



HAL
open science

Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle

Laura Beatriz Rojas Solano, David Grégoire, Gilles Pijaudier-Cabot

► **To cite this version:**

Laura Beatriz Rojas Solano, David Grégoire, Gilles Pijaudier-Cabot. Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439736

HAL Id: hal-03439736

<https://hal.science/hal-03439736>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle

Laura B Rojas Solano^a, David Grégoire^a, Gilles Pijaudier-Cabot^a

a. Laboratoire des Fluides Complexes et leurs Réservoirs UMR5150 - UPPA - Anglet

Résumé :

L'objectif de ce travail est de proposer une approche macroscopique nouvelle capable de décrire les interactions non-locales qui apparaissent et évoluent à l'échelle mésoscopique des matériaux quasi-fragiles lors du phénomène d'endommagement. Dans le nouveau modèle proposé, la fonction poids est construite directement à partir des interactions à l'intérieur du matériau prenant ainsi intrinsèquement en compte leur évolution pendant le processus de rupture.

Abstract :

The purpose of this work is to propose a new macroscopic approach to describe and upscale the evolving non-local interactions which are produced at the mesoscale during damage and failure in quasi-brittle materials. A new-integral type non-local model is provided where the weight function is directly built from these interactions and therefore takes intrinsically into account the interactions evolution during the material failure similarly as a mesoscale model does.

Mots clefs : Interactions, endommagement non-local, matériaux quasi-fragiles.

1 Introduction

Dans le contexte de la modélisation macroscopique du comportement mécanique des matériaux quasi-fragiles, il est courant d'utiliser des techniques de régularisation afin de surmonter les limitations liées au caractère adoucissant de ces matériaux (localisation de déformations). C'est par exemple le cas des modèles de type intégral [9] ou de gradient [2]. Cependant, ces modèles présentent un certain nombre de problèmes qui restent encore à résoudre. Il est ainsi très difficile de représenter pendant la rupture le comportement près d'un bord, la description de la transition continu/discret du champ de déplacement ou encore l'effet d'échelle (diminution de la résistance apparente d'une structure avec l'augmentation de sa taille). Certaines études récentes (e.g. [6], [10]) montrent alors que la longueur interne du modèle ne doit plus être constante mais doit varier au cours de l'endommagement afin de prendre en compte différents mécanismes ayant lieu lors du chargement. Plus particulièrement, pour les modèles de type intégral, deux types de modifications ont été proposées : (i) la modification du calcul de la moyenne pondérée à proximité d'un bord de la structure [6],[10], et (ii) l'évolution de la longueur interne comme une fonction de l'endommagement (e.g.[4]). Il a par ailleurs été montré qu'une combinaison de ces deux techniques permet d'obtenir des résultats satisfaisants sur certains cas test [4]. Ces formulations améliorées restent néanmoins empiriques et leur mise en place pour des cas autres que monodimensionnels s'avère difficile, c'est pourquoi la modélisation des effets d'échelle demeure impossible à examiner.

A partir de comparaisons numérique/expérimental menées récemment [5], [3] il a été conclu qu'un modèle à l'échelle de la mésostructure fournit une description mécanique plus réaliste du phénomène de rupture que celle obtenue avec un modèle continu [9]. Cela montre que la prise en compte des différents composants du béton, à savoir les granulats, la matrice et l'interface, permet de décrire plus de phénomènes liés à la physique de la rupture. La raison de cette meilleure description provient notamment de la prise en compte des interactions entre les différents composants du béton et avec les zones qui s'endommagent durant le chargement. Or, ces interactions sont perdues à travers la phase d'homogénéisation du modèle macroscopique. Ces observations permettent ainsi de comprendre pourquoi les modèles non-locaux à longueur interne constante restent défaillants sur de nombreux

aspects. Ainsi, l'objectif principal de ce travail est de présenter une approche macroscopique différente cherchant à décrire les interactions à l'intérieur d'un matériau quasi-fragile ainsi que leur évolution au cours de l'endommagement. Les interactions non-locales induites par la déformation d'un domaine autour d'un point sur un autre point voisin sont calculées explicitement. Elles sont alors superposées afin de construire une fonction poids qui sera utilisée dans le calcul des variables non-locales. La nouvelle formulation est présentée dans section 2 ; les détails de la construction de la nouvelle fonction poids sont également présentés dans la section 3. Enfin, les résultats de l'exemple de la rupture dynamique d'une barre seront exposés dans la section 4, avant de présenter les conclusions et perspectives de cette étude.

2 Nouveau modèle non-local basé sur les interactions

2.1 Loi de comportement

On utilise la loi de comportement classique proposée par Mazars [7] où la relation contrainte-déformation prenant en compte l'endommagement s'écrit :

$$\sigma = (1 - D)\mathbb{C} : \varepsilon \quad (1)$$

où σ , ε et \mathbb{C} sont respectivement le tenseur de contraintes, le tenseur de déformations et le tenseur de raideur. Dans ce papier, on travaille sous l'hypothèse d'un endommagement isotrope où la variable scalaire d'endommagement D (voir équation (2)) représente la dégradation du matériau ($D = 0$ pour un matériau sain et $D = 1$ lorsque le matériau est complètement endommagé). L'endommagement D est fonction de la variable h qui dépend de l'historique du chargement. L'évolution de h , donc de D , dépend de la déformation équivalente non-locale $\bar{\varepsilon}_{eq}$ gouvernée par la condition de chargement-déchargement de Kuhn-Tucker (3) :

$$D(h, x) = \alpha_i \sum_{i \in \{t, c\}} \left[1 - (1 - A_i) \frac{\varepsilon_{D_0}}{h(x)} - A_i \exp(-B_i(h(x) - \varepsilon_{D_0})) \right] \quad (2)$$

$$\Gamma(\varepsilon, h) = \bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon) - h \quad , \quad \Gamma(\varepsilon, h) \leq 0 \quad , \quad \dot{h} \geq 0 \quad , \quad \dot{h}\Gamma(\varepsilon, h) = 0 \quad , \quad h = \max(\varepsilon_{D_0}, \max(\bar{\varepsilon}_{eq})) \quad (3)$$

Dans l'équation 2, qui définit la cinématique de croissance de l'endommagement, la variable d'endommagement est divisée en deux parties afin de prendre en compte les différentes réponses mécaniques en traction, $i = t$, et en compression, $i = c$, comme proposée dans [7]. Les coefficients α_t et α_c sont définis comme étant des fonctions des déformations principales des tenseurs de déformation ε^t et ε^c dues aux contraintes positives et négatives. Ainsi, dans le cas de traction uniaxiale $\alpha_t = 1$, $\alpha_c = 0$ et en compression uniaxiale $\alpha_t = 0$, $\alpha_c = 1$. Les constantes A_t, A_c, B_t, B_c sont des paramètres du modèle représentant l'adoucissement exponentiel du matériau. Dans l'équation (3), Γ est la fonction de chargement qui définit la limite du domaine élastique et h est la variable d'histoire du chargement qui équivaut à la plus grande valeur jamais atteinte par la déformation équivalente.

2.2 Interactions non-locales et fonction poids

La nouvelle formulation non-locale proposée dans cette étude repose sur la construction de la fonction poids à partir des interactions élastiques à l'intérieur du matériau. Considérons le schéma de la figure 1 représentant une inclusion circulaire contenue dans un milieu fini et centrée au point ξ . On considère que cette inclusion subit une dilatation thermique ε^* qui modifie l'équilibre élastique de l'ensemble. Puisqu'une interaction peut être définie comme étant la quantité d'énergie de déformation transmise de ξ à x , on la représente à l'aide de l'équation (4) où $\varepsilon_i(x)$ correspond aux déformations principales. Cette interaction dépendra de la géométrie de la structure, du rayon a de l'inclusion, des propriétés élastiques du matériau à l'intérieur et à l'extérieur de cette structure.

$$A(x, \xi, \varepsilon^*, a) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_i(x)|^2} \quad (4)$$

Formellement, cette quantité énergétique A peut être réécrite comme suit :

$$A(x, \xi, \varepsilon^*, a) = \|\varepsilon^*\| A^*(x, \xi, a) \quad (5)$$

où A^* représente l'interaction entre les points x et ξ due à une dilatation thermique unitaire en ξ . On suppose alors que la fonction poids utilisée pour calculer la moyenne non-locale est gouvernée par cette interaction.

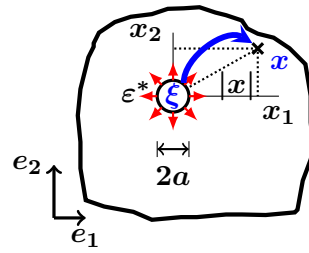


FIGURE 1 – Schéma de principe du calcul d'interactions.

Dans le modèle non-local classique [9], la déformation non-local est donnée par l'équation (6), où $\langle \bullet \rangle_+$ est la partie positive de \bullet , Ω est le volume de la structure et Ω_r est un volume caractéristique introduit afin que l'opérateur non-local n'affecte pas un champ uniforme de déformation. Ainsi, par analogie entre les interactions définies auparavant et la fonction poids ψ du modèle non-local classique on écrit l'équation 7.

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \frac{1}{\Omega_r} \int_{\Omega} \psi_0(x, \xi) \varepsilon_{eq}(\xi) d\xi \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \Omega_r = \int_{\Omega} \psi(x, \xi) d\xi \\ \varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i \in [1,3]} \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\psi(x, \xi) \equiv A^*(x, \xi, a) = \frac{A(x, \xi, \varepsilon^*, a)}{\|\varepsilon^*\|} \equiv \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (\varepsilon_i)^2}}{\|\varepsilon^*\|} \quad (7a)$$

$$\Omega_r = \int_{\Omega} A_0^*(x, \xi, a) d\xi ; e_{NL}(x, \xi) = A^*(x, \xi, a) \varepsilon_{eq}(\xi) \quad (7b)$$

Ici, e_{NL} est la contribution non-local résultant de l'interaction entre x et ξ et $A_0^*(x, \xi, a)$ est la fonction d'interactions construite pour le cas d'un endommagement nul (calculée au début du calcul par exemple).

Une fois cette nouvelle déformation équivalente non-local $\bar{\varepsilon}_{eq}$ estimée, le calcul de l'endommagement et de son évolution se fait à l'aide des équations (2) et (3) où sont pris en compte les contributions en traction et en compression de la sollicitation.

3 Contribution non-local et fonction poids

Considérons maintenant le cas unidimensionnel de la figure 2(a). Il s'agit d'une barre de longueur totale L , fixée à une de ses extrémités et soumise à une distribution constante de chargement de traction sur l'autre. Le comportement adoucissant est représenté ici en localisant l'endommagement dans une bande de largeur h centrée au milieu de la barre. Les distributions de la déformation et de l'endommagement sont homogènes, et les déformations ε_u et ε_t sont calculées à partir d'une loi de comportement bilinéaire qui dépend du module d'Young E et du module adoucissant κ (figure 2(c)). On imagine ensuite que la barre contient une série d'inclusions circulaires de rayon a , maillées explicitement et centrées sur l'axe longitudinal comme représenté sur la figure 2(b). Ces inclusions sont alors soumises successivement à une dilatation thermique unitaire $\varepsilon^* = \alpha \Delta T \mathbb{I}$, α étant le coefficient de dilatation thermique, \mathbb{I} le tenseur identité et T , la température. La dilatation de chaque inclusion induisant la perturbation de l'équilibre mécanique de l'ensemble, on peut alors déterminer la contribution non-local associée à l'aide d'un calcul mécanique. La superposition de ces contributions non-locales permet enfin de construire la fonction poids que l'on normalise. Du point de vue numérique, le maillage utilisé est constitué d'éléments triangulaires comprenant un point d'intégration, et la condition de contraintes planes a été adoptée. Le calcul correspondant à un endommagement nul à l'intérieur de la bande de localisation a permis d'observer le comportement de la fonction poids normalisée avec la variation de la taille de l'inclusion. Les figures 3(a) et 3(b) montrent ainsi que, loin des bords, la fonction poids ne dépend pas de la taille de l'inclusion mais elle décroît en $\frac{1}{\sqrt{x^2}}$, ce qui est cohérent avec la solution d'Eshelby [8]. Si la taille de l'inclusion tend vers zéro, le calcul des interactions est réduit à la construction des fonctions de Green où aucune longueur interne n'intervient. La figure 3(c) présente la fonction poids centrée sur le bord de la barre. Dans ce cas, la fonction poids converge vers la fonction Dirac lorsque le rayon de l'inclusion diminue. Ce résultat est cohérent avec les résultats de [6] et [10] où il a été conclu que le comportement devient local sur un bord de la structure et sur la normale à ce bord. La figure 4 permet quant à elle de comparer les comportements des contributions non-locales près d'une zone endommagée. Pour tous les taux d'endommagement considérés dans la bande, la contribution non-local calculée

à partir de la formulation originale (figure 4(a)) se voit fortement amplifiée avec la valeur de l'endommagement à proximité de la zone endommagée. La nouvelle formulation (figure 4(b)) ne montre en revanche pas cette amplification ce qui montre que l'effet d'écran induit par l'apparition d'une fissure est correctement capturé. Cependant, cet effet d'écran n'existe que si la taille de l'inclusion est plus petite que la bande endommagée. En effet, au moment de la dilatation thermique, si l'inclusion contient complètement la bande, deux points A et B localisés de part et d'autre de cette dernière subissent la même perturbation et l'effet d'écran dû à la fissure disparaît. Pour le retrouver, la taille de l'inclusion ne doit plus être constante mais doit décroître dans la bande endommagée comme une fonction du taux d'endommagement au point source. Nous avons choisi de calculer cette nouvelle taille comme $a(x) = a_0\sqrt{1 - D(x)}$ où a_0 est la taille initiale de l'inclusion. Par ailleurs, une formulation prenant en compte les effets des bords libres doit faire intervenir une décroissance de la longueur interne à proximité des bords ([6]). Puisque le nouveau modèle représente intrinsèquement un comportement local sur un bord libre lorsque la taille de l'inclusion tend vers zéro, il suffit de faire décroître cette taille d'inclusion au bord pour que notre modèle respecte cette condition. Ainsi, l'expression que nous avons choisie pour le rayon de l'inclusion est donné par l'équation (8) où $dist(x, \partial\Omega)$ est le minimum de la distance du point considéré à tous les bords.

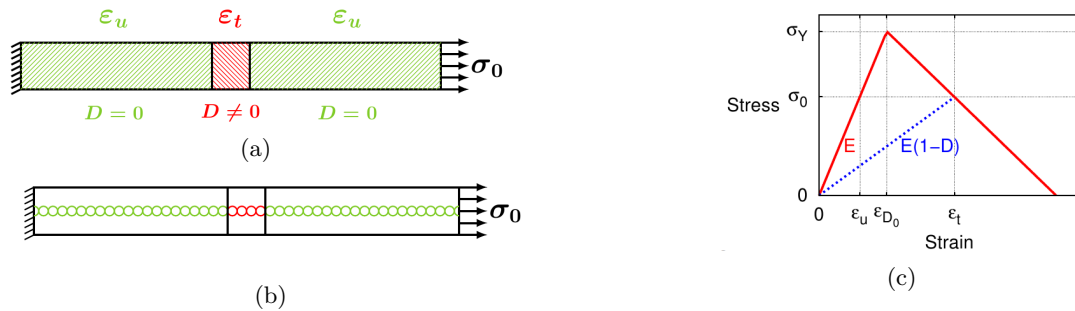


FIGURE 2 – Cas test 1D. Barre encadrée sollicitée en traction. ($L = 10cm$, $\sigma_Y = 3MPa$, $E = 30GPa$, $\varepsilon_{D_0} = 10^{-4}$, $\sigma_0 = 1.8Pa$, $D = 70\%$)

$$a(x) = \min(a_0\sqrt{1 - D(x)}; dist(x, \partial\Omega)) \quad (8)$$

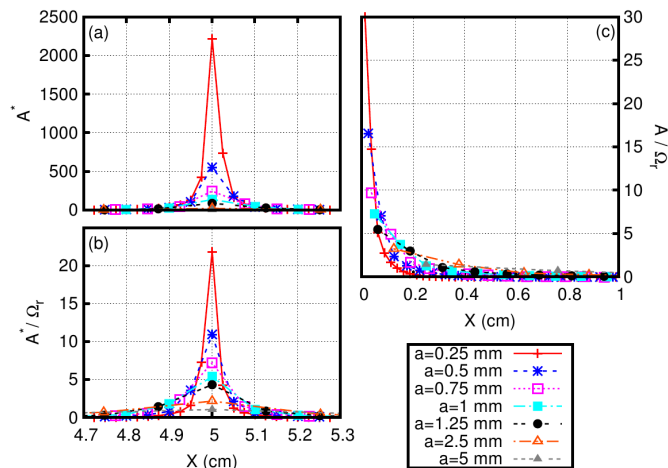


FIGURE 3 – Influence de la taille de l'inclusion sur la fonction poids.

4 Application – rupture dynamique d'une barre en traction

Dans ce paragraphe, on présente le benchmark ayant servi à valider les performances du nouveau modèle non-local, à savoir une barre soumise à une onde de traction à ses deux extrémités. Les ondes de déformation créées à l'intérieur de la barre se propagent vers le centre selon un régime élastique linéaire. Quand les deux ondes se rencontrent au centre, l'amplitude de la déformation est multipliée par deux, le matériau entre dans un régime adoucissant et la rupture se produit soudainement. Les paramètres numériques de ce cas test sont les suivants : la barre a une longueur $L = 30cm$, une masse volumique $\rho = 1kg/cm^3$ et un module d'Young $E = 1N/cm^2$. La vitesse d'onde est $v = 0.7cm/s$, $A_t = 1$ et $B_t = 2$ sont deux paramètres pour le calcul de l'endommagement en

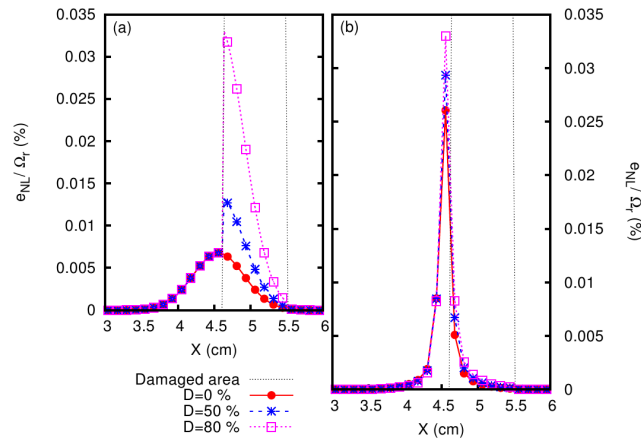


FIGURE 4 – Contribution non-locale près d'une zone endommagée : (a) formulation originale ; (b) formulation basée sur les interactions.

traction, $\varepsilon_{D_0} = 1$ est le seuil d'endommagement, $l_c = 4a_0$ est la longueur interne. Ces valeurs académiques ont été utilisées dans d'autres études similaires (e.g [10]), valeurs que nous prenons ici par soucis de simplicité.¹

Dans la nouvelle formulation, la fonction d'interactions A_0^* , le champ d'endommagement $D(x)$ et la taille de l'inclusion $a(x)$ sont calculés à chaque incrément de chargement. Le calcul commence donc par la détermination du champ d'endommagement à partir du problème mécanique 1D avant d'être ensuite projeté sur un maillage 2D (éléments carrés à quatre points d'intégration), ceci dans le but de reconstruire la fonction poids basée sur les interactions. Le champ de fonction d'interactions est à son tour projeté sur le maillage 1D où les grandeurs mécaniques sont finalement calculées. Ce cas test est intéressant car il permet d'observer la façon dont un modèle décrit la transition continu/discret et la discontinuité du champ déplacement à la rupture. Pour estimer la qualité de la description obtenue, on a utilisé la méthode proposée dans [1] qui consiste à comparer le profil de déformation issu de la modélisation avec le profil idéal correspondant à une discontinuité forte. L'écart entre ces deux profils représente un indicateur d'erreur mesurant la proximité entre le profil de déformation non-locale calculée $\bar{\varepsilon}_{eq}$ et le profil de déformation non-locale théorique résultant d'une discontinuité forte $\bar{\varepsilon}_{sd}$. L'évolution des écarts entre profils de déformation au cours du chargement est présentée sur la figure 5.a. La distance correspondant au modèle non-local classique augmente au cours du temps pour atteindre une valeur constante non-nulle à partir du pas de temps $t = 30s$. Ceci montre que le modèle d'endommagement non-local ne représente pas la discontinuité. En revanche, le résultat obtenu avec la nouvelle formulation montre que, après avoir atteint une certaine valeur maximale, l'écart décroît rapidement vers zéro, ce qui veut dire que, à la limite de la formation complète de la fissure, le modèle décrit correctement la distribution de déformation. Par ailleurs, à la rupture complète, l'ouverture de fissure calculée à l'aide de cette la technique ne doit pas dépendre de la taille de l'élément. Sur un exemple simple unidimensionnel, en supposant que la fissure se crée dans un élément (déformation constante), l'ouverture de fissure est calculée comme $[[U]] \approx \varepsilon h$, où $[[U]]$ est l'ouverture de fissure dans l'élément fissuré, ε correspond à la déformation dans ce même élément et h , à sa taille. Après la rupture, la déformation dans l'élément fissuré doit évoluer de façon inversement proportionnelle à sa taille. La figure 5.b montre que cette condition est respectée par le modèle non-local basé sur les interactions mais pas par le modèle classique. On note cependant une certaine limitation lorsque la taille de l'élément est proche de celle de la taille de la boule contenant les points de Gauss dilatés. La formulation avec interactions nécessite au moins deux éléments contenus dans cette boule pour pouvoir décrire correctement les interactions, donc la rupture, tout en respectant le critère. La réponse mécanique près d'un bord a été également analysé à l'aide de l'exemple de l'écaillage. Ce test, inspiré du modèle de la *barre de Hopkinson*, a souvent été utilisé et adapté pour des tests en fissuration dynamique. Du point de vue de l'analyse de formulations non-locales, il permet d'observer la capacité d'une formulation à prédire l'endroit où la fissure aura lieu, ainsi que d'observer le comportement de l'endommagement au bord de la structure, là où la non-localité doit disparaître [6]. La simulation numérique de ce test a été abordée avec la même stratégie de calcul utilisée pour le cas de la barre en traction décrite précédemment. Les résultats ont montré que, contrairement au modèle non-local classique, la formulation considérant les interactions est capable de retrouver ce comportement local au bord. Pour plus de détails sur ce résultat, le lecteur est invité à se référer à [11]. Dans cette nouvelle approche, puisque l'estimation

1. Dans [9] par exemple, les paramètres du problème correspondent à des valeurs plus réalistes avec des résultats similaires à ceux présentés ici en ce qui concerne la formulation originale classique gaussienne.

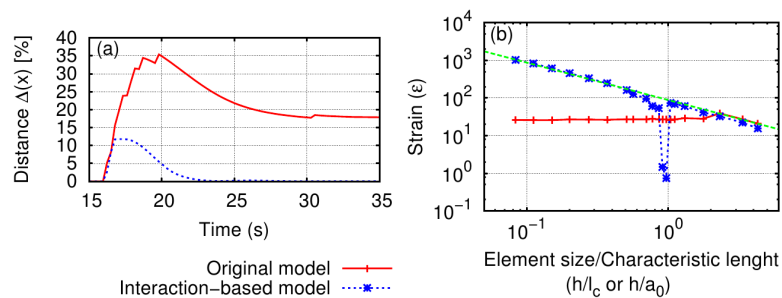


FIGURE 5 – Résultats du calcul de la rupture dynamique d'une barre en traction.

de la fonction poids basée sur les interactions se fait dans un code éléments finis 2D, son couplage avec un calcul mécanique quelconque est aisé. La modélisation numérique des structures visant une analyse d'effets d'échelle est alors envisageable.

5 Conclusion

Un nouveau modèle non-local basé sur les interactions a été proposé dans cette étude. Les interactions non-locales sont calculées explicitement à partir de la dilatation d'inclusions circulaires centrées sur chaque point du matériau et la fonction poids est alors construite à partir de la superposition de ces interactions. L'effet de bord et l'effet d'écran sont exprimés en faisant varier la taille de l'inclusion comme une fonction de la distance au bord et de l'endommagement respectivement. Ce nouveau modèle non-local basé sur les interactions a alors été implémenté sur un cas 1D simple où les interactions ont été calculées suivant un schéma bidimensionnel. Les résultats ont permis d'observer que, en comparaison avec le modèle non-local intégral classique, la nouvelle formulation fournit une meilleure description du processus de rupture. En effet, le profil d'ouverture de fissure est très proche du profil correspondant à une fissure idéale, et l'ouverture de fissure calculée est indépendante de la taille de l'élément. Enfin, ces résultats sont très prometteurs pour des cas 2D puisque l'implémentation de cette méthode est relativement aisée.

6 Remerciements

Je tiens à remercier le ERC pour son support financier (Advanced Grant FailFlow 27769) ainsi qu'à manifester toute ma reconnaissance envers mes encadrants Gilles Pijaudier-Cabot et David Grégoire.

Références

- [1] Dufour, F., Pijaudier-Cabot, G., Choinska, M., Huerta A. 2008 Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models. *Computers and Concrete*. **5-4** 375-388.
- [2] Frémond, M., Nedjar, B. 1995 Damage in concrete : the unilateral phenomenon. *Nucl. Eng Des.* **156-1** 323-335
- [3] Grassl, P., Grégoire, D., Rojas-Solano, L., Pijaudier-Cabot, G. 2012 Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *Int. J. Solids. Struct.* **49-13** 1818-1827
- [4] Grégoire, D., Rojas-Solano, L., Pijaudier-Cabot, G. 2012 Continuum to discrete transition in non local damage models. *Int. J. Multiscale Com.* **10-5**
- [5] Grégoire, D., Rojas-Solano, L., Pijaudier-Cabot, G. 2013 Failure and size effect for notched and unnotched concrete beams. *Int. J. Numer. Anal Met.* doi :<http://dx.doi.org/10.1002/nag.2180>
- [6] Krayani, A., Pijaudier-Cabot, Gilles., Dufour, F. 2009 Boundary effect on weight function in nonlocal damage model. *Eng. Fract. Mech.* **76-14** 2217-2231
- [7] Mazars, J. 1984 Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de doctorat* 283.
- [8] Mura, T. 1987 Micromechanics of defects in solids. *Martinus Nijhoff Publishers. Second, Revised Edition* 498.
- [9] Pijaudier-Cabot, G., Bazant, Z. 1987 Nonlocal Damage Theory. *J. Eng Mech.* **113-10** 1512-1533
- [10] Pijaudier-Cabot, G., Dufour, F. 2010 Non local damage model. Boundary and evolving boundary effects. *Eur. J. Env. Civ Eng. Fract. Mech.* **14-6,7** 729-749
- [11] Rojas Solano, L. 2012 Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle. *Thèse de doctorat* 123.