



**HAL**  
open science

# Ondes internes topographiques dans un fluide stratifié bicouche

Laurent Lacaze, Olivier Thual, Matthieu Mercier, Alexandre Paci

► **To cite this version:**

Laurent Lacaze, Olivier Thual, Matthieu Mercier, Alexandre Paci. Ondes internes topographiques dans un fluide stratifié bicouche. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439714

**HAL Id: hal-03439714**

**<https://hal.science/hal-03439714>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Ondes internes topographiques dans un fluide à deux couches.

L. Lacaze<sup>a</sup>, O. Thual<sup>a</sup>, M. Mercier<sup>b</sup>, A. Paci<sup>c</sup>

a. Université de Toulouse; INPT, UPS; IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse); Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France CNRS; IMFT; F-31400 Toulouse, France

b. Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139, USA.

c. UMR3589 CNRS & Météo-France ; CNRM-GAME/GMEI/SPEA ; 42 av. G. Coriolis; 31057 Toulouse Cedex 1, France

## Résumé :

*Les interactions d'un obstacle avec l'écoulement d'un fluide stratifié jouent un rôle primordial en météorologie et océanographie. La caractérisation de ce type d'écoulement reste donc cruciale pour la modélisation de différents phénomènes géophysiques tels que le mélange et la circulation océanique ou la traînée orographique dans l'atmosphère. Pour certains types de stratification, l'énergie des ondes générées par l'obstacle peut être piégée verticalement (par exemple à la base de la couche de mélange océanique ou au sommet de la couche limite atmosphérique). Dans ce cas, le milieu fluide peut être modélisé par un fluide à deux couches à l'interface duquel les ondes de gravité se propagent. L'étude présentée ici se focalise sur ces aspects, en traitant le problème d'un écoulement dans un fluide à deux couches au-dessus d'un obstacle 3D axisymétrique ou, par analogie, un obstacle en mouvement dans un fluide à deux couches. Des études expérimentales grandes échelles, réalisées dans la grande veine hydraulique stratifiée de Toulouse, sont présentées avec une attention toute particulière à la description du champ d'ondes mesuré par une méthode optique stéréoscopique. Une analyse théorique linéaire permet de rendre compte du champ d'ondes dans les différents régimes observés par une formulation non-hydrostatique. Les expériences montrent également la forte dépendance au nombre de Froude et en particulier un maximum de l'énergie potentielle proche du régime critique.*

## Abstract :

*Stratified flows over obstacles are important features in meteorology and oceanography. The characterization of these flows is therefore crucial in order to propose models of geophysical processes such as mixing and ocean circulation or orographic drag in the atmosphere. For specific stratification configurations, the energy of waves generated by the obstacle can be trapped at a given depth (at the base of the oceanic mixing layer or at the top of the atmospheric boundary layer for instance). In this case, fluid flow can be modeled by a two-layer stratified fluid for which gravity waves are known to spread at the interface between the two layers. The work presented here focuses on this kind of flow by considering a two-layer flow over a 3D axisymmetric obstacle, or equivalently, an obstacle towed in a fluid at rest. Large scale experiments, performed in the large hydraulic flume of Toulouse, are presented with a specific attention on the wave patterns measured with a stereoscopic method. A non-hydrostatic linear analysis is used to describe the observed wave patterns. The experiments highlight the strong influence of the Froude number on the generated waves, and more specifically a peak in potential energy near the critical regime.*

**Mots clefs :** ondes de sillages, ondes internes, traînée orographique

## 1 Introduction

Les fluides stratifiés sont le support d'ondes internes de gravité qui peuvent être produites, par exemple, par un écoulement au-dessus d'un obstacle. Le cas d'un obstacle à la frontière d'un domaine est un modèle particulièrement pertinent pour la compréhension des ondes internes de gravité générées par une topographie dans les écoulements géophysiques. Ces ondes sont tout particulièrement étudiées pour leur rôle dans le mélange et la circulation océanique [1, 2], ou la traînée orographique dans l'atmosphère [3, 4]. Nous nous intéresserons ici au cas particulier d'ondes piégées à l'interface d'un saut de densité, soit un fluide à deux couches.

L'étude est basée sur la caractérisation des ondes générées par un obstacle en mouvement uniforme par des approches expérimentale et théorique. Le champ d'ondes dans le cas de l'étude expérimentale est mesuré par une méthode optique de stéréoscopie. Ce type de méthode est couramment utilisée pour la mesure de déformation d'une surface libre [5, 6, 7] et est basée sur l'extraction de la position de différents points, dans le référentiel du laboratoire, à partir de leur position dans les plans images de deux caméras. La technique présentée ici, et initialement développée par [8] dans le cas de la mesure topographique d'une plage, est étendue au cas d'une interface dans un fluide à deux couches. L'approche théorique est, quant à elle, basée sur une analyse linéaire permettant une description du sillage de l'obstacle par superposition d'ondes à l'interface d'un fluide à deux couches.

## 2 Configuration expérimentale

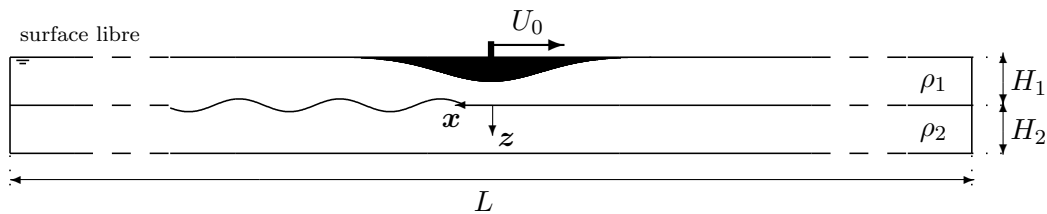


FIGURE 1 – Schéma de la configuration expérimentale ( $L = 22$  m et  $H_1 \approx H_2 \approx 15$  cm).

Les expériences présentées dans cette étude sont réalisées à la grande veine hydraulique du CNRM-GAME à Toulouse. La veine, utilisée ici en bassin fermé, est de longueur 22 m, largeur 3 m et profondeur 1 m. Le bassin est rempli d'un fluide à deux couches, la variation de densité étant contrôlée par la concentration en salinité. Les deux couches sont caractérisées par leur hauteur  $H_i$  et densité  $\rho_i$ ,  $i = 1$  pour la couche en contact avec l'obstacle et  $i = 2$  la deuxième (couche du haut et couche du bas dans la figure 1, respectivement). Les ordres de grandeurs de ces différents paramètres sont  $H_1 \approx 15$  cm,  $\rho_1 = 1000$  kg.m<sup>-3</sup>,  $H_2 \approx H_1$  ou légèrement supérieur et  $\rho_2 = 1059$  kg.m<sup>-3</sup>. Ces grandeurs sont mesurées avant chaque expérience.

Deux obstacles axisymétriques ont été utilisés dans la campagne expérimentale et seront notés dans la suite obstacle *A* et obstacle *B*. Les deux obstacles ont un profil radial gaussien,  $h_m^0 \exp(-2r^2/l^2)$ , avec  $h_m^0$  la hauteur au centre (de valeur 7.7 cm pour l'obstacle *A* et 12.5 cm pour l'obstacle *B*) et  $l = 32$  cm. Afin de minimiser les perturbations dans le fluide, l'obstacle est tracté à la surface libre comme indiqué sur la figure 1. Les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont orientés selon la direction de déplacement de l'obstacle, la direction transverse et la verticale respectivement (figure 1). La vitesse de l'obstacle est définie par une vitesse  $-U_0 \mathbf{x}$ .

## 3 Analyse Théorique

Nous présentons par la suite une analyse linéaire des ondes générées à l'interface d'un fluide à deux couches, et modélisant le dispositif expérimental introduit précédemment. Nous faisons l'hypothèse de fluides parfaits et incompressibles. La masse volumique de chaque couche est notée  $\rho_i$  et sa hauteur non

déformée  $H_i$  par analogie avec l'expérience. Nous noterons  $i = 1$  la couche en contact avec l'obstacle et  $i = 2$  la deuxième couche, la gravité étant perpendiculaire à l'interface non-déformée (en accord avec les notations présentées sur la figure 1). Nous supposons que les ondes de surface ont une dynamique rapide et de faible amplitude comparée à celle des ondes à l'interface, un toit rigide peut alors modéliser la surface libre. Nous nous plaçons ici dans le référentiel du laboratoire ; sans perturbation le fluide est alors au repos. La dynamique est alors modélisée par les équations d'Euler incompressibles linéarisées autour de l'état de base pour les petites perturbations de vitesse  $u_i = \nabla\phi_i$ , pression  $p_i$  et position de l'interface  $\eta$ . Les solutions sont cherchées sous la forme

$$[\phi_i, \eta] = [\Phi_i(z), \eta_m(z)]e^{ik_x + ik_y - i\omega t}.$$

La relation de dispersion des ondes de gravité peut alors s'écrire  $\omega = \pm\Omega_i(k)$  avec

$$\Omega_i(k) = \left( gk \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \coth(kH_1) + \rho_2 \coth(kH_2)} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

et  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ .

Nous considérons maintenant l'influence de l'obstacle sur l'interface, modélisée par le déplacement d'une perturbation localisée à l'interface, de vitesse  $-U_0\mathbf{x}$ . Le sillage est alors obtenu en considérant les relations de dispersion modifiées

$$\Omega_+(k) = k_x U_0 + \Omega_i(k) \quad \text{et} \quad \Omega_-(k) = k_x U_0 - \Omega_i(k). \quad (2)$$

La forme du sillage est alors obtenue en déterminant la partie réelle de la fonction

$$G(x, y) = \int \int_{\mathbb{R}} \frac{\hat{f}(k_x, k_y)}{-(i\epsilon - k_x U_0)^2 + \Omega_i^2(k)} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (3)$$

avec  $\hat{f}(k_x, k_y)$  la transformée de Fourier de la perturbation spatiale  $f(x, y)$  imposée à l'interface et  $\epsilon$  une faible dissipation pour s'affranchir de la singularité de résonance.

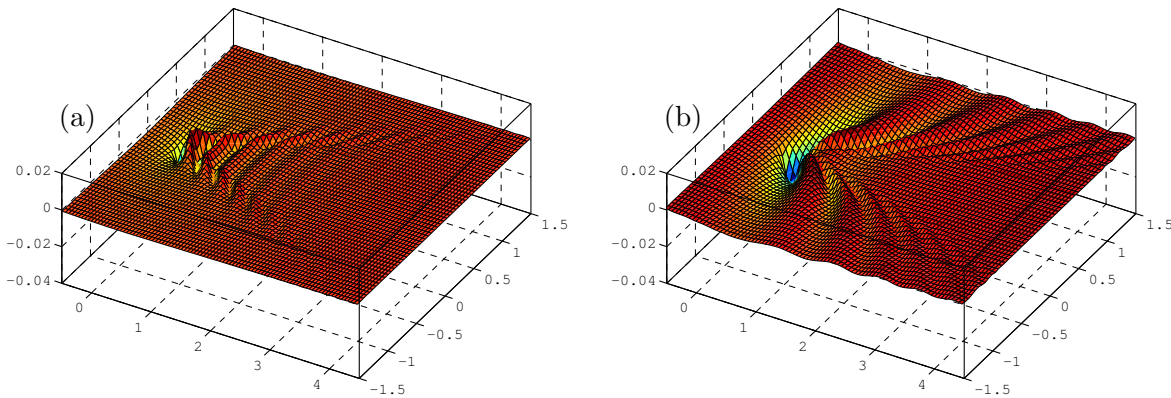


FIGURE 2 – Déformation de l'interface  $\eta$  dans le plan  $(x, y)$  pour deux configuration typiques : (a)  $H_1 = 18.3$  cm,  $H_2 = 12.9$  cm,  $\rho_1 = 1060$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1000$  kg/m<sup>3</sup> et  $U_0 = 12.7$  cm/s; (b)  $H_1 = 18.8$  cm,  $H_2 = 12.8$  cm,  $\rho_1 = 1060$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1000$  kg/m<sup>3</sup> et  $U_0 = 19.1$  cm/s.

Deux exemples de sillages obtenus par cette méthode sont présentés sur la figure 2. En particulier, un cas sous-critique (a) et un cas transcritique (b) sont présentés, i.e. pour des nombres de Froude  $Fr$  inférieur à 1 et proche de 1. Le nombre de Froude  $Fr$  est défini comme  $Fr = U_0/c$  avec la vitesse de phase  $c$  associée aux ondes non-dispersives dans l'approximation de Saint-Venant, i.e.  $c = (g'H_1H_2/(H_1 + H_2))$  avec  $g' = 2g(\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$  la gravité réduite.

## 4 Méthode stéréoscopique pour la mesure des ondes de gravité

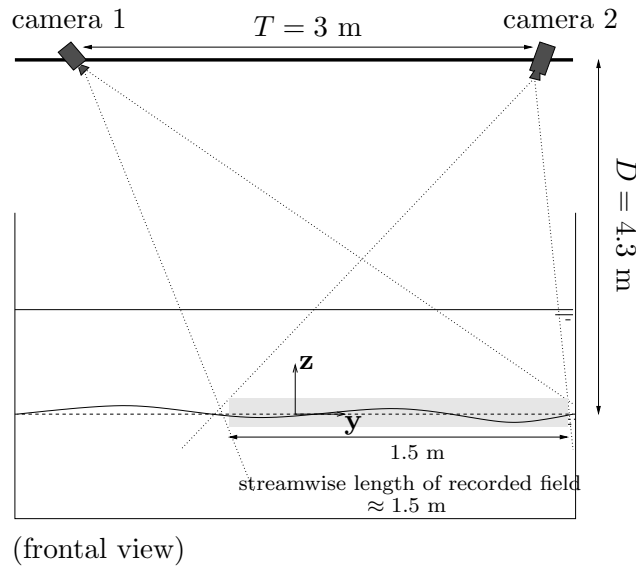


FIGURE 3 – Schéma du montage de stéréovision dans le plan  $(y, z)$ . Le champ de mesure observé par les deux caméras est de  $1.5 \times 1.5 \text{ m}^2$ . Les lignes pointillées délimitent le champ d'observation de chaque caméra. La ligne tiretée horizontale correspond à la position de l'interface au repos. La projection dans le plan  $(y, z)$  du volume mesuré est représentée par la zone grisée.

Les méthodes optiques de stéréoscopie consistent en la reconstruction d'une surface 3D à partir des plans images obtenus par deux points de vues différents. La méthode développée dans cette étude a été présentée par [8] dans le cas du suivi topographique de la zone de 'swash'. En particulier, cette technique est dédiée aux cas de grands champs de mesures résolus en temps et en espace. [8] ont montré que l'erreur associée à la mesure peut être en-dessous du mm pour des champs de l'ordre de  $3 \times 3 \text{ m}^2$  dans le cas d'une surface déformable solide.

Nous étendons cette méthode au cas d'une interface fluide. Le schéma de montage des caméras est présenté à la figure 3. L'interface estensemencée de fines particules de polystyrène de masse volumique  $1040 \text{ kg/m}^3$ , 'flottant' ainsi à l'interface. Le champ d'observation des caméras est approximativement  $1.5 \times 1.5 \text{ m}^2$  (pour des raisons de symétrie, uniquement la moitié de la largeur de la veine est prise en compte, comme indiqué sur la figure 3). L'appariement des plans images à la base de la reconstruction 3D est réalisé à partir d'un algorithme d'inter-corrélation permettant une détection de motifs aléatoires communs sur le doublet d'images avec une précision de 0.5 pix. La reconstruction 3D tient alors compte de la distorsion géométrique induite par la surface libre. Une validation de la méthode a permis d'estimer l'erreur de reconstruction d'un objet dans la champ, qui est ici de l'ordre du mm bien en-dessous des déformations de l'interface induites par les ondes de gravité.

Le champ de déformation de l'interface est stationnaire dans le référentiel attaché à l'obstacle, les résultats présentés dans la suite sont alors une reconstruction du champ dans ce référentiel à partir des données brutes obtenues dans le référentiel du laboratoire.

## 5 Les ondes de sillage

Afin de caractériser la dynamique de l'écoulement associée à la configuration considérée, les deux nombres sans dimension suivants sont considérés : le nombre de Froude  $Fr$  (défini précédemment) et la hauteur de l'obstacle adimensionnée  $M = h_m^0/H_1$ .

Des exemples de champs d'ondes obtenus dans l'étude expérimentale sont présentés sur la figure 4 : (a,b) obstacle  $A$  et (c,d) obstacle  $B$ . En particulier, la figure 4(a) montre le cas d'un écoulement sous-critique,  $Fr < 1$ , alors que les figures 4(b,c,d) correspondent à des cas transcritiques,  $Fr \sim 1$ . Le

sillage d'un régime sous-critique (régime dispersif) est caractérisé par un train d'onde, qui est dans la cas présent encore observable à  $Fr = 0.62$  (4(a)). D'un autre côté, le régime supercritique (régime non-dispersif) est caractérisé par deux chocs obliques formant un cône de Mach dans le sillage. La transition vers ce régime est caractérisée par une concaténation et une réorientation des ondes (train d'onde rectiligne et perpendiculaire au cône de sillage). Ce régime transcritique est présenté sur les figures 4(b,c,d). En particulier, le cône de Mach défini par  $\sin(\alpha) = 1/Fr$  montre un bon accord avec les observations pour les cas  $Fr > 1$  (figures 4(b,d)). Il est à noter que l'apparition d'ondes réfléchies par les bords du canal est observée dans le sillage lointain. Ces ondes ne semblent pas affecter les caractéristiques du sillage proche. De plus, nous mettons en évidence la faible influence de  $M$  sur la structure spatiale du sillage, pour un nombre de  $Fr$  similaire (figures 4(b) et 4(d)),  $M$  ne modifiant alors que l'amplitude des ondes.

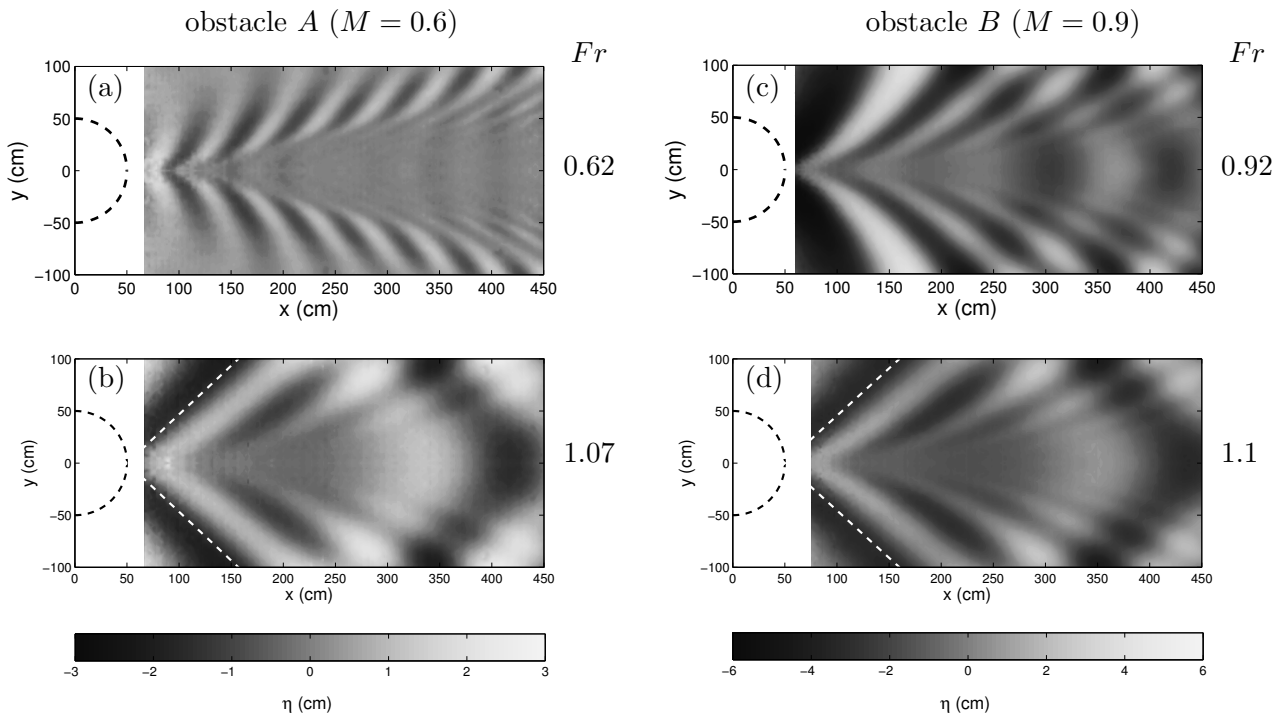


FIGURE 4 – Structures des ondes de gravité obtenues dans les expériences ;  $\eta$  dans le plan  $(x, y)$  pour l'obstacle  $A$  (colonne de gauche),  $M = 0.6$  et l'obstacle  $B$  (colonne de droite),  $M = 0.9$  ; (a)  $Fr = 0.62$ , (b)  $Fr = 1.07$ , (c)  $Fr = 0.92$ , (d)  $Fr = 1.1$ . Les lignes tiretées blanches délimitent le cône de Mach défini par  $\sin(\alpha) = 1/Fr$ .

Enfin, nous comparons les sillages obtenus par la méthode expérimentale et l'analyse théorique pour des paramètres physiques similaires. Les cas  $Fr = 0.62$  et  $Fr = 0.92$  sont présentés sur la figure 5 : expérience (figure 5(a) pour  $Fr = 0.62$  et figure 5(b) pour  $Fr = 0.92$ ) et théorie (figure 5(c) pour  $Fr = 0.62$  et figure 5(d) pour  $Fr = 0.92$ ). Il est à noter qu'un filtre pour les ondes réfléchies est appliqué sur le champ de données expérimentales dans le cas  $Fr = 0.92$ [9]. Les sillages obtenus présentent de fortes similitudes, en particulier sur l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes observées. Les différences observées peuvent être attribuées aux effets non-linéaires mais également aux erreurs d'estimation des paramètres expérimentaux. Sur ce deuxième point, une étude de sensibilité aux paramètres est en cours afin de quantifier l'erreur absolue entre expérience et analyse linéaire.

## 6 Conclusions

L'écoulement autour d'un obstacle dans le cas d'un fluide stratifié en densité a été étudié. En particulier, nous présentons une étude comparative entre des données expérimentales obtenues dans la

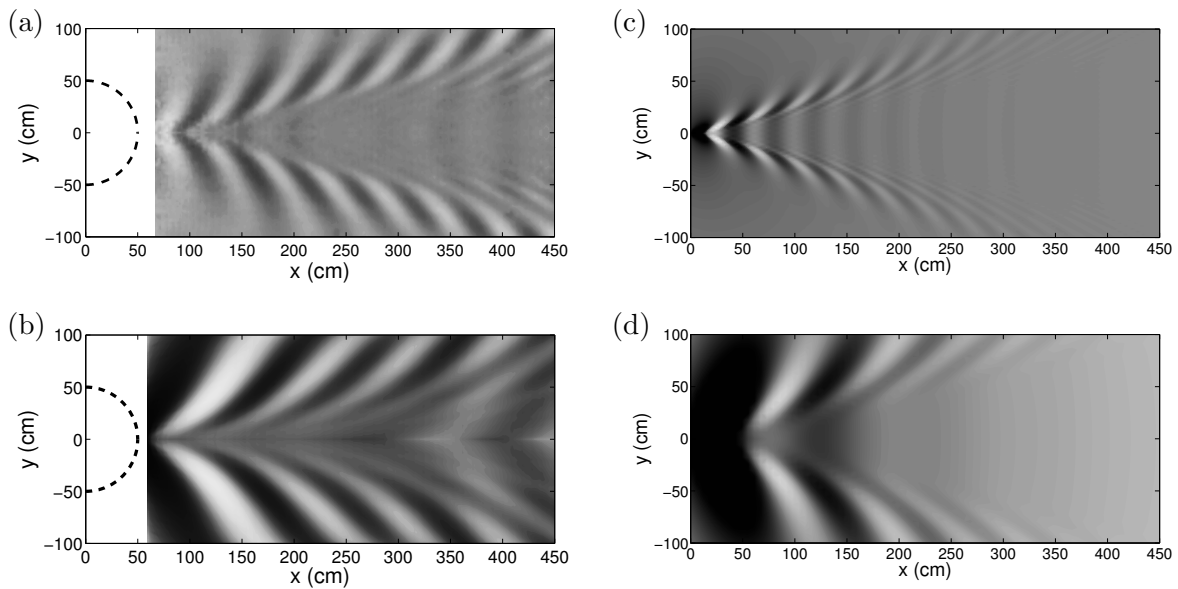


FIGURE 5 – Champ d’ondes  $\eta$  dans le plan  $(x, y)$  pour  $Fr = 0.62$  (a,b) et  $Fr = 0.92$  (b,d) : mesure expérimentale (a,b) et analyse théorique (c,d).

grande veine hydraulique de Toulouse et une analyse linéaire. La méthode de mesure expérimentale est basée sur une technique optique de stéréoscopie appliquée ici au cas d’une interface déformable sur un grand champ. Des résultats encourageants sur la description du sillage par une analyse linéaire ont été obtenus dans le cas d’un régime trans-critique,  $Fr \sim 1$ .

## Références

- [1] Munk, W., Wunsch, C. 1988 Abyssal recipes II : energetics of tidal and wind mixing. *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers* **45** 1977-2010
- [2] Tailleux, R. 2009 On the energetics of stratified turbulent mixing, irreversible thermodynamics, Boussinesq models and the ocean heat engine controversy. *J. Fluid Mech.* **638** 339-382
- [3] Smith, R.B. 1979 The influence of mountains on the atmosphere. *Adv. Geophys.* **33** 87-230
- [4] Wells, H., Vosper, S.B. 2010 The accuracy of linear theory for predicting mountain-wave drag : Implications for parametrization schemes. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **136** 429-441
- [5] Benetazzo, A. 2006 Measurements of short water waves using stereo matched image sequences. *Coastal Eng.* **53** 1013
- [6] de Vries, S., Hill, D.F., de Schipper, M.A., Stive, M.J.F. 2011 Remote sensing of surf zone waves using stereo imaging. *Coastal Eng.* **58** 239
- [7] Douxchamps, D., Devriendt, D., Capart, H., Craeye, C., Macq B., Zech Y. 2005 Stereoscopic and velocimetric reconstructions of the free surface topography of antidune flows. *Exp. Fluids* **39** 533
- [8] Astruc, D., Cazin, S., Cid, E., Eiff, O., Lacaze, L., Robin, P., Toublanc, F., Cáceres, I. 2012 A stereoscopic method for rapid monitoring of the spatio-temporal evolution of the sand-bed elevation in the swash zone. *Coastal Eng.* **60** 1-20
- [9] Mercier, M.J., Garnier, N.B., Dauxois, T. 2008 Reflexion and diffraction of internal waves analyzed with the Hilbert transform. *Phys. Fluids* **20** 086601