

Etude par ondes SH de l'influence de la rugosité sur la qualité de collage d'une structure plaque/colle/plaque

L.C. FOZE NDJOMO^{a,c}, C. POTEL^{a,c}, M. BRUNEAU^{a,c}, D. LEDUC^{b,c}, M. ECHCHERIF ELKETTANI^{b,c},
J.L. IZBICKI^{b,c}

a. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM, UMR CNRS 6613) 72085 LE MANS

b. Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC, UMR CNRS 6294), 76058 Le HAVRE

c. Fédération Acoustique du Nord-Ouest (FANO, FR CNRS 3110)

Résumé

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans des plaques présentant des défauts en surface ou en volume trouve sa place dans divers domaines industriels (aéronautique, automobile, aérospatial,...) pour le contrôle de l'état de santé des matériaux. L'étude menée ici porte plus particulièrement sur la propagation d'ondes de cisaillement dans un « tri-couches » composé de deux plaques isotropes de natures différentes collées entre-elles par une couche de colle mince, les interfaces entre la couche de colle et les deux plaques étant supposées rendues rugueuses pour améliorer l'adhésion, en vue de caractériser cette rugosité et par-delà d'analyser son influence sur la qualité de collage du tricouche. L'approche analytique retenue est basée sur une formulation intégrale adaptée à la propagation en ondes SH dans une plaque avec surfaces rugueuses. Il permet d'obtenir les champs de déplacements dans les deux plaques en prenant un modèle élastique de couche fine pour la colle et en tenant compte des profondeurs et profils de rugosité.

Abstract

The behaviour of elastic waves propagating in plates with defects on the boundaries or in the bulk of the plates, is currently used for monitoring the health status of the materials in various industries (aerospace, automotive, aerospace ...). The work presented herein focuses on the propagation of SH-waves in a three layered plate, two homogeneous plates of different thicknesses and material properties stuck together with a thin layer of glue, the interfaces between the plates and the glue being roughened to improve the adhesion between the plates. The aim of the work is to characterize this roughness and then the quality of the adhesion. An analytical approach based on an integral formulation adapted to the SH-wave propagation in a plate with rough surfaces is used to determine the displacement fields in the plates.

Mots clefs : Acoustique, rugosité, guide.

1 Introduction

Depuis plus d'une décennie, l'étude des effets de la rugosité de paroi sur la propagation acoustique dans les guides d'ondes fait l'objet d'un regain d'intérêt, notamment dans le cadre du contrôle non destructif en vue de vérifier la qualité de collage dans les structures assemblées ou de caractériser l'état de surface de certaines pièces [1-5]. Les études présentées dans la littérature [6], en utilisant les ondes SH, ondes de Rayleigh ou ondes de Lamb, portent généralement sur la détection de défauts à l'intérieur de la colle ou sur les interfaces entre la colle et les plaques. Le but de l'étude présentée ici est de fournir un modèle analytique pour ondes SH se propageant le long de deux plaques solides isotropes dont les surfaces encollées sont rugueuses. Plus précisément, ce modèle analytique a pour objet de rechercher l'influence de la couche de colle et de la rugosité d'interface (ici des stries parallèles) sur la propagation des ondes SH guidées, en vue de les caractériser l'une et l'autre. La méthode utilisée présente la particularité de faire usage de la formulation intégrale du problème aux limites posé, les solutions étant construites à partir de développements sur des fonctions propres, adaptées au problème posé, du guide à géométrie compatible, extérieur au guide réel. La rugosité de paroi est introduite dans le modèle par des conditions de contraintes nulles aux frontières qui font intervenir la pente et la profondeur locales de la rugosité.

2 La structure étudiée

La structure considérée dans ce qui suit est un ensemble bidimensionnel de deux plaques parallèles homogènes, supposées de natures différentes, collées à l'aide d'une fine couche de colle, les interfaces entre cette couche de colle et les plaques étant rendues rugueuses (crêtes parallèles à l'axe y) pour améliorer l'adhésion. La structure est supposée infinie dans la direction y , *in vacuo* (la charge de l'air est négligée), et délimitée par deux surfaces planes parallèles, perpendiculaires à l'axe z dirigé comme le montre la figure (1), l'origine de la coordonnée étant choisie au milieu de la couche de colle. Une onde SH, polarisée le long des crêtes, est supposée se propager le long de l'axe x parallèle à la surface externe de la structure.

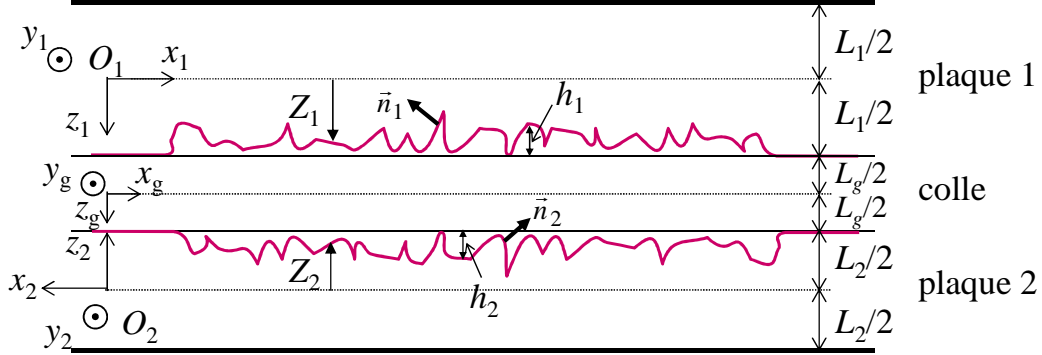


FIG. 1. Structure 2D constituée de deux plaques à surfaces externes supérieure et inférieure lisses, avec des interfaces rugueuses entre chaque plaque et la fine couche de colle.

Les coordonnées des surfaces rugueuses sont données respectivement par $z_q = Z_q(x)$. Chaque plaque est supposée être délimitée par deux surfaces parallèles perpendiculaires à l'axe z , de coordonnées respectives $z_q = \pm L_q/2$ ($L_q > 0$). Par conséquent, en notant $h_q(x) > 0$ la profondeur des rugosités, les coordonnées des surfaces rugueuses peuvent être écrites comme suit : $Z_q(x) = (L_q/2) - h_q(x)$. Ces surfaces rugueuses sont définies par leurs vecteurs unitaires normaux à la surface des plaques \vec{n}_q , dirigées vers l'extérieur de la plaque, donnés par :

$$\vec{n}_q = N_q^{-1} \left[(\partial_{x_q} h_q) \vec{e}_{x_q} + \vec{e}_{z_q} \right] = N_q^{-1} \left[(\partial_x h_q) \vec{e}_x + (-1)^{q+1} \vec{e}_z \right] \quad (1)$$

avec $N_q = \sqrt{1 + (\partial_x h_q)^2}$, $\vec{e}_{x_q} = (-1)^{q+1} \vec{e}_x$ et $\vec{e}_{z_q} = (-1)^{q+1} \vec{e}_z$ désignant les vecteurs unités qui ont respectivement le sens positif dans la direction des coordonnées x_q et z_q . En désignant par $L_g > 0$ l'épaisseur de la couche de colle entre les plans fictifs $z_q = L_q/2$, la somme

$$\ell_g(x) = L_g + h_1(x) + h_2(x) = L_g + [(L_2/2) - Z_2(x)] + [(L_1/2) - Z_1(x)], \quad (2)$$

représente l'épaisseur de la couche de colle (qui dépend de la coordonnée x). A noter que chaque couche est caractérisée par sa densité et son coefficient de cisaillement (second coefficient de Lamé), respectivement ρ_q et μ_q pour les plaques, et ρ_g et μ_g pour la couche de colle.

3 Modèle analytique : équations fondamentales et conditions aux frontières

Le champ de déplacement, supposé harmonique de pulsation ω , est exprimé en fonction du temps par la fonction $\exp(i\omega t)$. L'onde incidente, provenant de l'extrémité gauche de la structure, est caractérisée par son amplitude (en fonction de la coordonnée z) à l'entrée $x=0$ de la plaque striée (domaine $D_q = [x \in (0, \infty), z_q \in (-L_q/2, Z_q)]$). Les champs de déplacement de cisaillement dans chaque plaque ($q=1,2$), supposés polarisés le long de l'axe y , sont notés :

$$\hat{u}_q(x, z_q; t) = \hat{U}_q(x, z_q) \exp(i\omega t) \vec{e}_y,$$

où $\vec{e}_y = \vec{e}_{y1} = \vec{e}_{y2}$ désigne le vecteur unité qui a le sens positif de la coordonnée y et où $\hat{U}_q(x, z_q)$ représente la composante y de l'amplitude complexe du champ de déplacement. Leurs comportements sont régis par le système d'équations, équations de propagation et conditions aux frontières, qui prend la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} & \left(\partial_{xx}^2 + \partial_{z_q z_q}^2 + k_q^2 \right) \hat{U}_q(x, z_q) = -\hat{f}(z_q) \delta(x), \quad \forall [x, z_q] \in D_q, \\ & \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \vec{0}, \quad \forall x \in (0, \infty), \quad z_q = -L_q/2, \\ & \left. \begin{aligned} & \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \overline{\overline{T}}_g(x, z_q) \cdot \vec{n}_q \\ & \hat{U}_q(x, z_q) = \hat{U}_g(x, z_q) \end{aligned} \right\}, \quad \forall x \in (0, \infty), \quad z_q = Z_q(x), \\ & \text{pas d'onde retour de } x \rightarrow \infty, \end{aligned} \right\} \quad (3\text{-a.b.c.d})$$

où $k_q = \omega/c_q$, $c_q = \sqrt{\mu_q/\rho_q}$ étant la vitesse des ondes de cisaillement dans les plaques homogènes solides, et où $\hat{f}(z_q)$ représente l'intensité de la source en $x=0$ [$\delta(x)$ étant la fonction de Dirac], et où $\overline{\overline{T}}_q(x, z)$ et $\overline{\overline{T}}_g(x, z)$ représentent respectivement les tenseurs de contraintes dans les plaques et dans la colle. Les conditions aux frontières (3-b.c) sur les surfaces striées impliquent l'expression suivante :

$$\overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = N_q^{-1} \left[T_{yx_q}(x, z_q) (\partial_x h_q) + (-1)^{q+1} T_{yz}(x, z_q) \right] \vec{e}_y, \quad (4)$$

avec $\vec{e}_y = \vec{e}_{y1} = \vec{e}_{y2}$.

Compte tenu de la loi de Hooke et de la polarisation suivant l'axe y des ondes SH, les conditions aux frontières peuvent être écrites comme suit :

$$\overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \mu_q \partial_{n_q} \hat{U}_q(x, z_q) \vec{e}_y, \quad (5)$$

$$\text{où} \quad \partial_{n_q} = \vec{n}_q \cdot \vec{\nabla} = N_q^{-1} \left[(\partial_x h_q) \partial_{x_q} + \partial_{z_q} \right] = N_q^{-1} \left[(\partial_x h_q) \partial_x + (-1)^{q+1} \partial_z \right] \quad (6)$$

est la dérivée normale sortante de la plaque. Les expressions équivalentes pour les paramètres concernant la couche de colle (indice "g") découlent des mêmes définitions et des mêmes propriétés. En négligeant les effets de l'inertie de la colle (approximation du premier ordre par rapport à l'épaisseur qui implique que le tenseur des contraintes est uniforme sur l'épaisseur de cette couche), et d'autres effets (dissipation, relaxation, ...), le comportement de cette couche de colle, en l'absence de rugosité, peut être exprimé par la relation (7) suivante, qui traduit la continuité des déplacements :

$$\partial_{z_q} \hat{U}_q^{(0)} = \frac{\mu_g/L_g}{\mu_q} \left[\hat{U}_{s \neq q}^{(0)}(x', L_s/2) - \hat{U}_q^{(0)}(x', L_q/2) \right]. \quad (7)$$

4 Expression modale du champ : fonction de Green et formulation intégrale

4.1 La fonction de Green

Le champ de déplacement est exprimé par un développement sur les fonctions propres $\psi_{qm}(z_q)$,

$$\hat{U}_q(x, z_q) = \sum_{m=1}^{\infty} \hat{A}_{qm}(x) \psi_{qm}(z_q), \quad (8)$$

ces fonctions propres étant solutions du problème aux valeurs propres de Neumann pour le guide à géométrie compatible (domaine $D_{q0} = [x \in (0, \infty); z_q \in (-L_q/2, L_q/2)]$)

$$\begin{cases} \left[\partial_{zz}^2 + k_{z_q m}^2 \right] \psi_{q_m}(z_q) = 0, & z_q \in (-L_q/2, L_q/2), \\ \partial_{z_q} \psi_{q_m}(z_q) = 0, & z_q = -L_q/2, \\ \left(\partial_{z_q} + \eta_q \right) \psi_{q_m}(z_q) = 0, & z_q = L_q/2, \end{cases} \quad (9)$$

où le paramètre η_q , écrit dans la suite sous la forme $\eta_q = \mu_g / (L_g \mu_q)$ traduit la réaction d'une plaque sur l'autre supposée au repos. Les fonctions propres $\psi_{q_m}(z_q)$ ont pour expressions

$$\psi_{q_m}(z_q) = \alpha_{q_m}^{-1} \cos k_{z_q m} (z_q + L_q/2)$$

et les valeurs propres sont solution de l'équation (en remplaçant η_q par son expression)

$$(L_q / \mu_q) \cotan(k_{z_q m} L_q) / (k_{z_q m} L_q) = L_g / \mu_g .$$

La fonction de Green associée, correspondant à une source ponctuelle située à un point (x', z'_q) de la plaque q , prend la forme suivante

$$G_q(x, z_q; x', z'_q) = \sum_m g_{q_m}(x; x', z'_q) \psi_{q_m}(z_q) \quad (10-a)$$

où

$$g_{q_m}(x; x', z'_q) = \frac{\exp(-i k_{x_q m} |x - x'|)}{2i k_{x_q m}} \psi_{q_m}(z'_q), \quad k_{x_q m} = \sqrt{k_q^2 - k_{z_q m}^2} . \quad (10-b)$$

4.2 La formulation intégrale du problème avec rugosité

Le champ de déplacement, solution des équations (3-a.b.c.d) dans le domaine $D_q = [x \in (0, \infty), z_q \in (-L_q/2, Z_q)]$, peut être exprimé, compte tenu des expressions (10-a.b) de la fonction de Green dans le domaine $D_{q0} = [x \in (0, \infty); z_q \in (-L_q/2, L_q/2)]$, de la façon suivante :

$$\left. \begin{array}{l} (x, z_q) \in (D_q), \quad \hat{U}_q(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q0} - D_q), \quad 0 \end{array} \right\} = \left\{ \hat{F}_q(x, z_q) + \hat{E}_{qs}^{(0)}[x, Z_q, Z_s]_{s \neq q} \right\} + \left\{ \hat{H}_q[\hat{A}_q(x), z_q] + \hat{E}_{qs}[x, Z_q, Z_s]_{s \neq q} \right\}, \quad (11-a)$$

où

$$\hat{F}_q(x, z_q) = \int_{-L_q/2}^{L_q/2} \int_0^{+\infty} G_q(x, z_q; x', z'_q) \hat{f}_q(x', z'_q) dx' dz'_q, \quad (11-b)$$

et, étant donné l'expression retenue pour η_q [en notant dans la suite $G_q(x, z_q; x', z'_q = Z_q) = G_q(Z_q)$ par concision]

$$\begin{aligned} \hat{H}_q[\hat{A}_q(x), z_q] = & N_q^{-1} \int_0^\ell \left\{ \ell g(\mu_q / \mu_g) \partial_{z'_q} \hat{U}_q(x', Z_q) \left[(\partial_{x'} h_q) \partial_{x'} + \partial_{z'_q} \right] G_q(Z_q) \right. \\ & \left. - \left[\eta_q^{-1} + h_q \right] \partial_{z'_q} G_q(L_q/2) \left[(\partial_{x'} h_q) \partial_{x'} + \partial_{z'_q} \right] U_q(x', Z_q) \right\} dx', \end{aligned} \quad (11-c)$$

représentent respectivement le terme source, transfert d'énergie entre la source (supposé être localisé en

$x' = 0$) et chaque plaque de façon indépendante, et les effets de dispersion dus respectivement au profil et à la profondeur de la rugosité sur les deux côtés de la couche de colle, l'intervalle dans lequel la rugosité n'est pas nul étant donné par $x \in (0, \ell)$, et où

$$\begin{aligned} \hat{E}_{qs \neq q}(x, Z_q, Z_s) = & -N_q^{-1} \int_0^\ell \left\{ \hat{U}_{s \neq q}(x', Z_s) (\partial_{x'} h_q) \partial_{x'} G_q(Z_q) \right. \\ & \left. + \left[\hat{U}_{s \neq q}(x', Z_s) \partial_{z'_q} G_q(Z_q) - \hat{U}_{s \neq q}(x', L_s/2) \partial_{z'_q} G_q(L_q/2) \right] \right\} dx', \end{aligned} \quad (11-d)$$

et

$$\hat{E}_{qs \neq q}^{(0)}(x, Z_q, Z_s) = -N_q^{-1} \int_0^\infty \hat{U}_{s \neq q}(x', L_s/2) \partial_{z'_q} G_q(L_s/2) dx', \quad (11-e)$$

représentent les effets de diffusion dus respectivement au profil et à la profondeur de la rugosité sur les deux côtés de la couche de colle et le couplage entre les plaques à travers la couche de colle sans rugosité.

Lorsque les plaques ne sont pas rugueuses, l'équation (11-a) se réduit à :

$$\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = \hat{F}_q(x, z_q) + \hat{E}_{qs}^{(0)}[x, Z_q, Z_s]_{s \neq q}, \quad (12)$$

La somme dans le membre de droite de cette dernière équation représente l'onde incidente, c'est-à-dire l'onde générée dans la plaque sans surfaces rugueuses sur les deux côtés de la couche de colle. Ainsi, les deux équations intégrales couplées prennent la forme suivante

$$\left. \begin{aligned} (x, z_q) \in (D_q), \quad \hat{U}_q(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q0} - D_q), \quad 0 \end{aligned} \right\} = \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) + \left\{ \hat{H}_q[\hat{A}_q(x), z_q] + \hat{E}_{qs}[x, Z_q, Z_s]_{s \neq q} \right\}, \quad (13)$$

la rugosité étant représentée par la somme à l'intérieur de l'accolade. La solution $\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q)$ (en l'absence de rugosité) prend la forme suivante [7]

$$\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = \left(A_q e^{-ik_{z_q}^{(0)} z_q} + B_q e^{ik_{z_q}^{(0)} z_q} \right) e^{-ik_x^{(0)} x}, \text{ avec } k_{z_q}^{(0)} = \sqrt{k_q^2 - \left(k_x^{(0)}\right)^2} \neq 0, \quad (14)$$

les constantes d'intégration A_q et B_q étant connues. En remplaçant $\hat{U}_q(x, z_q)$ par son expression (8) et tenant compte des propriétés d'orthogonalité des fonctions propres, le produit scalaire dans l'intervalle $z_q \in (-L_q/2, L_q/2)$ de l'équation (13) par les fonctions propres $\psi_{qm}(z_q)$ donne la relation suivante entre les coefficients inconnus \hat{A}_{qm}

$$\begin{aligned} \hat{A}_{qm}(x) = & \int_{-L_q/2}^{L_q/2} \hat{U}_q^{(0)}(x, z'_q) \psi_{qm}(z'_q) dz'_q \\ & + \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ \hat{H}_{qmr}[\hat{A}_{qr}(x), Z_q] + B_{qrm}(x) \hat{A}_{qr}(x) \right\} + \left[\hat{E}_{qsm}(x, Z_q, Z_s) \right]_{s \neq q}, \end{aligned} \quad (15-a)$$

avec

$$B_{qrm}(x) = \int_{Z_q(x)}^{L_q/2} \psi_{qr}(z) \psi_{qm}(z) dz. \quad (15-b)$$

Le premier terme de droite représente l'effet du champ incident sur le mode m , les seconds (entre accolades) représentent le couplage modal de frontière provenant de la forme et de la profondeur de la rugosité, le troisième représente la profondeur de la rugosité (couplage modal de volume), et le quatrième traduit le couplage d'une plaque à l'autre à travers la couche de colle. Faisant usage de la notation

$$\delta \hat{U}_q(x, z_q) = \hat{U}_q(x, z_q) - \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\xi}_{qm}(x) \psi_{qm}(z_q), \quad (16)$$

l'équation (15) prend la forme suivante :

$$\hat{\xi}_{qm}(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \left[\hat{H}_{qmr} \left[\hat{A}_{qr}(x), Z_q \right] + B_{qrm}(x) \hat{A}_{qr}(x) \right] + \left[\hat{E}_{qs_m}(x, Z_q, Z_s) \right]_{s \neq q}. \quad (17)$$

5 Résolution par approximations successives et résultats

Le champ de déplacement incident dans chaque plaque subit des diffusions sur les irrégularités, entraînant ainsi des couplages de modes à l'intérieur de chaque plaque [équation (11.c)] et des couplages entre les plaques [équations (11.d) et (15.b)].

L'utilisation d'un procédé itératif permet d'exprimer l'amplitude de chaque mode

$$\hat{A}_{qm}(x) = \int_{-L_q/2}^{L_q/2} \hat{U}_q^{(0)}(z) \psi_{qm}(z) dz + \hat{\xi}_{qm}(x), \quad (18)$$

ce qui suppose que la fonction de couplage dans le membre de droite de l'équation (16) est une petite quantité par rapport à l'amplitude du mode correspondant de l'onde incidente. Par suite, la solution à l'ordre N de l'équation (16) pour $\hat{\xi}_{qm}(x)$ s'écrit comme suit :

$$[N]_{\hat{\xi}_{qm}}(x) = (1)_{\hat{\xi}_{qm}}(x) + (2)_{\hat{\xi}_{qm}}(x) + \dots + (N-1)_{\hat{\xi}_{qm}}(x) + (N)_{\hat{\xi}_{qm}}(x), \quad (19)$$

$[N]_{\hat{\xi}_{qm}}(x)$ désignant la perturbation à l'ordre N .

En conclusion, notons que les relations entre champs de déplacements acoustiques et profils de rugosité peuvent être étudiées pour tous types de rugosité (de dimensions faibles par rapport aux épaisseurs de la plaque) et, par ailleurs, que la relation entre les densités spectrales de puissance (DSP) des profils de rugosité et les courbes de dispersion, peut être établie pour mettre en évidence les couplages des modes dans le cas de divers types de rugosités (régulière ou aléatoire).

Références

- [1] Chimenti D.E., Lobkis O.I., The effect of rough surfaces on guided waves in plates, *Ultrasonics*, 36, 155-162, 1998.
- [2] Leduc D., Hladky A.C., Morvan B., Izbicki J.L., Pareige P., Propagation of Lamb waves in a plate with periodic grating: Interpretation by phonon, *J. Acoust. Soc. Am.*, 118 (4), 2234-2239, 2005.
- [3] Banerjee S., Kundu T., Elastic wave propagation in sinusoidally corrugated waveguides, *J. Acoust. Soc. Am.*, 119 (4), 2006-2017, 2006.
- [4] Potel C., Leduc D., Morvan B., Depollier C., Hladky A.C., Izbicki J.L., Pareige P., Bruneau M., Lamb wave attenuation in a rough plate. I. Analytical and experimental results in an anisotropic plate, *J. Appl. Phys.*, 104, 074908, 2008.
- [5] Potel C., Leduc D., Morvan B., Depollier C., Hladky A.C., Izbicki J.L., Pareige P., Bruneau M., Lamb wave attenuation in a rough plate. II. Analytical and numerical results in a fluid plate, *J. Appl. Phys.*, 104, 074909, 2008.
- [6] Valier-Brasier T., Potel C., Bruneau M., "Shear acoustic waves polarized along the ridged surface of an isotropic solid plate: mode coupling effects due to the shape profile", *J. Appl. Phys.*, 108 (7), 074910 2010.
- [7] Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides*, Ed. Masson, 1996