



**HAL**  
open science

## Tribologie d'une interface lubrifiée soumise à du glissement oscillant : vers une courbe de frottement généralisée ?

Emmanuel Rigaud, Denis Mazuyer, Juliette Cayer-Barrio

### ► To cite this version:

Emmanuel Rigaud, Denis Mazuyer, Juliette Cayer-Barrio. Tribologie d'une interface lubrifiée soumise à du glissement oscillant : vers une courbe de frottement généralisée ?. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439904

**HAL Id: hal-03439904**

**<https://hal.science/hal-03439904>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Tribologie d'une interface lubrifiée soumise à du glissement oscillant : vers une loi de frottement généralisée ?

E. RIGAUD, D. MAZUYER, J. CAYER-BARRIOZ

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, CNRS UMR 5513,  
Ecole Centrale de Lyon, Université de Lyon, 36, avenue Guy de Collongue, 69134 ECULLY cedex

## Résumé

*Ce travail concerne l'analyse de la réponse en frottement d'un contact sphère-plan glissant et lubrifié soumis à des oscillations libres, en fonction de la pression de contact et des propriétés rhéologiques de l'interface. Le contact chargé présente une contribution à la dissipation dépendant de la vitesse de glissement instantanée (frottement visqueux) et une contribution indépendante de la vitesse de glissement. L'amortissement visqueux est principalement associé à la dissipation dans le ménisque de lubrifiant entourant le contact, tandis que le frottement indépendant de la vitesse de glissement est associé à la dissipation dans l'interface confinée. Pour la large gamme de conditions expérimentales et de propriétés rhéologiques testées, la valeur du coefficient de frottement correspondant décrit une courbe maîtresse, fonction logarithmique d'un nombre sans dimension. Ce dernier est égal au rapport entre la viscosité sous pression du lubrifiant et le produit de la pression de contact par un temps caractéristique. Sa signification physique ainsi que l'origine de la loi de frottement interfacial sont examinées en considérant le lubrifiant soit comme un fluide viscoélastique, soit comme un fluide non-Newtonien de type Eyring.*

## Abstract

*The friction response of a lubricated interface under free sliding oscillating motion is investigated as a function of the contact pressure and the rheology of the lubricant in terms of viscosity and piezoviscosity. For loaded contacts, both velocity-dependent friction, referred to as viscous damping, and velocity-independent friction contribute to the energy dissipation. Viscous damping is mainly associated with the dissipation in the lubricant meniscus surrounding the contact, while velocity-independent friction is mainly associated with the dissipation within the confined lubricated interface. The velocity-independent friction coefficient falls on a master curve for the wide range of tested operating conditions and lubricant rheological properties. This master curve is a logarithmic function of a dimensionless number corresponding to the ratio of the confined lubricant viscosity to the product of the pressure and a characteristic time. The physical meaning of this latter and the friction law are discussed considering the confined interface either as a viscoelastic fluid or a non-Newtonian Eyring fluid.*

**Mots clés :** Contact EHD ponctuel, glissement oscillant, frottement visqueux, frottement élastique, viscoélasticité, fluide non Newtonien, Eyring

## 1 Introduction

De nombreux contacts étroits fonctionnent en régime de lubrification élastohydrodynamique, tels que les systèmes came-poussoir, les roulements, les engrenages ou les articulations des êtres vivants pendant des actions telles que la marche ou la course. Ces contacts peuvent être soumis à des cinématiques variables telles que des mouvements de roulement, de glissement ou de roulement/glissement alternatifs. Ce travail présente et discute la réponse en frottement d'un contact glissant sphère plan lubrifié soumis à des oscillations libres. Les essais sont réalisés à l'aide d'un tribomètre dynamique oscillant qui permet de discriminer la contribution au frottement dépendant de la vitesse de glissement instantanée (dissipation visqueuse) de la contribution indépendante de la vitesse. De nombreux lubrifiants sont utilisés, afin de faire varier les propriétés rhéologiques de l'interface en terme de viscosité et de piézoviscosité et d'analyser leur influence sur la loi de frottement interfacial.

## 2 Protocole expérimental : le tribomètre dynamique oscillant

Le tribomètre dynamique oscillant [1] est un tribomètre à configuration sphère-plan qui permet de discriminer le coefficient de frottement indépendant de la vitesse de glissement instantanée de celui dépendant de la vitesse de glissement. Les caractéristiques du frottement sont identifiées sans mesurer la force tangentielle, à partir de l'analyse de la réponse libre amortie d'un oscillateur à un degré de liberté, correspondant à l'un des solides (sphère) impliqué dans le système tribologique. Le dispositif expérimental présenté sur la figure 1 est décrit en détail dans [1].

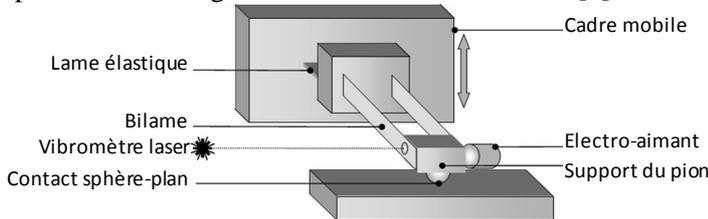


FIG. 1 – Schéma du tribomètre dynamique.

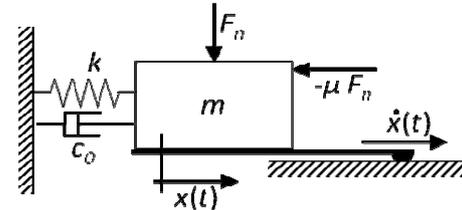


FIG. 2 – Modélisation du système expérimental.

La réponse libre amortie du pion est initiée, jusqu'à l'arrêt induit par la dissipation générée par les forces de frottement dans le contact. Les réponses instantanées en déplacement et en vitesse sont mesurées à l'aide d'un vélocimètre laser, de même que la résistance électrique de contact. Le mouvement du pion hémisphérique peut être décrit par un système dynamique à un degré de liberté (cf. Figure 2). L'équation du mouvement est l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$m\ddot{x} + 2\sqrt{km}\zeta_0\dot{x} + kx = -\mu(\dot{x})F_n \quad (1)$$

$x$  représente le déplacement,  $m$  la masse mobile du pion hémisphérique,  $\zeta_0$  est le coefficient d'amortissement visqueux équivalent sans contact ni lubrifiant,  $k$  la constante de raideur,  $F_n$  la charge normale appliquée et  $\mu$  le coefficient de frottement global. On suppose que la loi de frottement qui décrit la dissipation dans l'interface confinée prend la forme suivante :

$$\mu(\dot{x}) = \mu_k \cdot \text{sgn}(\dot{x}) + 2\frac{\sqrt{km}}{F_n}\zeta_k\dot{x} \quad (\dot{x} \neq 0) \quad (2)$$

$\mu_k$  est la contribution indépendante de la vitesse de glissement instantanée.  $\zeta_k$  est le coefficient d'amortissement visqueux équivalent qui traduit la dépendance du frottement à la vitesse de glissement. On suppose que  $\mu_k$  et  $\zeta_k$  sont constants dans l'intervalle des vitesses balayé par le système tribologique et, par conséquent, indépendants de l'accélération instantanée. L'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie totale instantanées sont mesurées à partir des réponses en déplacement et en vitesse du pion hémisphérique :

$$E(t) = \frac{1}{2}k \cdot x(t)^2 + \frac{1}{2}m \cdot \dot{x}(t)^2 \quad (3)$$

$\mu_k$  et le coefficient d'amortissement visqueux équivalent global  $\zeta = \zeta_0 + \zeta_k$  sont identifiés en minimisant l'écart entre les décroissances de la réponse en énergie théorique et la réponse en énergie expérimentale. Un essai préliminaire sans contact et sans lubrifiant permet de mesurer  $\zeta_0$  associée au dispositif expérimental. La contribution  $\zeta_k$  correspondant à la dissipation visqueuse dans l'interface est ensuite déduite de  $\zeta_k = \zeta - \zeta_0$ .

Les résultats présentés correspondent à la loi de frottement interfacial d'un contact lubrifié sphère-plan acier-acier entre deux surfaces lisses. La variation de la charge normale permet d'obtenir une pression de contact maximale supérieure à 500 MPa. Les essais sont réalisés à température (20°C) et hydrométrie (40 % RH) ambiantes. Différents types de lubrifiant piézo-visqueux et isovisqueux sont utilisés, i.e. des huiles Poly-Alpha-Oléfine, des huiles de base NS et des mélanges glycérol/eau, afin d'explorer une large gamme de propriétés rhéologiques, en termes de viscosité (0.03 à 3 Pa.s) et piézo-viscosité (5 à 20 10<sup>-9</sup> Pa<sup>-1</sup>).

## 3 Résultats

### 3.1 Dissipation dans le contact non chargé

Un essai préliminaire sans contact et sans lubrifiant permet de mesurer le coefficient de frottement visqueux équivalent  $\zeta_0$  associé au dispositif expérimental ( $\zeta_0 = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ). Des essais sont également réalisés sans contact mais en présence d'une goutte de lubrifiant. Dans tous les cas, la réponse libre amortie présente une enveloppe qui décroît selon une fonction logarithmique correspondant à une dissipation purement visqueuse (cf. Fig. 3). Le coefficient de frottement visqueux équivalent  $\zeta_k$  varie linéairement avec la viscosité du

lubrifiant à pression ambiante. Il augmente avec le volume du ménisque de lubrifiant (non montré ici). Enfin, la dissipation visqueuse en présence de lubrifiant est très supérieure à celle associée au dispositif expérimental seul. Elle peut atteindre des valeurs telles que  $\zeta_k = 4.8 \cdot 10^{-2}$  pour une viscosité du lubrifiant à pression ambiante  $\eta_0 = 3$  Pa.s.

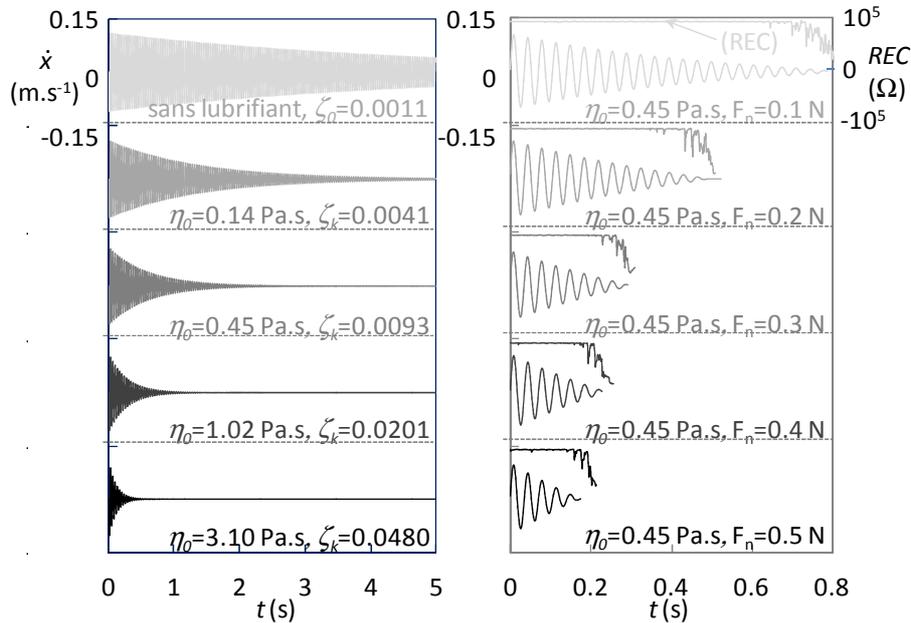


FIG. 3 et 4 – Réponse vitesse du contact non chargé (Fig. 3). Réponse vitesse et résistance électrique de contact (REC) pour contact chargé lubrifié avec une huile PAO ( $\eta_0 = 0.45$  Pa.s) (Fig. 4).

### 3.2 Dissipation dans l'interface confinée

Une fois la charge normale appliquée, on observe tout d'abord que, pour les viscosités du lubrifiant considérées, la résistance électrique de contact conserve une valeur élevée quasiment jusqu'à l'extinction complète de la réponse libre amortie, à partir de laquelle elle diminue rapidement (cf. Fig. 4). Un film lubrifiant est initialement entraîné dans le contact à une vitesse d'entraînement  $U_e = U_g/2$ , où  $U_g$  est la vitesse de glissement entre les surfaces maximale. Puis, à chaque point de rebroussement, la vitesse de glissement instantanée s'annule, mais le film est maintenu dans l'interface en raison de l'inversion du sens du mouvement. Ce volume de lubrifiant continue de séparer les surfaces antagonistes, jusqu'à l'arrêt du mouvement, comme précédemment observé et modélisé [2, 3].

Le nombre d'oscillations de la réponse libre amortie sous charge diminue lorsque la charge normale appliquée augmente (cf. Fig. 4). L'analyse de cette réponse montre la coexistence d'une contribution au frottement dépendant de la vitesse de glissement instantanée et d'une contribution au frottement indépendante de la vitesse de glissement instantanée. Le coefficient de frottement visqueux équivalent  $\zeta_k$  varie entre 0.005 et 0.02 selon la viscosité du lubrifiant. Quel que soit le lubrifiant, la valeur de  $\zeta_k$  est indépendante de la charge normale appliquée : elle est similaire à celle mesurée sans contact (cf. fig. 5a et 6a). Ceci semble indiquer que le frottement visqueux est principalement associé à la dissipation dans le ménisque entourant le contact, et que la dissipation dans l'interface confinée est indépendante de la vitesse de glissement instantanée.

Le coefficient de frottement indépendant de la vitesse de glissement instantanée  $\mu_k$  augmente avec la viscosité du lubrifiant à pression ambiante  $\eta_0$ . Il augmente également avec la charge normale appliquée jusqu'à  $\mu_k = 0.05$  pour un lubrifiant piézo-visqueux, alors qu'il reste à peu près constant pour un lubrifiant isovisqueux à une valeur de l'ordre de à 0.01 (cf. fig. 5b et 6b). Ces résultats tendent à montrer la dépendance de  $\mu_k$  à la viscosité sous pression  $\eta(P)$ , comme le confirme la figure 7.

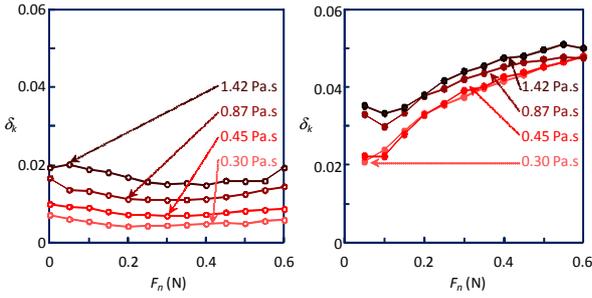


FIG. 5 – Evolution des coefficients  $\zeta_k$  et  $\mu_k$  pour un contact lubrifié avec des huiles PAO piézo-visqueuses.

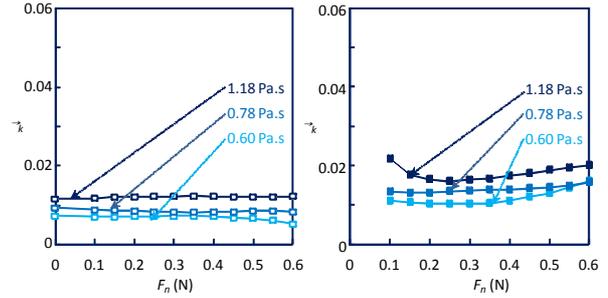


FIG. 6 – Evolution des coefficients  $\zeta_k$  et  $\mu_k$  pour un contact lubrifié avec des mélanges isovisqueux glycérol/eau.

### 3.3 Courbe de frottement généralisée

On peut établir une courbe maîtresse (Cf. Fig. 8) qui décrit l'évolution de  $\mu_k$  pour l'ensemble des lubrifiants et des conditions expérimentales en introduisant un temps caractéristique  $t_c$  défini à partir des variables adimensionnelles ci-dessous :

$$\frac{1}{t_c} \frac{\eta(P)}{P} = A \bar{U}^m \cdot \bar{\alpha}^n \bar{\eta} \quad (4)$$

avec 
$$\bar{U} = \frac{\eta_0 U_g}{2E'R_x} \quad \bar{\alpha} = \alpha P \quad \bar{\eta} = \frac{\eta(P)}{\eta_0} \quad (5, 6, 7)$$

où  $U_g$  est la vitesse de glissement,  $E'$  est le module d'Young du contact réduit et  $R_x$  est le rayon de courbure du contact réduit et  $P$  est la pression de contact moyenne.

La Figure 8 montre que, quels que soient le lubrifiant et la charge normale appliquée, le coefficient de frottement  $\mu_k$  peut être décrit par une courbe maîtresse fonction de  $\eta(P)/(t_c P)$  avec :

$$A = 1800, \quad m = \frac{1}{3}, \quad n = -\frac{8}{15}, \quad t_c = \frac{1}{1800} \eta_0^{2/3} \cdot \alpha^{8/15} \cdot P^{-7/15} \cdot \left(\frac{2E'R_x}{U_g}\right)^{1/3} \quad (8, 9, 10, 11)$$

Le temps caractéristique  $t_c$  correspondant varie entre  $2 \cdot 10^{-9}$  et  $3 \cdot 10^{-8}$  s pour les lubrifiants étudiés. La loi de frottement interfacial devient :

$$\mu_k = 0.035 \log \left( \frac{1}{t_c} \frac{\eta(P)}{P} \right) \quad (12)$$

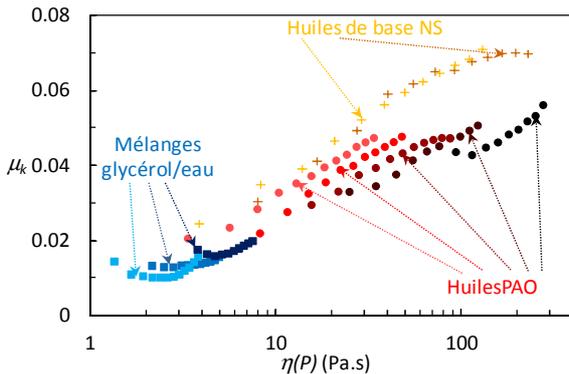


FIG. 7 – Evolution de  $\mu_k$  en fonction de  $\eta(P)$ .

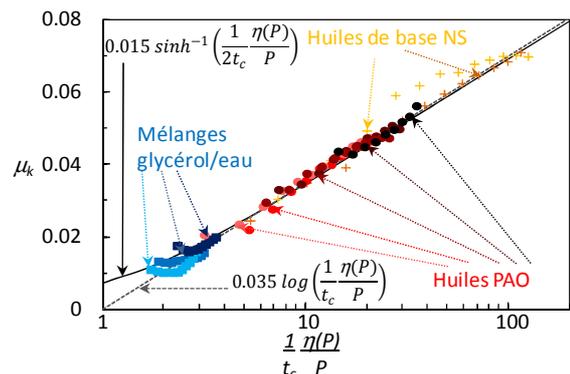


FIG. 8 – Evolution de  $\mu_k$  en fonction de  $\eta(P)/(t_c P)$ .

## 4 Discussion

### 4.1 Relation entre temps caractéristique et taux de cisaillement dans l'interface

Si on suppose que le gradient de vitesse dans l'épaisseur est homogène, on peut introduire le taux de cisaillement moyen dans l'interface  $\dot{\gamma}$  [4] :

$$\dot{\gamma} = \frac{U_g}{h_c} \quad (13)$$

où  $h_c$  est l'épaisseur du film dans la zone centrale et  $U_g$  la vitesse de glissement. Le temps caractéristique  $t_c$  peut alors être relié au taux de cisaillement moyen  $\dot{\gamma}$  tel que décrit ci-après.

Le ratio entre la distance parcourue pendant l'oscillation et la largeur de contact étant important, on suppose que la distribution spatiale d'épaisseur du film lubrifiant au milieu de l'oscillation est proche de celle observée en conditions de fonctionnement stationnaires pour une vitesse de glissement identique. On suppose également que l'épaisseur en zone centrale observée aux extrémités de l'oscillation est proche de l'épaisseur au milieu de l'oscillation, telle qu'observée précédemment pour des contacts glissants oscillants [2]. Sous ces hypothèses, l'épaisseur  $h_c$  peut alors être associée à la vitesse d'entraînement au centre de l'oscillation via l'équation de Hamrock-Dowson [5]. Dans le cas d'un contact sphère plan, en glissement ( $U_e=U_g/2$ ) pour lequel on introduit la relation entre la charge normale appliquée  $F_n$  et la pression de contact moyenne  $P$  :

$$h_c = 1.6403R_x \left( \frac{\eta_0 U_g}{2E'R_x} \right)^{2/3} \cdot (\alpha E')^{8/15} \cdot \left( \frac{\pi P}{E'} \right)^{-1/5} \quad (14)$$

Les éq. (11), (13) et (14) conduisent à la relation suivante :

$$t_c \dot{\gamma} = 8.5 \cdot 10^{-4} \left( \frac{E'}{P} \right)^{4/15} \approx 5.1 \cdot 10^{-3} \quad (15)$$

## 4.2 Le lubrifiant se comporte t il comme un fluide viscoélastique ?

L'indépendance du frottement dans l'interface confinée à la vitesse de glissement instantanée peut conduire à supposer que la dissipation est associée à une déformation élastique de l'interface. Cette hypothèse peut être vérifiée en calculant le nombre de Deborah  $D$  qui compare le temps de relaxation du lubrifiant ( $\eta(P)/G$ ) à son temps de passage dans l'interface ( $2a/U_g$ ) [4]:

$$D = \frac{\eta(P) U_g}{G \cdot 2a} \quad \text{avec} \quad G = \mu_k P \frac{h_c}{a} \quad (16, 17)$$

$G$  est le module élastique de cisaillement du lubrifiant et  $a$  correspond au rayon de contact. Une réponse élastique de l'interface est associée à des valeurs de  $D$  supérieure à 1.  $D$  peut être associé au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  ou au temps caractéristique  $t_c$  à partir des équations (13) et (15) :

$$D = \frac{\dot{\gamma} \eta(P)}{2\mu_k P} \approx \frac{2.55 \cdot 10^{-3} \eta(P)}{\mu_k t_c P} \quad (18)$$

$D$  présente une valeur quasi constante de l'ordre de 0.4 pour les lubrifiants isovisqueux, tandis que sa valeur varie de 0.3 à 2.5 selon la viscosité sous pression pour les lubrifiants piézovisqueux. La valeur et l'évolution de  $D$  avec la viscosité sous pression confirment que le lubrifiant se comporte de plus en plus comme un solide et de moins en moins comme un liquide. Néanmoins, la prédominance du comportement purement élastique devrait être associée à des valeurs de  $D$  plus grandes. Ces résultats ne permettent pas d'expliquer complètement l'absence d'une contribution à la dissipation dans l'interface confinée directement associée à la vitesse de glissement instantanée.

## 4.3 Le lubrifiant se comporte t il comme un fluide de Eyring ?

Une seconde approche consiste à supposer que le lubrifiant confiné se comporte comme un fluide non-Newtonien dont l'écoulement est décrit par le modèle de Eyring [6]. Le frottement étant généré par le cisaillement de l'interface visqueuse, le coefficient de frottement  $\mu_k$  peut être relié à la contrainte de cisaillement interfacial  $\tau$  :

$$\mu_k = \frac{\tau}{P} = \frac{\tau_0}{P} \sinh^{-1} \left( \frac{\eta(P) \dot{\gamma}_E}{\tau_0} \right) = \frac{\tau_0}{P} \ln \left( \frac{\eta(P) \dot{\gamma}_E}{\tau_0} + \sqrt{1 + \left( \frac{\eta(P) \dot{\gamma}_E}{\tau_0} \right)^2} \right) \quad (19)$$

où  $\tau_0$  est la contrainte de Eyring au-delà de laquelle le fluide est non-Newtonien et  $\dot{\gamma}_E$  est le taux de cisaillement effectif. Pour une contrainte de cisaillement  $\eta(P) \dot{\gamma}_E$  très grande devant  $\tau_0$  :

$$\mu_k \approx \frac{\tau_0}{P} \ln \left( \frac{2\eta(P) \dot{\gamma}_E}{\tau_0} \right) \quad (20)$$

La comparaison des équations (12) et (20) conduit à :

$$\tau_0 = 0.015P \quad \text{et} \quad t_c \dot{\gamma}_E = 7.5 \cdot 10^{-3} \quad (21, 22)$$

Le modèle de viscosité non linéaire de Eyring décrit l'écoulement comme un processus activé impliquant

le déplacement d'un élément rhéologique dont le volume est inversement proportionnel à la contrainte  $\tau_o$  [6]. L'équation (21) suggère que le volume activé est inversement proportionnel à la pression de contact, hypothèse réaliste même si elle n'est pas prise en compte dans la théorie de Eyring.

On peut noter que le taux de cisaillement effectif  $\dot{\gamma}_E$  est proche du taux de cisaillement estimé dans le paragraphe précédent (Cf. éq. (15)) à partir d'une description approchée de l'épaisseur centrale et de la vitesse de glissement.  $\dot{\gamma}_E$  varie entre  $2.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  et  $3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

Le coefficient de frottement  $\mu_k$  peut être calculé en fonction du nombre sans dimension  $\eta(P)/(t_c \cdot P)$  à partir des équations (19), (20) et (21) :

$$\mu_k = \frac{\tau}{P} = 0.015 \sinh^{-1} \left( \frac{1}{2t_c} \frac{\eta(P)}{P} \right) = 0.015 \ln \left( \frac{1}{2t_c} \frac{\eta(P)}{P} + \sqrt{1 + \left( \frac{1}{2t_c} \frac{\eta(P)}{P} \right)^2} \right) \quad (23)$$

La courbe maîtresse correspondante est tracée en trait continu sur la figure 8. Elle décrit de manière précise l'évolution du coefficient de frottement pour toutes les conditions expérimentales et prédit le comportement des lubrifiants isovisqueux comme celui des lubrifiants piézo-visqueux.

## 5 Conclusions

Nous avons analysé la réponse en frottement d'un contact sphère-plan glissant et lubrifié soumis à des oscillations libres, en fonction de la pression de contact et des propriétés rhéologiques de l'interface. Nous avons montré que la dissipation dans le contact non chargé est purement visqueuse et dépend directement de la viscosité du lubrifiant à pression ambiante et du volume du ménisque déplacé et déformé pendant le mouvement. Nous avons également mis en évidence que la réponse du contact chargé présente à la fois une contribution à la dissipation indépendante de la vitesse de glissement instantanée et une contribution proportionnelle à la vitesse de glissement instantanée. Quel que soit le lubrifiant, le coefficient de frottement visqueux équivalent  $\zeta_k$  reste constant à une valeur proche de celle obtenue pour un contact non chargé. Ceci nous conduit à supposer que la dissipation dans l'interface confinée correspond principalement au coefficient de frottement indépendant de la vitesse de glissement instantanée  $\mu_k$ . Celui-ci suit une évolution logarithmique en fonction de la viscosité sous pression. Finalement, l'introduction d'un temps caractéristique  $t_c$  permet de décrire l'évolution de  $\mu_k$  pour toutes les conditions expérimentales et tous les lubrifiants à travers une courbe maîtresse fonction du nombre sans dimension  $\eta(P)/(t_c \cdot P)$ . L'indépendance du frottement dans l'interface confinée à la vitesse de glissement instantanée peut conduire à supposer que le frottement interfacial est partiellement associé à une déformation élastique du lubrifiant, comme le montre le nombre de Deborah et son augmentation avec la viscosité sous pression. Néanmoins, l'absence d'une dissipation dans l'interface confinée de type visqueux est surprenante. En parallèle, si l'on considère que le lubrifiant confiné se comporte comme un fluide non-Newtonien dont l'écoulement est décrit par le modèle de Eyring, une courbe maîtresse permet de prédire le frottement dans l'interface confinée pour les lubrifiants isovisqueux et piézo-visqueux. Dans ce cadre, le temps caractéristique  $t_c$  est inversement proportionnel au taux de cisaillement effectif de l'interface.

## Références

- [1] Rigaud E., Perret-Liaudet J., Belin M., Martin J.M. A dynamical tribotest discriminating friction and viscous damping. *Tribology International*, 43(1-2), 320-329 (2010).
- [2] Nishikawa H., Handa K., Kaneta M. Behavior of EHL films in reciprocating motion. *JSME International journal, serie C*, 38(3), 558-567 (1995).
- [3] Wang J., Hashimoto T., Nishikawa H., Kaneta M. Pure rolling elastohydrodynamic lubrication of short stroke reciprocating motion. *Tribology International*, 38, 1013–1021 (2005).
- [4] Johnson K.L., Tevaarwerk J.L. Shear behaviour of elastohydrodynamics oil films. *Proceedings of the Royal Society A*, 356, 215-236 (1977).
- [5] Stachowiak G.W., Batchelor A.W. *Engineering tribology*. Butterworth-Heinemann, Boston, 3<sup>rd</sup> edition (2005).
- [6] Eyring H., *Viscosity, Plasticity, and Diffusion as Examples of Absolute Reaction Rates*. *Journal of Chemical Physics*, 4, 283–291 (1936).