



HAL
open science

Localisation de défauts dans les systèmes mécaniques par l'utilisation d'un modèle Eléments Finis sous-structuré dans une procédure de Subspace Fitting

Guillaume Gautier, Roger Serra, Jean-Mathieu Mencik

► **To cite this version:**

Guillaume Gautier, Roger Serra, Jean-Mathieu Mencik. Localisation de défauts dans les systèmes mécaniques par l'utilisation d'un modèle Eléments Finis sous-structuré dans une procédure de Subspace Fitting. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439065

HAL Id: hal-03439065

<https://hal.science/hal-03439065>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Localisation de défaut par procédure de Subspace Fitting en utilisant une technique de sous-structuration dynamique

G. Gautier^a, R. Serra^a, J.-M. Mencik^a

a. ENI Val de Loire, Université François Rabelais de Tours, LMR Laboratory,
Rue de la Chocolaterie, BP 3410, F-41034 Blois Cedex, France
guillaume.gautier@etu.univ-tours.fr

Résumé :

Une méthode de localisation de défaut dans un système mécanique vibrant est présentée. Cette méthode est basée sur le recalage d'un modèle éléments finis composé de deux sous-structures. Le recalage est conduit au travers du Subspace Fitting, par corrélation d'une matrice d'observabilité expérimentale avec celle formée à partir du modèle éléments finis. La localisation du défaut est effectuée en recalant les propriétés géométriques et matérielles de l'une d'entre elles jusqu'à ce que les paramètres de cette sous-structure collent à l'endommagement. L'approche est validée par simulation d'une poutre endommagée localement au travers de la réduction de son module d'Young.

Abstract :

The present work investigates a substructure finite element model based approach to localize damages in a complex mechanical system using the subspace fitting method. In this framework, the mechanical system is partitioned into several substructures, each of these being described in terms of a reduced number of component modes. The strategy enables one to localize damages in an accurate and quick way from the consideration of such component modes. A procedure is achieved which permits to identify any damaged substructure within the whole system. Test case is considered which highlight the relevance of the proposed method.

Mots clefs : Subspace fitting ; Sous-structuration ; SHM

1 Introduction

La détection des dommages dans les systèmes mécaniques est une tâche cruciale pour de nombreuses applications industrielles. Prédire l'apparition de défauts de structure d'une manière précise et rapide permet de réduire de manière significative les coûts liés à la maintenance. Dans ce but, de nombreuses méthodes [2] basées sur l'analyse vibratoire dans le domaine temporel ont émergé au cours des dernières années qui mettent l'accent sur l'évolution des propriétés dynamiques des systèmes mécaniques. Parmi ces approches les méthodes d'identification par sous-espaces (Subspace Identification (SI)) [13, 10, 3] semblent très efficaces pour déterminer les paramètres modaux de structures. Le cadre des techniques SI est d'identifier une matrice d'observabilité qui contient les paramètres modaux de la structure considérée. Cela est effectué en projetant les signaux de sortie du système sur des sous-espaces appropriés. Des travaux récents [4] ont mis en évidence la pertinence quand à l'utilisation du Subspace Fitting (SF) [12, 11] pour extraire ces paramètres modaux à partir la matrice d'observabilité du système. Ici, un modèle Élément Finis (EF) de la structure est incorporé dans le SF pour mener à bien la procédure. Les paramètres modaux de la structure saine sont recalés en minimisant une norme d'erreur. La surveillance de l'état de santé (SHM) est effectuée en tenant compte de la variation dans le temps de la norme d'erreur qui met en corrélation la structure saine EF à la matrice d'observabilité expérimentale du système à surveiller. La motivation du travail présenté est d'incorporer un modèle

EF partitionné [1] de la structure mécanique dans la procédure de SF pour identifier et localiser les endommagements. Dans ce cadre, le système mécanique est divisé en deux sous-structures. En recalant les paramètres de l'une des sous-structure un endommagement est localisé de manière précise. Un cas test numérique portant sur la localisation d'un défaut dans une poutre est présenté.

2 SF pour le recalage d'un modèle EF

Le SF [12, 11] est un concept qui vise à corréler une matrice d'observabilité théorique $\Gamma(\theta)$ avec une matrice d'observabilité expérimentale Γ_{exp} en exploitant le fait que

$$\Gamma_{exp} = \Gamma(\theta)\mathbf{T} \quad (1)$$

avec \mathbf{T} une matrice de similarité.

Γ_{exp} peut être obtenue expérimentalement par une méthode d'identification par sous-espaces [13, 10, 3]. Dans la base des modes complexes Γ_{exp} est définie comme

$$\Gamma_{exp} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\Psi \\ \mathbf{C}\Psi\Lambda \\ \mathbf{C}\Psi\Lambda^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\Psi\Lambda^{\alpha-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

où \mathbf{C} est la matrice des sorties, Ψ et Λ sont les vecteurs et valeurs propres complexes.

Ici la matrice $\Gamma(\theta)$ est supposée dépendre d'un jeu de paramètres (dénote θ) à identifier. Le SF peut être formulé au travers d'un problème aux moindres carrés :

$$\{\theta, \mathbf{T}\} = \underset{\theta, \mathbf{T}}{\operatorname{argmin}} \|\Gamma_{exp} - \Gamma(\theta)\mathbf{T}\|_F^2 \quad (3)$$

ou $\|\cdot\|_F$ dénote la norme de Frobenius [9]. Ce problème est simplifié en exprimant \mathbf{T} comme $\mathbf{T} = \Gamma(\theta)^+ \Gamma_{exp}$ ($\Gamma(\theta)^+$ étant la pseudo-inverse de $\Gamma(\theta)$)

$$\theta = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{r}(\theta)\|_2^2 \quad (4)$$

ou $\mathbf{r}(\theta) = \operatorname{vec}\{(\mathbf{I} - \Gamma(\theta)\Gamma(\theta)^+)\Gamma_{exp}\}$.

Dans cet article $\Gamma(\theta)$ est obtenu à partir d'un modèle EF sous-structuré.

3 Détection d'un endommagement par sous-structuration du modèle EF

3.1 Principe de la méthode

La méthode est appliquée sur un modèle de poutre d'Euler-Bernoulli à deux degrés de liberté par noeud. Cette poutre est encastree à l'une de ses extrémité. Ses propriétés sont reportées en Table 1.

Longueur (m)	Largeur (m)	Epaisseur (m)	Module d'Young GPa	Masse volumique (kg.m ⁻³)
1	0.01	0.01	200	7850

TABLE 1 – Propriétés de la poutre.

Le principe de la méthode de localisation proposée repose sur la sous-structuration de ce système mécanique par la méthode de Craig-Bampton [1], en accord avec la Figure 1.

Cette structure est composée de deux sous structures : la sous-structure principale et la sous-structure de recalage. En utilisant la procédure de SF, la matrice d'observabilité du modèle EF est recalée à partir d'une matrice d'observabilité expérimentale endommagée. Les paramètres à recaler sont parmi ceux de la sous-structure de recalage, choisis en fonction du défaut.

Ici, le défaut est caractérisé par une réduction locale du module d'Young de la poutre. La position (x_c), la largeur (l_x) ainsi que le module d'Young (E_r) de la sous structure de recalage sont choisis comme paramètres dans (3) pour recaler le modèle EF.

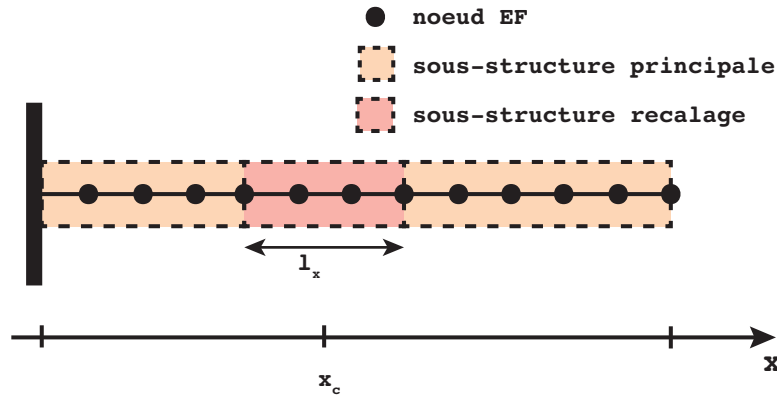


FIGURE 1 – Poutre sous-structurée.

3.2 Formalisme de Craig-Bampton

En accord avec la Figure 1, la représentation d'état de chaque sous-structure i s'exprime par

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{BB}^i & \mathbf{E}_{BI}^i \\ \mathbf{E}_{IB}^i & \mathbf{E}_{II}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_B^i(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_I^i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{BB}^i & \mathbf{A}_{BI}^i \\ \mathbf{A}_{IB}^i & \mathbf{A}_{II}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^i(t) \\ \mathbf{x}_I^i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{BB}^i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{II}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B^i(t) \\ \mathbf{u}_I^i(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_B^i(t) \\ \mathbf{y}_I^i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{BB}^i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{II}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^i(t) \\ \mathbf{x}_I^i(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

où les indices I et B correspondent aux degrés de liberté internes et de frontière. Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{E} sont formées à partir des matrices de masse \mathbf{M} , de raideur \mathbf{K} et d'amortissement γ du modèle EF. Les matrices \mathbf{B} et \mathbf{C} sont les matrices d'entrée et de sortie qui indiquent la position des entrées $\mathbf{u}(t)$ et des sorties $\mathbf{y}(t)$. Le vecteur d'état \mathbf{x} peut être exprimé suivant le formalisme de Craig-Bampton

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^i \\ \mathbf{x}_I^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X}_{st}^i & \mathbf{X}_{el}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^i \\ \boldsymbol{\eta}^i \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{cms}^i \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^i \\ \boldsymbol{\eta}^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

où $\boldsymbol{\eta}^i$ sont les coordonnées modales, \mathbf{X}_{st}^i sont les modes statiques et \mathbf{X}_{el}^i sont les modes à interface fixe, obtenus par

$$\mathbf{X}_{st}^i = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{II}^i{}^{-1} \mathbf{K}_{IB}^i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}_{II}^i{}^{-1} \mathbf{K}_{IB}^i \end{bmatrix} \quad (8)$$

et

$$(\boldsymbol{\mu}_{el}^i \mathbf{E}_{II}^i - \mathbf{A}_{II}^i) \mathbf{X}_{el}^i = \mathbf{0} \quad (9)$$

Après réduction du nombre de modes à interface fixe pour chaque sous-structure, le système global est assemblé en utilisant la continuité du vecteur d'état sur l'interface

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{x}_B^1 = \mathbf{x}_B^2, \quad (10)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}_{BB}^1 + \hat{\mathbf{E}}_{BB}^2 & \hat{\mathbf{E}}_{BI}^1 & \hat{\mathbf{E}}_{BI}^2 \\ \hat{\mathbf{E}}_{IB}^1 & \hat{\mathbf{E}}_{II}^1 & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{E}}_{IB}^2 & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{E}}_{II}^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_{cms}} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_B(t) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}^1(t) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}^2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{BB}^1 + \hat{\mathbf{A}}_{BB}^2 & \hat{\mathbf{A}}_{BI}^1 & \hat{\mathbf{A}}_{BI}^2 \\ \hat{\mathbf{A}}_{IB}^1 & \hat{\mathbf{A}}_{II}^1 & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{A}}_{IB}^2 & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{A}}_{II}^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{cms}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B(t) \\ \boldsymbol{\eta}^1(t) \\ \boldsymbol{\eta}^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{BB} & (\mathbf{X}_{st}^1)^T \mathbf{B}_{II}^1 & (\mathbf{X}_{st}^2)^T \mathbf{B}_{II}^2 \\ \mathbf{0} & (\tilde{\mathbf{X}}_{el}^1)^T \mathbf{B}_{II}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & (\tilde{\mathbf{X}}_{el}^2)^T \mathbf{B}_{II}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B(t) \\ \mathbf{u}_I^1(t) \\ \mathbf{u}_I^2(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_B(t) \\ \mathbf{y}_I^1(t) \\ \mathbf{y}_I^2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{BB} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{II}^1 \mathbf{X}_{st}^1 & \mathbf{C}_{II}^1 \tilde{\mathbf{X}}_{el}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{II}^2 \mathbf{X}_{st}^2 & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{II}^2 \tilde{\mathbf{X}}_{el}^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{cms}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B(t) \\ \boldsymbol{\eta}^1(t) \\ \boldsymbol{\eta}^2(t) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

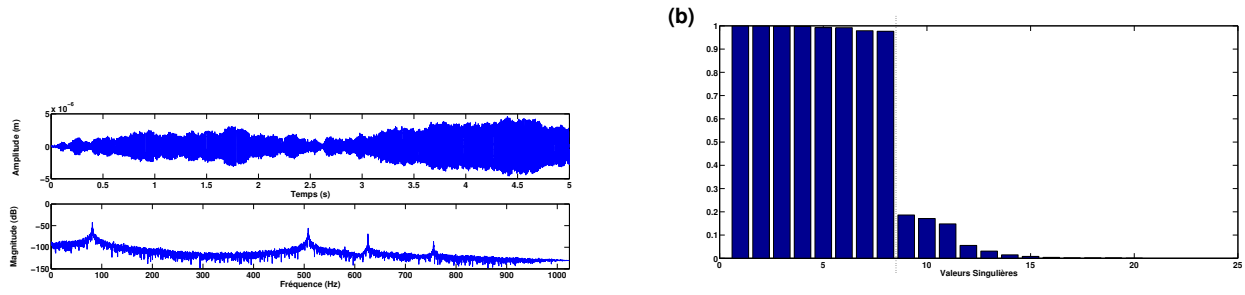


FIGURE 2 – Signal de sortie du système endommagé : (a) Réponses temporelle et fréquentielle, (b) Valeurs singulières

Une réduction modale est également effectuée sur les modes globaux de la structure en résolvant l'équation aux valeurs propres

$$(\boldsymbol{\mu}_{cms} \mathbf{E}_{cms} - \mathbf{A}_{cms}) \boldsymbol{\Psi}_{cms} = 0, \quad (13)$$

en ne retenant qu'un nombre réduit de modes, ce qui permet d'exprimer la matrice d'observabilité EF sous-structurée par

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}(x_c, l_x, E_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{cms} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_{cms} \\ \mathbf{C}_{cms} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_{cms} \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_{cms} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{cms} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_{cms} \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_{cms}^{\alpha-1} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Finalement le problème de SF s'écrit

$$\{x_c, l_x, E_r, \mathbf{T}\} = \underset{\mathbf{T}}{\operatorname{argmin}} \|\boldsymbol{\Gamma}_{exp} - \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}(x_c, l_x, E_r) \mathbf{T}\|_F^2 \quad (15)$$

L'algorithme de Nelder-Mead [7] est employé pour effectuer l'optimisation.

3.3 Validation numérique

3.3.1 Matrice d'observabilité endommagée

Pour valider notre méthode, une application numérique est considérée. A partir du modèle EF de la poutre, un endommagement est créé. Cet endommagement correspond à la réduction du module d'Young sur une portion de la poutre. La réponse temporelle du déplacement à l'extrémité libre de la poutre, échantillonné à 2048 Hz, d'une durée de 5 s, est utilisé pour obtenir la matrice d'observabilité endommagée. Cette matrice d'observabilité expérimentale est obtenue par l'algorithme d'identification par sous-espace CVA. L'excitation est un bruit blanc au même emplacement que le signal de sortie. Dans la bande de fréquence considérée ([0 : 1024] Hz), le tracé des valeurs singulières du signal permet de déterminer le nombre de modes globaux de la structure.

Le nombre de modes correspond au nombre de valeurs singulières de plus grande amplitudes. L'amplitude de ces valeurs singulières sont tracées sur la Figure 2-(b). Dans la bande de fréquence considérée 8 modes complexes conjugués sont identifiés.

3.3.2 Paramétrage du modèle sous-structuré

Pour un gain de temps CPU tout en conservant une bonne représentation de la dynamique du système, une troncature modale est effectuée sur les modes supérieurs à la fréquence d'échantillonnage du signal. Cette troncature porte sur les modes d'interface fixes dans la méthode de Craig-Bampton ainsi que sur les modes globaux du système assemblé. La Figure 3 montre la fréquence des différents modes dans la poutre encastree-libre en fonction de sa longueur.

La densité modale dans une bande de fréquence donnée augmente avec l'augmentation de la longueur de la poutre. De cette considération, un rapport de 10 modes par mètre est fixé pour le nombre de

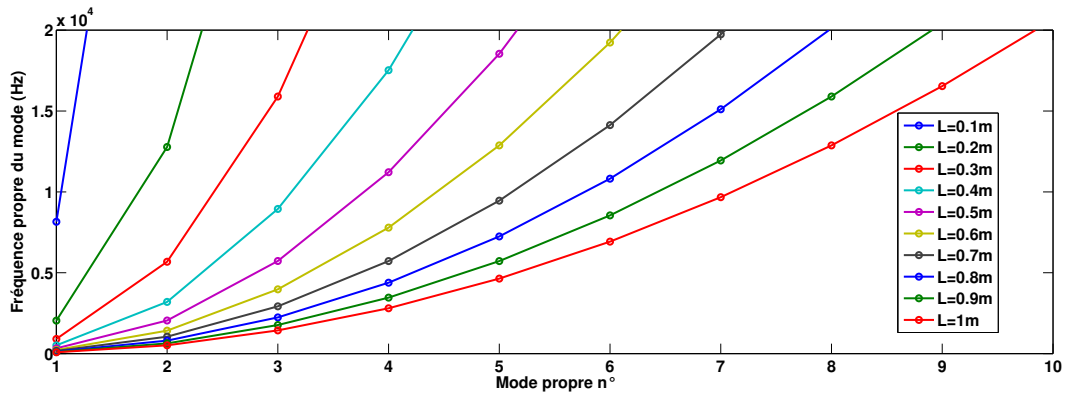


FIGURE 3 – Fréquence des modes en fonction de la longueur de la sous-structure.

modes gardés dans chaque sous-structure.

De plus, une densité nodale de 100 éléments par mètre est utilisée en s'assurant qu'à chaque itération la correspondance entre la position d'un noeud et d'un capteur soit vérifiée.

3.3.3 Recalage d'un défaut

Une expérience est conduite pour une réduction de 50 % du module d'Young entre les positions 0.75 m et 0.80 m. Ces valeurs correspondent à une réduction totale (r_G) du module d'Young, défini par

$$r_G = \frac{l_c \times E_r + (1 - l_c) \times E_0}{E_0} \times 100, \quad (16)$$

de 2.5 %.

La procédure est initialisée pour une sous-structure de recalage dont les dimensions correspondent à 10 % de la taille totale de la poutre, au centre de celle-ci à partir d'un module d'Young sain. Le critère d'arrêt est fixé à 100 itérations.

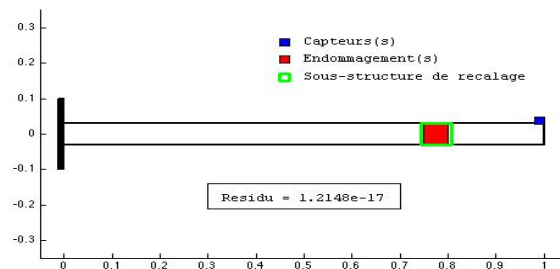


FIGURE 4 – Procédure de localisation d'un défaut.

A la fin de la procédure, les paramètres recalés sont les suivants : un centre recalé à 0.7772 (erreur de 0.4 %) et une réduction du module d'Young global de $r_G = 2.502$ % (erreur de 0.1 %).

Pour la même localisation du défaut, différentes valeurs de r_G sont testées. Les résultats sont reportés en Figure 5.

Les résultats montrent une bonne localisation pour d'assez faibles endommagements. Le diagnostic (valeur du module d'Young endommagé) se révèle meilleure pour des défauts légèrement plus importants.

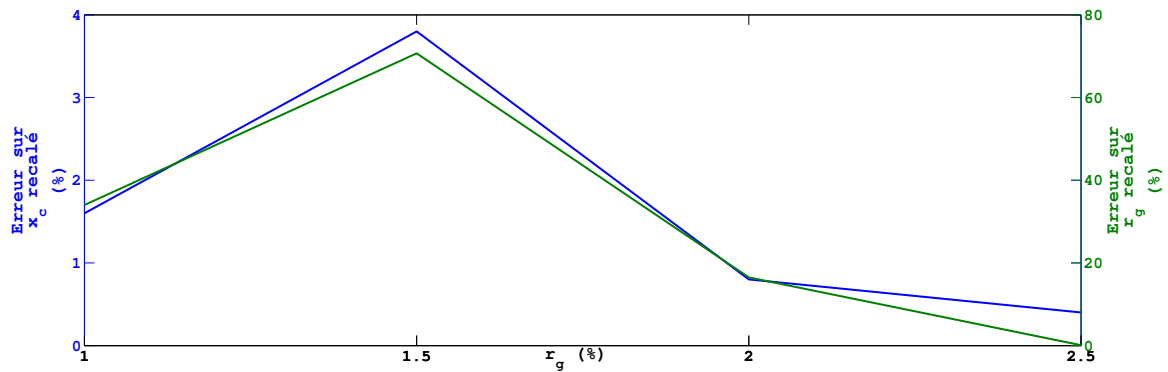


FIGURE 5 – Résultats pour différents scénarios.

4 Conclusion

Dans cet article, une méthode de localisation de défaut à été présentée. Cette méthode est basée sur le recalage d'un modèle EF sous-structuré. La procédure utilise le SF et est conduite au travers des paramètres d'une sous-structure de recalage. Les résultats numériques montrent une bonne localisation d'un défaut.

L'application expérimentale de cette méthode est en cours.

Remerciements

Les auteurs remercient l'Union Européenne (FEDER centre) et le conseil Régional du Centre pour leur soutien financier.

Références

- [1] L. Cortes, N. S. Ferguson, and A. Bhaskar. A perturbation method for locally damped dynamic systems. In *19th International Congress on Sound and Vibration (ICSV19)*, 2012.
- [2] S.W. Doebling, C.R. Farrar, and M.B. Prime. A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and vibration digest*, 30(2) :91–105, 1998.
- [3] W. Favoreel, B. De Moor, and P. Van Overschee. Subspace state space system identification for industrial processes. *Journal of Process Control*, 10 :149–155, 2000.
- [4] G. Gautier, R. Serra, and J.-M. Mencik. A subspace fitting method based on finite elements for fast identification of damages in vibrating mechanical system. In *25th International Conference on Noise and Vibration engineering (ISMA2012)*, 2012.
- [5] G. Gautier, R. Serra, and J.-M. Mencik. A subspace fitting method based on finite elements for identification and localization of damage in mechanical systems. In *CST, Dubrovnik, Croatia*, 2012.
- [6] S.S. Law, K. Zhang, and Z.D. Duan. Damage detection via substructural analysis. In *4th International Conference on Structural Health Monitoring of Intelligent Infrastructure (SHMII-4)*, 2009.
- [7] Matlab. *Optimization Toolbox User's Guide - Version 3*. Natick, MA, USA, 2004.
- [8] J.E. Mottershead and M.I. Friswell. Model updating in structural dynamics : a survey. *Journal of sound and vibration*, 167(2) :347–375, 1993.
- [9] G. J. C Murphy. *Algebras and Operator Theory*. New York : Academic Press, 1990.
- [10] P. Van Overschee and B. DeMoor. *Subspace Identification of Linear Systems : Theory, Implementation, Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

- [11] R. Serra, C. Gontier, and M. Raffy. A subspace fitting method for structural modal identification in time domain. In *ISMA 25 : International Conference on Noise and Vibration Engineering*, 2000.
- [12] A. Lee Swindlehurst, B. Ottersten, R. Roy, and T. Kailath. A subspace fitting method for identification of linear state-space models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(2) :311–316, 1995.
- [13] M. Viberg, B. Wahlberg, and B. Ottersten. Analysis of state space system identification methods based on instrumental variables and subspace fitting. *Automatica*, 33(9) :1603–1616, 1997.