



HAL
open science

Vibrations non linéaires d'un rotor embarqué monté sur paliers hydrodynamiques

Mzaki Dakel, Sébastien Baguet, Régis Dufour

► **To cite this version:**

Mzaki Dakel, Sébastien Baguet, Régis Dufour. Vibrations non linéaires d'un rotor embarqué monté sur paliers hydrodynamiques. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439902

HAL Id: hal-03439902

<https://hal.science/hal-03439902v1>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vibrations non linéaires d'un rotor embarqué monté sur paliers hydrodynamiques

M. DAKEL, S. BAGUET, R. DUFOUR

Université de Lyon, CNRS, INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France
mail : {mzaki.dakel, sebastien.baguet, regis.dufour}@insa-lyon.fr

Résumé :

L'objectif principal de ce travail est de prévoir le comportement dynamique en flexion d'un rotor monté sur des paliers hydrodynamiques non linéaires en présence de mouvements du support rigide. Le modèle de rotor proposé est basé sur les éléments finis de poutre de Timoshenko. Il prend en compte la dissymétrie géométrique de l'arbre et/ou du disque rigide ainsi que les six mouvements déterministes de rotation et de translation du support qui se couplent aux excitations dues au balourd. Ainsi les équations du mouvement du rotor en flexion contiennent des coefficients paramétriques variables dans le temps qui peuvent conduire à une instabilité dynamique latérale. Les effets des mouvements du support combinés aux paliers hydrodynamiques sont analysés et discutés grâce à des cartes de stabilité, des orbites du rotor ainsi que des analyses spectrales.

Abstract:

The major purpose of this work is to investigate the dynamic behavior in bending of a rotor mounted on non-linear hydrodynamic bearings in the presence of rigid support movements. The proposed rotor model is based on the Timoshenko beam finite elements. It takes into account the geometric asymmetry of shaft and/or rigid disk and the six deterministic translations and rotations of its support coupled with the mass unbalance excitations. Thus the obtained equations of motion of the rotating rotor in bending contain time-varying parametric coefficients which can provide lateral dynamic instability. The effects of motions of the support combined with the hydrodynamic bearings are analyzed and discussed by means of stability charts, orbits of the rotor and spectral analyses.

Mots clefs : Rotor dissymétrique, rotor embarqué, palier hydrodynamique, dynamique non linéaire, mouvement du support

1 Introduction

De nombreuses applications industrielles utilisent les machines tournantes qui peuvent être sur un support mobile. Un groupe moto propulseur d'un véhicule est un exemple de rotor dont le support est en mouvement. L'analyse des vibrations de rotors sur un support fixe est largement détaillée dans [1,2]. La stabilité et les réponses dynamiques d'un rotor avec une dissymétrie géométrique sont calculées dans [3,4]. Les études portant sur la stabilité et le comportement dynamique des rotors, dont les paliers sont hydrodynamiques non linéaires, sont effectuées dans [5-7]. Divers travaux théoriques ont été développés pour calculer la réponse forcée du rotor, dont le support est excité par un choc, et pour comparer les résultats numériques à un dispositif expérimental [8,9]. Lorsque le support du rotor est soumis à une excitation déterministe harmonique, des récentes publications montrent la comparaison entre des orbites numériques et expérimentales [10], les réponses dynamiques en fréquence à cette excitation [11] et le contrôle actif des vibrations transversales du rotor [12]. Les orbites et leur analyse spectrale sont calculées dans [13] pour un rotor sur des paliers hydrodynamiques linéarisés et excité par des mouvements harmoniques combinés de son support.

Le présent travail est basé sur le modèle présenté dans [13] et l'étend pour contenir des paliers hydrodynamiques non linéaires. Le modèle de rotor proposé est basé sur les éléments finis de poutre de Timoshenko. Il prend en compte la dissymétrie géométrique de l'arbre et/ou du disque rigide ainsi que les six mouvements déterministes de rotation et de translation du support rigide qui se couplent aux excitations dues au balourd. Les forces non linéaires du film d'huile dans le palier sont traitées comme des forces extérieures au système et sont obtenues par la résolution de l'équation de Reynolds. L'application des équations de Lagrange fournit les équations non linéaires du mouvement en flexion du rotor embarqué et leur résolution est effectuée en utilisant le schéma d'intégration temporelle de Newmark. En raison de la dissymétrie géométrique du rotor et des mouvements de rotation du support, les équations du mouvement contiennent des termes paramétriques variables dans le temps qui peuvent conduire à une instabilité dynamique latérale. L'effet des

mouvements du support et l'intérêt du modèle non linéaire pour le palier hydrodynamique sont analysés et discutés grâce à des cartes de stabilité, des orbites du rotor ainsi que des analyses spectrales.

2 Calculs de base

Les composants de base du rotor sont le disque, l'arbre, le balourd, le palier et le support. Les excitations prises en compte sont dues au balourd et aux mouvements du support supposé indéformable. Trois repères principaux (figure 1(a)) sont définis pour prendre en compte la mobilité du support lors de l'étude du mouvement d'un rotor embarqué : $R^s(x^s, y^s, z^s)$ est le repère galiléen lié au sol, $R(x, y, z)$ est le repère lié au support rigide et $R^l(x^l, y^l, z^l)$ est le repère local lié au rotor mobile. Les mouvements de rotation du support sont décrits par les composantes $\omega^x(t)$, $\omega^y(t)$ et $\omega^z(t)$ du vecteur rotation du support R par rapport au sol R^s exprimées dans le référentiel R . Ses mouvements de translation sont décrits par les coordonnées $x_O(t)$, $y_O(t)$ et $z_O(t)$ du vecteur position $\mathbf{O}^s\mathbf{O}$ projetées dans le référentiel R . Les angles d'Euler $\psi(y, t)$, $\theta(y, t)$ et $\phi(t)$ (figure 1(b)) permettent de définir la rotation du rotor R^l par rapport à son support R . Ainsi, le vecteur rotation instantanée $\boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^s}$ du rotor R^l par rapport au sol R^s est défini dans R^l par :

$$\boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^s} = \boldsymbol{\omega}_{R^l}^R + \boldsymbol{\omega}_R^{R^s} \quad (1)$$

Le vecteur précédent est décrit en fonction de (ψ, θ, ϕ) et leur dérivée temporelle ainsi que $(\omega^x, \omega^y, \omega^z)$. La vitesse de rotation Ω du rotor est une constante. Donc la rotation propre ϕ est remplacée par Ωt et sa dérivée $\dot{\phi}$ par Ω (\bullet désigne une différentiation par rapport au temps t). Soit un point arbitraire C^{init} de la ligne moyenne de l'arbre non déformé (c'est-à-dire dans sa position initiale) de coordonnées $(0, y, 0)$ dans le repère lié au support R . Il s'agit d'étudier ses déplacements dynamiques en flexion $u(y, t)$ et $w(y, t)$ respectivement selon les axes Ox et Oz du repère R (figure 1(b)).

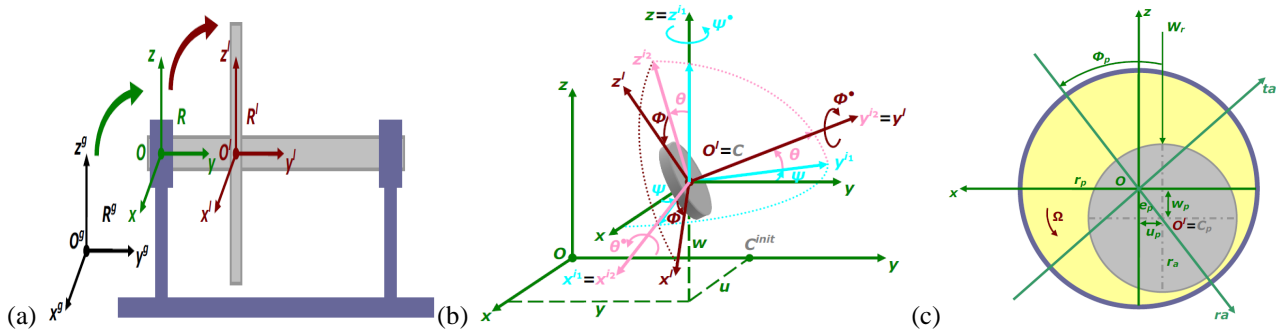


FIG. 1 – (a) Systèmes de coordonnées pour le rotor embarqué, (b) Angles d'Euler, (c) Vue schématique d'un palier hydrodynamique.

3 Energies et travail virtuel des composants du rotor embarqué

3.1 Disque, arbre et balourd

Les équations nécessaires sont exposées dans [13,14] et les calculs sont brièvement décrits ci-après.

Puisque le disque est considéré comme rigide, seule l'énergie cinétique est calculée. L'énergie cinétique d'un volume élémentaire d'arbre est considérée comme une généralisation du cas de disque. De plus, l'énergie potentielle de déformation de l'élément fini d'arbre est calculée en utilisant la théorie de Timoshenko. Le balourd localisé dans le plan du disque est caractérisé par son énergie cinétique.

3.2 Palier hydrodynamique

Les paliers courts hydrodynamiques sont considérés. La figure 1(c) montre un schéma simple d'un palier hydrodynamique qui est constitué d'un coussinet fixe contenant un arbre tournant. Les points O et O' représentent respectivement les centres du palier et de l'arbre. Le rayon, la longueur, le jeu radial et la viscosité dynamique du palier sont respectivement r_p , l_p , $j_p = r_p - r_a$ et μ_p où r_a est le rayon de l'arbre.

A une vitesse de rotation constante Ω du rotor et pour une charge statique constante W_p créée par le poids du rotor, le centre géométrique de l'arbre O' dans le palier occupe une position d'équilibre statique C_p^0 définie par le vecteur des déplacements $\boldsymbol{\delta}_p^0 = \langle u_p^0, w_p^0 \rangle_R^T$ exprimé dans le repère R ou de manière équivalente par l'excentricité statique $e_p^0 = \|\boldsymbol{\delta}_p^0\|$ du centre géométrique de l'arbre dans le palier et par l'angle de calage statique ϕ_p^0 .

En régime dynamique, le vecteur des déplacements latéraux du centre géométrique de l'arbre dans le palier est $\boldsymbol{\delta}_p = \langle u_p, w_p \rangle_R^T$. De plus, le champ de pression est déduit de l'équation de Reynolds et son intégration prenant en compte les conditions aux limites de Gumbel conduit aux forces hydrodynamiques F_p^{ta} et F_p^{ra} exprimées dans le repère polaire lié au palier $R^p(ta, ra)$ et données par (voir [15]) :

$$F_p^{ta} = \frac{\mu_p r_p l_p^3 \varepsilon_p}{2j_p^2 (1-\varepsilon_p^2)^2} \left(4\dot{\varepsilon}_p + \frac{\pi\sqrt{1-\varepsilon_p^2}}{2} (\Omega - 2\dot{\varphi}_p) \right) ; \quad F_p^{ra} = -\frac{\mu_p r_p l_p^3}{2j_p^2 (1-\varepsilon_p^2)^2} \left(\frac{\pi\dot{\varepsilon}_p (1+2\varepsilon_p^2)}{\sqrt{1-\varepsilon_p^2}} + 2\varepsilon_p^2 (\Omega - 2\dot{\varphi}_p) \right) \quad (2)$$

$$\text{avec : } \varepsilon_p = \frac{e_p}{j_p} = \frac{\sqrt{u_p^2 + w_p^2}}{j_p} ; \quad \tan(\varphi_p) = \frac{u_p}{w_p} ; \quad \dot{\varepsilon}_p = \frac{u_p \dot{u}_p + w_p \dot{w}_p}{j_p^2 \varepsilon_p} ; \quad \dot{\varphi}_p = \frac{\dot{u}_p w_p - u_p \dot{w}_p}{j_p^2 \varepsilon_p^2} \quad (3)$$

où ε_p et φ_p sont respectivement l'excentricité dynamique relative (adimensionnée) et l'angle de calage dynamique. Les coordonnées de la position statique C_p^0 peuvent être obtenues en rendant nulles les dérivées temporelles de $(\varepsilon_p, \varphi_p)$ et la magnitude de la somme vectorielle pour les composantes (F_p^{ta}, F_p^{ra}) égale à la charge statique W_r . Les forces hydrodynamiques $\mathbf{F}_p = \langle F_p^u, F_p^w \rangle_R^T$ projetées dans le repère R sont obtenues par un changement de base classique entre les repères R et R^p . Elles sont des fonctions non linéaires du vecteur des déplacements dynamiques en flexion δ_p et du vecteur vitesse $\dot{\delta}_p$ du centre de l'arbre. Afin d'appliquer les équations de Lagrange, le travail virtuel des forces hydrodynamiques \mathbf{F}_p doit être établi :

$$\delta W_p = \mathbf{F}_p^T (\delta_p, \dot{\delta}_p) \delta \delta_p \quad (4)$$

où T est le symbole matriciel de transposition. Si l'analyse linéaire d'un palier hydrodynamique est considérée, les déplacements latéraux dynamiques δ_p de la ligne moyenne de l'arbre dans le palier sont supposés être très petits au voisinage de la position d'équilibre statique δ_p^0 et un développement en série de Taylor limité à l'ordre 1 des forces dynamiques du film d'huile est construit comme suit :

$$\mathbf{F}_p (\delta_p, \dot{\delta}_p) = \mathbf{F}_p (\delta_p^0, \mathbf{0}) - \mathbf{c}_p \Delta \dot{\delta}_p - \mathbf{k}_p \Delta \delta_p \quad (5)$$

$$\text{avec : } \Delta \delta_p = \delta_p - \delta_p^0 ; \quad \Delta \dot{\delta}_p = \dot{\delta}_p ; \quad \mathbf{c}_p = \begin{bmatrix} c_p^{xx} & c_p^{xz} \\ c_p^{zx} & c_p^{zz} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{k}_p = \begin{bmatrix} k_p^{xx} & k_p^{xz} \\ k_p^{zx} & k_p^{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

où $\mathbf{F}_p(\delta_p^0, \mathbf{0})$ est le vecteur des forces hydrodynamiques statiques du palier qui doit équilibrer la charge W_r induite par le poids du rotor. \mathbf{c}_p and \mathbf{k}_p sont les matrices d'amortissement et de raideur du palier hydrodynamique linéarisé qui peuvent être trouvées dans [15].

4 Equations du mouvement

La méthode des éléments finis est choisie afin de discrétiser le rotor et de décrire son mouvement transversal en fonction du vecteur des déplacements nodaux défini par $\delta^n = \langle u^n, w^n, \theta^n, \psi^n \rangle_R^T$, c'est-à-dire que le rotor a deux translations et deux rotations à chaque nœud. L'élément fini d'arbre a deux nœuds et les fonctions de forme sont basées sur la théorie de poutre de Timoshenko. Les équations non linéaires du mouvement d'un rotor embarqué sont déduites des équations de Lagrange et peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M}_r(t) \ddot{\delta}_r + \mathbf{C}_r(t) \dot{\delta}_r + \mathbf{K}_r(t) \delta_r = \mathbf{F}_r(t) + \mathbf{F}_p(\delta_r, \dot{\delta}_r) \quad (7)$$

où $\mathbf{M}_r(t)$ est la matrice de masse avec des coefficients paramétriques périodiques dus à la dissymétrie géométrique du rotor. $\mathbf{C}_r(t)$ et $\mathbf{K}_r(t)$ sont respectivement les matrices d'amortissement et de raideur avec des coefficients paramétriques périodiques dus à la dissymétrie géométrique du rotor et des coefficients paramétriques variables dans le temps dus aux rotations du support. $\mathbf{F}_r(t)$ est le vecteur des forces extérieures dues au balourd et aux mouvements de rotation et de translation du support. $\mathbf{F}_p(\delta_r, \dot{\delta}_r)$ est le vecteur des forces non linéaires dues aux paliers hydrodynamiques qui est en opposition au mouvement du rotor. Les expressions des matrices et des vecteurs peuvent être trouvées dans [13,14].

Lorsque l'approximation linéaire (5) est utilisée pour les paliers, les équations du mouvement du rotor sont linéaires à coefficients paramétriques.

5 Analyse dynamique

Dans le cas d'un palier linéarisé, le mouvement dynamique transitoire du rotor est obtenu en résolvant les équations linéaires de mouvement à l'aide de l'algorithme implicite d'intégration temporelle de Newmark basé sur l'accélération moyenne ($\beta^{Ne}=1/4$ et $\gamma^{Ne}=1/2$). La position d'équilibre statique δ_r^0 est utilisée pour initialiser le problème dynamique transitoire. Le temps d'intégration final est choisi tel que les effets transitoires ont disparu et le régime permanent est atteint. Lorsque les paliers non linéaires sont considérés, il est nécessaire de combiner une procédure itérative de Newton-Raphson et le schéma implicite d'intégration de Newmark, ce qui augmente considérablement le temps de calcul. Il est donc avantageux d'utiliser le modèle linéarisé, mais cela nécessite d'établir précisément sa limite de validité confrontant aux résultats du modèle non linéaire. La stabilité du rotor embarqué est évaluée en utilisant la théorie de Floquet (voir [14]).

6 Simulations et discussion

Le rotor symétrique monté sur des paliers hydrodynamiques (figure 2) est soumis à un balourd tournant combiné à un mouvement de rotation harmonique du support autour de l'axe Ox exprimé par $\omega^x = \omega^{x,a} \cos \Omega^x t$ en rad/s. Les caractéristiques des matériaux et les propriétés géométriques du rotor et des paliers sont fournies dans le tableau 1. L'arbre est discrétisé en huit éléments finis identiques de poutre de Timoshenko. Le disque est localisé au nœud 5 et les paliers # 1 et # 2 sont respectivement localisés aux nœuds 1 et 9. Le rotor fonctionne à une vitesse de rotation constante $\Omega = 1200$ tr/min (= 20 Hz = fréquence du balourd). Les coordonnées adimensionnées de la position d'équilibre statique du centre géométrique de l'arbre dans les paliers sont données par $\delta_p^0 / j_p = \langle -0.29, -0.88 \rangle_R^T$. Les matrices d'amortissement et de raideur des paliers linéarisés sont exprimées comme suit :

$$c_p = \begin{bmatrix} 3.50 \times 10^3 & 1.08 \times 10^4 \\ 1.08 \times 10^4 & 7.57 \times 10^4 \end{bmatrix} \text{ N/m/s} ; \quad k_p = \begin{bmatrix} 1.30 \times 10^6 & 1.32 \times 10^6 \\ 6.30 \times 10^6 & 1.94 \times 10^7 \end{bmatrix} \text{ N/m} \quad (8)$$

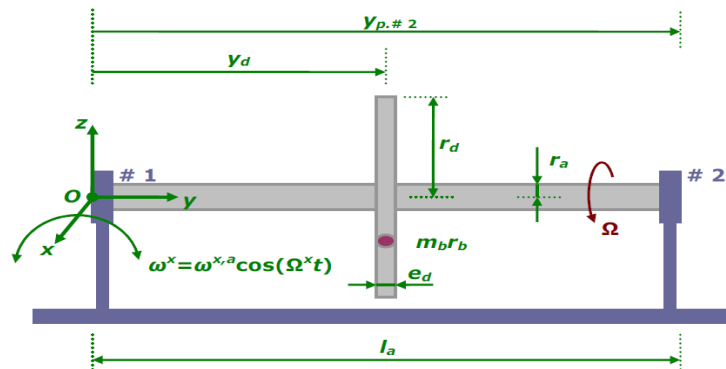


FIG. 2 – Diagramme schématique du rotor embarqué sur des paliers hydrodynamiques.

TAB. 1 – Caractéristiques essentielles du rotor et des paliers

Densité des matériaux du disque et de l'arbre	$\rho_d = \rho_a = 7800 \text{ kg/m}^3$
Rayon, épaisseur et position du disque	$r_d = 0,15 \text{ m}$; $e_d = 0,03 \text{ m}$; $y_d = 0,2 \text{ m}$
Module d'Young et coefficient de Poisson de l'arbre	$E_a = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$; $\nu_a = 0,3$
Rayon et longueur de l'arbre	$r_a = 0,04 \text{ m}$; $l_a = 0,4 \text{ m}$
Balourd et sa phase	$m_b r_b = 1500 \text{ g mm}$; $\eta_b = 0^\circ$
Rayon et longueur des paliers	$r_p = 0,04 \text{ m}$; $l_p = 0,01 \text{ m}$
Positions des paliers	$y_{p,\#1} = 0 \text{ m}$; $y_{p,\#2} = 0,4 \text{ m}$
Jeu radial des paliers	$j_p = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$
Viscosité dynamique du film d'huile	$\mu_p = 288 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$

D'après les équations linéaires du mouvement du rotor embarqué présentées dans [13], les mouvements de rotation du support ont une influence paramétrique sur ces équations et des possibles zones d'instabilité dynamique peuvent survenir. Pour une certaine vitesse de rotation Ω du rotor et une rotation sinusoïdale du support définie par $\omega^x = \omega^{x,a} \cos \Omega^x t$, deux facteurs influencent les niveaux d'excitation paramétrique du rotor sur des paliers hydrodynamiques linéarisés : l'amplitude $\omega^{x,a}$ et la fréquence Ω^x . Donc l'analyse de stabilité du rotor doit porter sur ces deux paramètres. La figure 3 montre bien le risque d'instabilité du rotor dû à cette rotation harmonique du support.

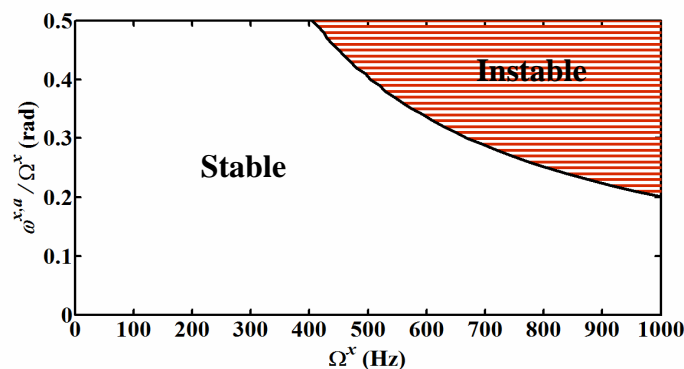


FIG. 3 – Carte de stabilité du rotor sur des paliers hydrodynamiques linéarisés et soumis à une rotation harmonique du support avec $\omega^x = \omega^{x,a} \cos \Omega^x t$.

Toutes les orbites présentées sur la figure 4 sont adimensionnées par rapport au jeu radial j_p des paliers et sont donc tracées à l'intérieur du cercle unité (courbes rouges). La figure 4 montre une comparaison des orbites linéaires et non linéaires du rotor excité par le balourd et le mouvement de rotation harmonique du support. Puisque les excitations dues au balourd et au mouvement de rotation du support sont sinusoïdales et commensurables, l'excitation extérieure du rotor est périodique de période τ_{ex} égale à l'inverse du plus grand commun diviseur pour la fréquence Ω du balourd et la fréquence Ω^x de la rotation du support. Pour des faibles balourds, les orbites calculées à partir des modèles linéaire et non linéaire du palier sont similaires. Par ailleurs, plus le balourd augmente, plus le modèle linéaire est proche de sa limite de validité. Selon la figure 4(a), le balourd choisi correspond à la limite du modèle linéaire. Pour une petite amplitude ($\omega^{x,a}=1\times 10^{-2}$ rad/s) de la rotation du support (figure 4(b)), les orbites sont largement similaires pour les deux modèles. Lorsque $\omega^{x,a}=0$ et 1×10^{-2} rad/s, la période τ_r des orbites linéaires et non linéaires est égale à la période τ_{ex} de l'excitation extérieure du rotor. Dans le cas d'une amplitude plus grande ($\omega^{x,a}=12\times 10^{-2}$ rad/s), le modèle non linéaire donne une orbite très complexe avec un changement de régime : il y a apparition d'une bifurcation qui correspond à un doublement de période de l'orbite (figure 4(c)), c'est-à-dire que le mouvement non linéaire est $2\tau_{ex}$ -périodique. Par contre, le modèle linéaire du palier n'est pas capable de reproduire ce doublement de période, c'est-à-dire que le mouvement linéaire est $1\tau_{ex}$ -périodique.

Les réponses temporelles adimensionnées (figure 5) du rotor au palier # 2 pour une rotation sinusoïdale du support d'amplitude $\omega^{x,a}=12\times 10^{-6}$ rad/s et de fréquence $\Omega^x=80$ Hz confirment le résultats fournis sur la figure 4(c) car la période $\tau_{r,nl}$ de la réponse non linéaire est deux fois plus grande que celle linéaire $\tau_{r,l}$. De plus, le spectre de fréquences (FFT) non linéaires est beaucoup plus riche et contient des sur- et sous-harmoniques générées par les non linéarités des paliers hydrodynamiques.

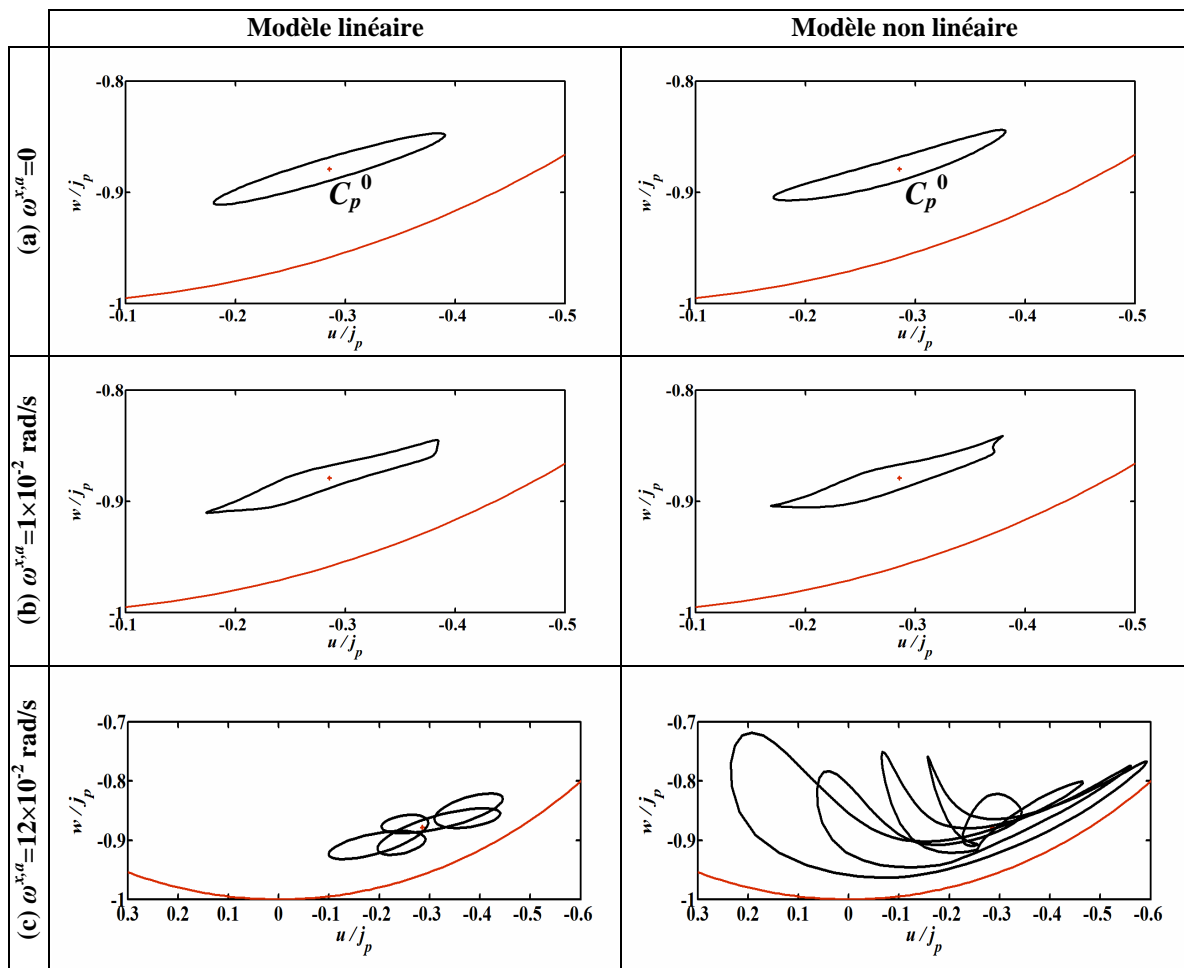


FIG. 4 – Comparaison des orbites linéaires et non linéaires du rotor au palier # 2 pour des rotations du support de fréquence $\Omega^x=80$ Hz et d'amplitude : (a) $\omega^{x,a}=0$ rad/s, (b) $\omega^{x,a}=1\times 10^{-2}$ rad/s, (c) $\omega^{x,a}=12\times 10^{-2}$ rad/s.

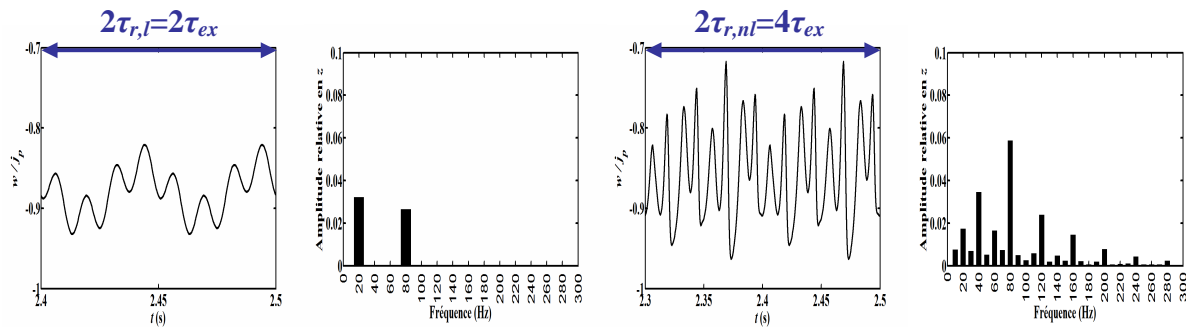


FIG. 5 – Réponses temporelles linéaire et non linéaire du rotor et leurs spectres au palier # 2 pour une rotation sinusoïdale du support d'amplitude $\omega^{x,a}=12\times 10^{-2}$ rad/s et de fréquence $\Omega^x=80$ Hz.

7 Conclusion

Un modèle éléments finis est présenté afin de prévoir le comportement dynamique d'un rotor symétrique dont le support est soumis à une rotation harmonique. Des instabilités possibles du rotor sur des paliers hydrodynamiques linéarisés peuvent être induites dans le cas de rotation du support. A partir d'un certain niveau d'excitation harmonique du support, la réponse forcée du rotor sur des paliers non linéaires correspondant à un doublement de période présente une bifurcation, ce qui laisse présager une transition vers le chaos. En augmentant l'amplitude de la rotation sinusoïdale du support, le modèle linéaire des paliers hydrodynamiques trouve quant à lui des limites de validité.

Références

- [1] Lalanne, M. and Ferraris, G. *Rotordynamics Prediction in Engineering*, 1998, Wiley, Chichester.
- [2] Genta, G. *Dynamics of Rotating Systems*, 2005, Springer, New York.
- [3] Kang, Y., Shih, Y.-P., and Lee, A.-C. Investigation on the steady-state responses of asymmetric rotors. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114(2), 194-208.
- [4] Onicescu, F., Lakis, A. A., and Ostiguy, G. Investigation of the stability and steady state response of asymmetric rotors, using finite element formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 245(2), 303-328.
- [5] Khonsari, M. M. and Chang, Y. J. Stability boundary of non-linear orbits within clearance circle of journal bearings. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1993, 115(3), 303-307.
- [6] Zheng, T. and Hasebe, N. An efficient analysis of high-order dynamical system with local nonlinearity. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1999, 121(3), 408-416.
- [7] Lu, Y. J., Zhang, Y. F., Dai, R., Liu, H., Yu, L., Hei, D., and Wang, Y. Non-linear analysis of a flexible rotor system with multi-span bearing supports. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2008, 222(2), 87-95.
- [8] Lee, A. S., Kim, B. O., and Kim, Y.-C. A finite element transient response analysis method of a rotor-bearing system to base shock excitations using the state-space Newmark scheme and comparisons with experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 297(3-5), 595-615.
- [9] Duchemin, M., Berlioz, A., and Ferraris, G. Comportement dynamique d'un rotor soumis à un choc : simulation - expérimentation. *15^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Nancy, France, 3-5 septembre 2001.
- [10] Driot, N., Lamarque, C. H., and Berlioz, A. Theoretical and experimental analysis of a base-excited rotor. *ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2006, 1(3), 257-263.
- [11] El-Saedy, F. M. A. and Sticher, F. Dynamics of a rigid rotor linear/nonlinear bearings system subject to rotating unbalance and base excitations. *Journal of Vibration and Control*, 2010, 16(3), 403-438.
- [12] Das, A. S., Dutt, J. K., and Ray, K. Active vibration control of unbalanced flexible rotor-shaft systems parametrically excited due to base motion. *Applied Mathematical Modelling*, 2010, 34(9), 2353-2369.
- [13] Dakel, M., Baguet, S., and Dufour R. Investigation on the dynamics of an on-board rotor-bearing system. *Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, Chicago, Illinois, USA, 12-15 August 2012.
- [14] Dakel, M., Baguet, S., and Dufour R. Steady-state dynamic behavior of an on-board rotor under combined base motions. *Journal of Vibration and Control*, Article in press.
- [15] Frêne, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., and Godet, M. *Hydrodynamic Lubrication Bearings and Thrust Bearings*, 1997, Elsevier Science, Amsterdam.