)$  et  $\phi_j^c(x)$  sont des fonctions de base définies sur une grille de maille grossière (H). Elles sont *a priori* connues. En pratique,  $\phi_j^b(x)$  (resp.  $\phi_j^c(x)$ ) est une fonction constante par morceaux, elle vaut 1 dans la zone  $\Gamma_j$  (resp. dans le sous-domaine  $\Omega_{c_j}$ ) et 0 ailleurs.

Pour identifier les paramètres caractéristiques de la poutre, une méthode inverse fondée sur la théorie du contrôle optimal est employée. Nous cherchons les sections adimensionnées de la barre en acier  $\bar{S}_{bj}$  ( $j \in \{1, \dots, n_b\}$ ) et les modules d'Young adimensionnés du béton  $\bar{E}_{cj}$  ( $j \in \{1, \dots, n_c\}$ ) qui minimisent une fonctionnelle d'écart quadratique entre les mesures temporelles de déformation et les déformations obtenues par simulation numérique.

**Fonctionnelle à minimiser :**

$$J(\bar{S}_b, \bar{E}_c) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^T \left[ \int_{\Omega} \epsilon_{xx}(x, t) \psi_i(\underline{x} - \underline{x}_i) d\Omega - (\epsilon_{xx}^{mes})_i(t) \right]^2 dt + \epsilon_1 \frac{\alpha_{n_1}}{2} \int_{\Gamma} \left[ \frac{S_b(x)}{S_{b_{ud}}} - 1 \right]^2 d\Gamma + \epsilon_2 \frac{\alpha_{n_2}}{2} \int_{\Omega} \left[ \frac{E_c(x)}{E_{c_{ud}}} - 1 \right]^2 d\Omega \quad (3)$$

où :

- $n_s$  est le nombre de capteurs ;
- $(\epsilon_{xx}^{mes})_i(t)$  est la déformation  $xx$  mesurée par le capteur  $i$  positionné en  $\underline{x}_i$  ;
- $\psi_i(\underline{x} - \underline{x}_i)$  représente une fonction de pondération spatiale afin d'extraire la déformation au voisinage du capteur  $i$ .

Dans (3), les deux derniers termes sont des termes de régularisation.  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  représentent les poids adimensionnés associés à la régularisation.  $\alpha_{n_1}$  et  $\alpha_{n_2}$  permettent d'assurer l'homogénéité de la fonctionnelle  $J$ .

La minimisation de la fonctionnelle est réalisée de manière itérative par une méthode de type gradient. Afin de calculer le gradient de la fonctionnelle à moindre coût, nous utilisons la solution du problème adjoint défini ci-dessous.

**Problème adjoint :** On cherche le déplacement  $\tilde{u} \in \mathcal{U}_0 = \{u^* \in H_1(\Omega) \setminus u^* = 0 \text{ sur } \partial\Omega_i\}$  tel que :

$$\int_{\Omega} \rho_c \ddot{\tilde{u}} \cdot u^* d\Omega + \int_{\Gamma} \rho_b S_b \ddot{\tilde{u}} \cdot u^* d\Gamma + \int_{\Omega} \underline{\underline{\epsilon}}(\tilde{u}) : \mathcal{K}_c \underline{\underline{\epsilon}}(u^*) d\Omega + \int_{\Gamma} E_b S_b \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} \frac{\partial u_x^*}{\partial x} d\Gamma - \sum_{i=1}^{n_s} \int_{\Omega} \left[ \int_{\Omega} \epsilon_{xx}(\underline{x}, t) \psi(\underline{x} - \underline{x}_i) d\Omega - (\epsilon_{xx}^{mes})_i(t) \right] \psi_i(\underline{x} - \underline{x}_i) \frac{\partial u_x^*}{\partial x} d\Omega = 0, \quad \forall u^* \in \mathcal{U}_0 \quad (4)$$

Les conditions finales sont nulles.

Il est important de noter que le problème adjoint correspond ici à un problème d'élastodynamique rétrograde en temps (conditions finales nulles). Le problème adjoint peut être résolu avec des codes de calculs éléments finis classiques.

A partir de la solution du problème direct (1) et la solution du problème adjoint (4), nous pouvons montrer que le gradient de la fonctionnelle est

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{S}_{b_j}} = - \int_0^T \int_{\Gamma} E_b S_{b_{ud}} \phi_j^b(x) \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial x} d\Gamma dt - \int_0^T \int_{\Gamma} \rho_b S_{b_{ud}} \phi_j^b(x) \ddot{\tilde{u}} \cdot \tilde{u} d\Gamma dt + \epsilon_1 \alpha_{n_1} \int_{\Gamma} \left( \frac{S_b(x)}{S_{b_{ud}}} - 1 \right) \phi_j^b(x) d\Gamma \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{E}_{c_j}} = - \int_0^T \int_{\Omega} d\lambda_{DP} \phi_j^c(x) \text{div}(\underline{u}) \text{div}(\tilde{u}) d\Omega dt - \int_0^T \int_{\Omega} 2d\mu_{DP} \phi_j^c(x) \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}) : \underline{\underline{\epsilon}}(\tilde{u}) d\Omega dt + \epsilon_2 \alpha_{n_2} \int_{\Omega} \left( \frac{E_c(x)}{E_{c_{ud}}} - 1 \right) \phi_j^c(x) d\Omega \quad (6)$$

où :

$$d\lambda_{DP} = \frac{E_{c_{ud}} \nu_c}{(1 + \nu_c)(1 - \nu_c)}, \quad d\mu_{DP} = \frac{E_{c_{ud}}}{2(1 + \nu_c)} \quad (7)$$

Après avoir déterminé la direction de descente à l'aide du gradient de la fonctionnelle, plusieurs résolutions du problème direct sont effectuées afin de déterminer le pas de descente optimal. Ensuite, on met à jour les paramètres de la poutre.

En résumé, à chaque itération de la méthode inverse :

- on résout le problème direct (équations élastodynamique) en considérant les paramètres de la poutre  $S_b(\underline{x})$  et  $E_c(\underline{x})$  calculés à la précédente itération ;
- on résout le problème adjoint (équations élastodynamique rétrograde en temps) ;
- on calcule le gradient de la fonctionnelle à partir de la solution du problème direct et la solution du problème adjoint ;
- on met à jour la section de la barre en acier  $S_b(\underline{x})$  et le module d'Young du béton  $E_c(\underline{x})$ .

### 3 Exemple numérique

#### 3.1 Définition du problème d'identification

Une poutre 2D en béton comprenant une barre en acier (voir Figure 1) est étudiée sous l'hypothèse de déformations planes. Le chargement dynamique appliqué sur la partie supérieure de la poutre est défini par :

$$\underline{F}_d(t) = \begin{cases} -F_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T_c}t\right) \underline{y}, & t \in [0, T_c/2[ \\ 0, & t \in [T_c/2, T] \end{cases} \quad (8)$$

Valeurs numériques :  $F_{max} = 10^4 N/m^2$ ,  $T_c = 2s$ ,  $T = 5s$ .

Dans ce cas-test, la barre en acier est décomposée en 5 tronçons ( $n_b = 5$  dans (2)). La section de la barre en acier est considérée constante dans chaque tronçon. Concernant le béton, on suppose que la diminution du module d'Young du béton est restreint à la zone  $\Omega_c$  située en-dessous de la barre en acier. Le domaine  $\Omega_c$  est également décomposé en 5 sous-domaines ( $n_c = 5$  dans (2)). Dans chaque sous-domaine  $j$ , le module d'Young du béton  $E_{c_j}$  est considéré constant. Nous considérons que la section de la barre en acier (resp. le module d'Young du béton) est connue et non-endommagée dans les tronçons 1 et 5 (resp. dans les sous-domaines 1 et 5). On a  $S_{b_1} = S_{b_5} = S_{b_{ud}}$  et  $E_{c_1} = E_{c_5} = E_{c_{ud}}$ . Par conséquent, à l'aide de la méthode inverse nous avons pour but d'identifier les sections normalisées de barre en acier  $\bar{S}_{b_2}, \bar{S}_{b_3}, \bar{S}_{b_4}$  et les modules d'Young normalisés du béton  $\bar{E}_{c_2}, \bar{E}_{c_3}, \bar{E}_{c_4}$ , ils sont définis par :

$$S_{b_j} = \bar{S}_{b_j} S_{b_{ud}}, \text{ avec } S_{b_{ud}} = 0,04; \quad E_{c_j} = \bar{E}_{c_j} E_{c_{ud}}, \text{ avec } E_{c_{ud}} = 40 \text{ GPa} \quad (9)$$

En pratique, les données  $\epsilon_{xx}^{mes}$  sont mesurées. Cependant, ici,  $\epsilon_{xx}^{mes}$  est déduit d'une solution numérique de référence en considérant le chargement (8) et les paramètres suivants :

$$\begin{cases} S_{b_1}^{ex} = S_{b_2}^{ex} = S_{b_4}^{ex} = S_{b_5}^{ex} = 0,04 & \& \quad S_{b_3}^{ex} = 0,03 \\ E_{c_1}^{ex} = E_{c_2}^{ex} = E_{c_4}^{ex} = E_{c_5}^{ex} = 40 \text{ GPa} & \& \quad E_{c_3}^{ex} = 30 \text{ GPa} \end{cases} \quad (10)$$

Les capteurs sont positionnés dans la partie inférieure de la poutre en béton, leur position est :

$$\begin{aligned} S_1 : (3L/16, H/8); S_2 : (5L/16, H/8); S_3 : (7L/16, H/8); S_4 : (L/2, H/8); S_5 : (9L/16, H/8); \\ S_6 : (11L/16, H/8); S_7 : (13L/16, H/8). \end{aligned} \quad (11)$$

Afin d'éviter un "crime inverse", on utilise le code de calculs éléments finis FreeFem++ [6] afin de déterminer la solution de référence et on utilise Code\_Aster dans la méthode inverse afin d'identifier les paramètres de la poutre en béton.

Grâce au superviseur Python de Code\_Aster et au module Pickle de Python, nous sommes capables de sérialiser les champs utiles pour le calcul du gradient de la fonctionnelle (5,6). Les champs utiles pour le problème direct sont la déformation dans la barre en acier et dans la partie inférieure de la poutre en béton ainsi que l'accélération de la barre en acier. Concernant le problème adjoint, les champs utiles sont la déformation dans la barre en acier et dans la partie inférieure de la poutre en béton ainsi que le déplacement de la barre. Un script Python permet de calculer le calcul du gradient de la fonctionnelle et de mettre à jour les paramètres de la poutre.

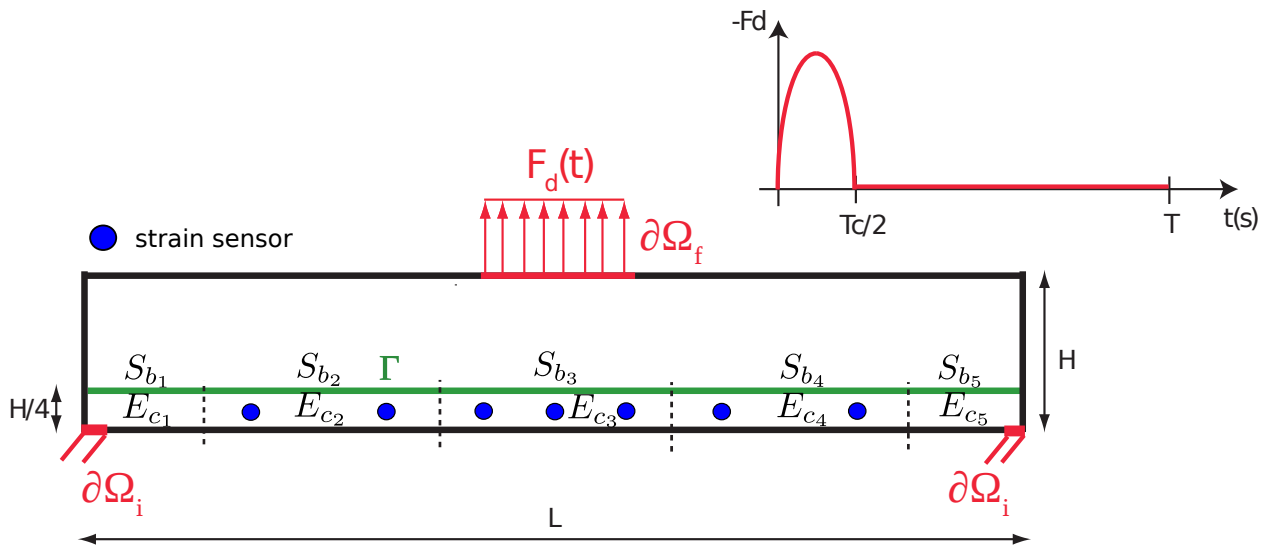


FIGURE 1 – Poutre 2D en béton avec une barre en acier horizontale - Barre en acier décomposée en 5 tronçons : Section constante dans les tronçons - Partie inférieure de la poutre en béton décomposée en 5 sous-domaines : Module d'Young du béton constant dans les sous-domaines. - Poutre instrumentée avec 7 capteurs de déformation.

	$k$	$\delta_k$	$e_k^{rel}(\%)$	$S_{b_2}$	$S_{b_3}$	$S_{b_4}$	$E_{c_2}(GPa)$	$E_{c_3}(GPa)$	$E_{c_4}(GPa)$
it 0	4	$2.9 \cdot 10^{-7}$	10.3	0.040	0.040	0.040	40.0	40.0	40.0
it 1	2	$1.7 \cdot 10^{-7}$	36.0	0.040	0.040	0.040	39.6	35.2	39.4
it 2	2	$1.6 \cdot 10^{-7}$	33.7	0.040	0.039	0.040	40.0	34.1	39.4
it 3	2	$1.4 \cdot 10^{-7}$	28.3	0.039	0.035	0.039	40.0	31.7	40.0
it 4	2	$1.4 \cdot 10^{-7}$	28.0	0.040	0.035	0.039	40.0	31.5	40.0

TABLE 1 – Sections associées à la barre en acier et Modules d'Young du béton pour la partie inférieure de la poutre à chaque itération de l'algorithme

### 3.1.1 Résultat obtenu par la méthode inverse

Les résultats de l'identification des paramètres à chaque itération sont synthétisés dans le Tableau 1. A chaque itération, l'écart aux mesures  $\delta$  et l'erreur relative associée  $e^{rel}$  sont calculées.

$$\begin{cases} \delta_i = \left( \int_0^T [(\epsilon_{xx}^{sim})_i(t) - (\epsilon_{xx}^{mes})_i(t)]^2 dt \right)^{1/2}, & i \in \{1, \dots, n_s\} \\ e_i^{rel} = \frac{\delta_i}{\left( \int_0^T [(\epsilon_{xx}^{mes})_i(t)]^2 dt \right)^{1/2}}, & i \in \{1, \dots, n_s\} \end{cases} \quad (12)$$

Dans le Tableau 1,  $k$  correspond au numéro du capteur où l'écart à la mesure est maximal.

Il est important de souligner que ces résultats ont été obtenus en considérant de "faibles" paramètres de régularisation ( $\epsilon_1 = 10^{-16}$ ,  $\epsilon_2 = 10^{-13}$ ). A partir de l'itération 3, nous remarquons que l'écart aux mesures a atteint un plateau. Ceci est dû au fait que, pour un jeu de paramètres donné, la solution de (1) obtenue avec FreeFem++ n'est pas strictement égale à la solution de (1) obtenue avec Code\_Aster. Par conséquent, le processus doit être stoppé à l'itération 4. A l'itération 4, l'erreur entre la mesure de déformation du capteur 2 et la déformation obtenue numériquement est d'environ 30%. Ainsi, le module d'Young du béton dans la zone (endommagée) 3 est identifié avec une erreur de 5% et la

section de la barre dans le tronçon 3 est déterminé avec une erreur de 15%.

## 4 Conclusions

Une méthode inverse, fondée sur les équations 2D en élastodynamique et des mesures temporelles de déformation, est proposée afin d'identifier les paramètres de la poutre : section d'une barre en acier et module d'Young du béton. Sur une poutre 2D en béton comprenant une barre en acier, la méthode permet de détecter une réduction locale de 25% de la section de la barre d'acier et une diminution locale de 25% du module d'Young du béton.

## 5 Remerciements

Ces travaux de recherche, financés par la Région Ile de France, s'inscrivent dans le projet "Systèmes Intelligents pour la Prévention des RISques" (SIPRIS). Le projet implique plusieurs partenaires industriels et académiques : Advitam (leader), Autoroutes du Sud de la France, CEDRAT, ESIEE Paris, NECS, NEWSTEO, SYROKKO et IFSTTAR.

## Références

- [1] J. Chatelain, R. Chaussin, B. Godart, B. Mahut, D. Poineau, P. C. Das, G. A. Paterson, B. Sadka, S. Shanmugan, D. B. Storrar, R. J. Woodward, *Post-tensioned concrete bridges*. Thomas Telford, 1999.
- [2] Z.R. Lu, S. S. Law, Identification of prestress force from measured structural responses. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **20**, 2186–2199, 2006.
- [3] J.L. Lions, *Contrôle Optimal des Systèmes Gouvernés par des Equations aux Dérivées Partielles*. Dunod (Paris), 1961.
- [4] Code\_Aster, EDF R& D, Finite element code for structural analysis, GNU general public licence, <http://www.code-aster.org>.
- [5] Salome, CEA/DEN, EDF R& D, OPEN CASCADE, Open Source Integration Platform for Numerical Simulation, <http://www.salome-platform.org>.
- [6] O. Pironneau, F. Hecht, J. Morice, FreeFEM++, <http://www.freefem.org>.