



HAL
open science

Identification du comportement dynamique non linéaire des composants élastomère

Hanen Jrad, Jean-Luc Dion, Franck Renaud, Imad Tawfiq, Mohamed Haddar

► **To cite this version:**

Hanen Jrad, Jean-Luc Dion, Franck Renaud, Imad Tawfiq, Mohamed Haddar. Identification du comportement dynamique non linéaire des composants élastomère. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03439043

HAL Id: hal-03439043

<https://hal.science/hal-03439043>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification du Comportement Dynamique non linéaire des Composants Viscoélastiques

H. JRAD^{a,b*}, J-L. DION^a, F. RENAUD^a, I. TAWFIQ^a et M. HADDAR^b

a. Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des Matériaux (LISMMA), Institut Supérieur de Mécanique de Paris, 3 rue Fernand Hainaut, 93407 Saint Ouen Cedex, Paris, France.

b. Unité Modélisation, Mécanique et Productique (U2MP), Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, BP N° 1173, Sfax, 3038, Tunisie.

Résumé :

Le modèle de Maxwell généralisé non linéaire (MMGNL) avec seulement 4 paramètres indépendants est proposé pour décrire le comportement dynamique du composant viscoélastique. Le MMGNL permet une description précise et une bonne connaissance du comportement dynamique des composants viscoélastiques en fonction de l'amplitude, la précharge et la fréquence. Les différents paramètres du modèle choisi peuvent être identifiés avec un seul essai pratique.

Mots clefs: Viscoélasticité Non Linéaire, Maxwell Généralisé, Raideur Dynamique, Formulation Pole-Zéro.

1 Introduction :

Les matériaux viscoélastiques sont utilisés dans tous les domaines de l'ingénierie et des systèmes mécaniques, de l'électroménager, spatial, l'automobile, l'aéronautique ou le génie civil (ponts...) grâce à leur capacité d'amortir les chocs ou de filtrer les vibrations.

Le composant viscoélastique est soumis à une double contrainte : une charge statique (très souvent en compression) qui représente la part du poids supporté par l'élément et une charge dynamique qui vient des sollicitations vibratoires relatives entre le référentiel et l'élément suspendu. En effet, les composants viscoélastiques assurent deux fonctions : La tenue mécanique d'un système et son isolation vibratoire. D'où l'importance du rôle que jouent ces matériaux dans la conception du comportement dynamique du système mécanique.

Les caractéristiques dynamiques des composants viscoélastiques sont souvent très complexes, car leur réponse dépend de plusieurs variables: la fréquence, l'amplitude, la précharge et de la température.

Le but de cette étude est la caractérisation, la modélisation et l'établissement d'une méthodologie pour l'identification des paramètres du modèle proposé pour décrire le comportement dynamique non linéaire des composants viscoélastiques.

2 Caractérisation expérimentale :

Pour caractériser le comportement dynamique d'un échantillon en caoutchouc, on utilise la machine MTS qui se compose d'un bâti suspendu à très basse fréquence (<1 Hz) afin d'amortir les vibrations parasites et de mieux isoler le système de sollicitation des perturbations extérieures et de deux colonnes verticales reliées par une traverse mobile qui supporte un vérin hydraulique sont fixées rigidement au bâti.

Au vérin hydraulique sont associés : deux accumulateurs, une servovalve, un groupe hydraulique, un capteur de déplacement et un capteur de force.

Ces organes assurent le fonctionnement et l'asservissement en déplacement du vérin.

Le capteur de force est fixé sur le bâti. Le capteur de déplacement sur la base supérieure du vérin.

L'ensemble du système est piloté par un ordinateur muni d'une carte d'interface de type GPIB (General Purpose Interface Bus) reliée à l'analyseur FFT.

La MTS

- Asservi le vérin en déplacement par le contrôle en boucle fermée du système d'essai
- Gère le suivi des signaux et les dysfonctionnements de l'asservissement (muni d'un « compresseur » qui permet le contrôle en puissance du signal d'entrée et assure l'asservissement du vérin hydraulique)
- Dispose de deux tiroirs spécifiques destinés au traitement des signaux provenant des capteurs de force et de déplacement

L'analyseur FFT (Fast Fourier Transform) gère et contrôle le balayage en fréquence du signal sinus en incrémentant, après chaque acquisition, la fréquence d'excitation (figure 1).



FIG. 1 – Dispositif du banc d'essai- machine d'essai MTS.

Pour les essais de compression, on utilise un plot constitué d'un cylindre en élastomère vulcanisé de 18 mm de hauteur et de 28mm de diamètre pour des précharges statiques $P = [300, 500, 700, 1000, 1500, 2000, 2500]$ N, des amplitudes de déplacements $A = [10, 25, 60, 100, 150, 250, 600]$ μm , une plage fréquentielle d'excitation de $f = [4..130]$ Hz et une température ambiante de $T = 20^\circ\text{C}$. Le mélange utilisé est un mélange très peu chargé en noir de carbone. L'échantillon est placé entre deux armatures métalliques. L'une des armatures est fixe et l'autre se déplace suivant l'axe du plot sous l'action du vérin. On impose donc à la surface supérieure de l'échantillon une précharge statique et un déplacement vertical x (figure 1.b). L'excitation est réalisée à l'aide d'un vérin hydraulique muni d'un capteur de déplacement (LVDT). Le capteur de force est intégré dans l'embase du montage d'essai. Les signaux force et déplacement, après conditionnement analogique sont renvoyés sur un analyseur de spectre en vue de leur traitement numérique et la raideur dynamique K^* est donné par le rapport force/ déplacement :

$$K^*(\omega) = \frac{\hat{F}(\omega)}{\hat{x}(\omega)} = \frac{F_0}{x_0} \cdot \exp(j\varphi) = K'(\omega) + jK''(\omega) = K'(\omega)[1 + j \tan \varphi] \quad (1)$$

Un aperçu des résultats des tests de compression dynamique est montré dans la figure 2 et la figure 3. Le Module et la phase φ de la raideur dynamique sont utilisés ici pour caractériser les propriétés dynamiques

- Le module de la raideur dynamique diminue lorsque l'amplitude augmente, il diminue vers des valeurs asymptotiques pour les grandes amplitudes.

La phase atteint un maximum quand le module de raideur dynamique diminue et atteint son minimum pour des amplitudes maximales. Ce phénomène est appelé "effet payne" identifié depuis 1965, Gacem [1].

Le module de la raideur dynamique augmente avec l'augmentation de la précharge.

La précharge et l'amplitude de déplacement ont des effets opposés. En effet, le matériau viscoélastique est plus souple avec des amplitudes croissantes mais plus dure en augmentant la précharge.

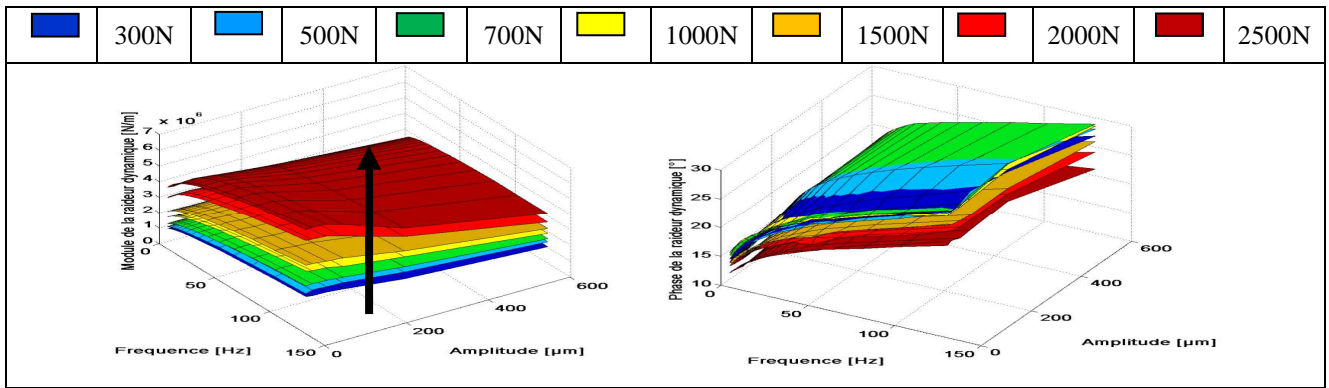


FIG. 2– Le module et la phase de la raideur dynamique en fonction de la fréquence et de l’amplitude pour chaque précharge lors des essais de compression.

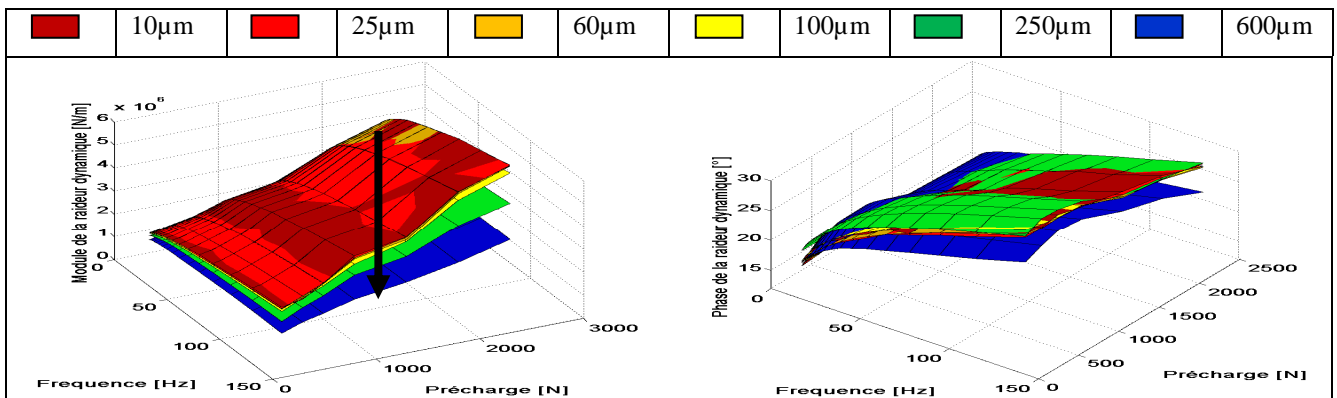


FIG. 3– Le module et la phase de la raideur dynamique en fonction de la fréquence et de la précharge pour chaque amplitude lors des essais de compression.

3 Modèle de Maxwell Généralisé Non linéaire (MMGNL)

Le modèle de Maxwell généralisé non linéaire est proposé pour décrire le comportement dynamique du composant viscoélastique. Le MMGNL choisi est composé d’un ressort non linéaire et de N cellules de Maxwell linéaire (figure 4), Koeller [2]. Pour un déplacement imposé $x(t)$, la réponse est la somme des forces du ressort et de chaque cellule :

$$F(t) = F_0(t) + \sum_{i=1}^N F_i(t) \tag{2}$$

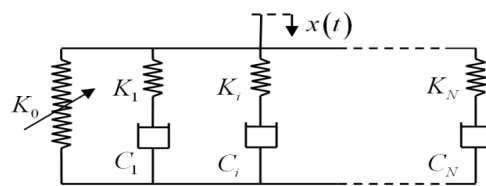


FIG. 4– Le modèle de Maxwell généralisé non linéaire.

La raideur dynamique peut être exprimée à partir du modèle maxwell généralisée soit par une formulation rhéologique :

$$Z(\omega) = K_0 + \sum_{i=1}^N \frac{j\omega K_i C_i}{K_i + j\omega C_i} \quad K_i, C_i, i = [1..N] \tag{3}$$

soit une formulation pôles-zéros utilisé en automatique, notamment par Oustaloup [3].

$$Z(\omega) = K_0 \prod_{i=1}^N \left(\frac{1 + (j\omega/\omega_{z,i})}{1 + (j\omega/\omega_{p,i})} \right) \quad \omega_{p,i}, \omega_{z,i}, i = [1..N] \tag{4}$$

4 Techniques d'identification paramétrique

Le diagramme de la figure 5 résume les différentes étapes effectuées pour l'identification des paramètres de Maxwell généralisés non linéaires

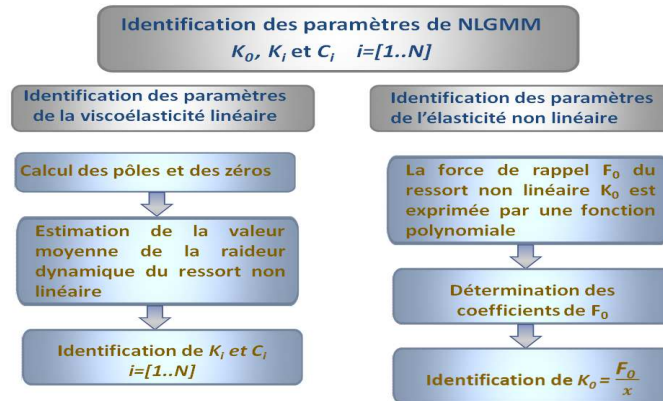


FIG. 5– Diagramme résumant les étapes effectuées pour l'identification des paramètres de MMGNL.

4.1 Identification de Ki et Ci

Il y a une équivalence entre la formulation rhéologique et la formulation pôles-zéros de la raideur dynamique, Dion [9], ce qui permet l'identification des paramètres de MMGNL

$$\begin{cases} K_i = K_0 \prod_{h=1}^N \left(\frac{\omega_{p,h}}{\omega_{z,h}} \right) \left(\frac{\omega_{p,i} - \omega_{z,h}}{\omega_{p,i} + \omega_{p,h} (\delta_{ih} - 1)} \right) \\ C_i = \frac{K_i}{\omega_{p,i}} \end{cases} \tag{5}$$

La valeur moyenne de la raideur dynamique du ressort non linéaire est estimée

$$\bar{K}_0 = \int_{\omega} \left(\prod_{i=1}^N \left(\frac{1 + (j\omega/\omega_{z,i})}{1 + (j\omega/\omega_{p,i})} \right) \right) / K_m^*(\omega) d\omega \tag{6}$$

Les coefficients K_i et C_i sont identifiés à partir du système d'équations après calcul des pôles et des zéros et la méthode utilisée pour déterminer les pôles et les zéros est analogue à celle proposé par Oustaloup [3] dont l'idée maitresse est de considérer la phase égale à $\frac{\pi}{2}$ entre le zéro et le pole de même ordre et nulle partout ailleurs et la phase résultante sur le domaine de fréquence étudié est alors estimée comme la moyenne des phases calculées entre le premier zéro et le dernier pole. Les coefficients linéaires de MMGNL (Amortisseurs C_i and Raideurs K_i), sont communs respectivement pour différentes amplitudes de déplacements et de précharges statiques avec $i=[1..N]$ et $N=5$ cellules (Figure 6).

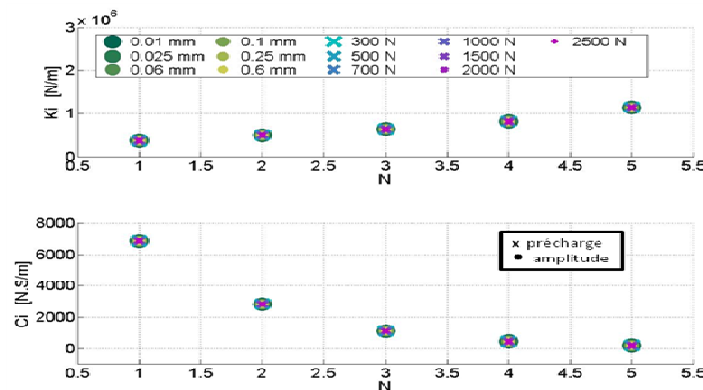


FIG. 6– K_i et C_i identifiés pour chaque cellule.

4.2 Identification de K_0

Le déplacement est exprimé comme

$$x(t) = x_0 + x_d \sin(\omega t) \quad (7)$$

avec

x_0	Déplacement sous précharge statique
x_d	Amplitude de déplacement
K_{m0}	Mesure de la raideur non linéaire

On considère que la raideur dynamique dépend des sollicitations statiques et aussi des sollicitations dynamiques. On se propose de modéliser le comportement dynamique du caoutchouc par une fonction non linéaire :

$$F_0 = f(x) \quad (8)$$

L'identification de K_0 est basée sur l'hypothèse d'avoir une fonction bijective entre la force et le déplacement (figure 7). Pour les petits déplacements, K_0 peut être considéré comme la tangente locale à x_0 , mais, pour les grandes amplitudes x_d , K_0 est estimé en calculant la valeur moyenne de F_0/x dans l'intervalle d'excitation dynamique $[x_0 - x_d, x_0 + x_d]$

La force de rappel F_0 du ressort non linéaire est exprimée

$$F_0(t) = \alpha x^3(t) + \beta x^2(t) + \gamma x(t) \quad (9)$$

Le choix d'une fonction quadratique est dû à l'analyse du comportement dynamique de l'échantillon en caoutchouc qui montre un comportement d'assouplissement avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation, et un comportement de durcissement avec l'augmentation de la précharge.

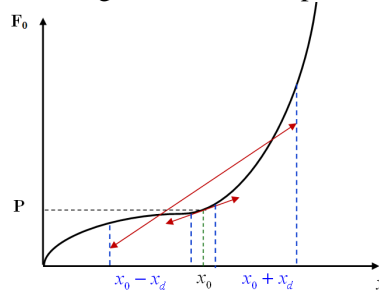


FIG. 7– Détermination de K_0 : Sketch de la relation non linéaire entre la force et le déplacement.

Le procédé de mesure de la raideur est basé uniquement sur la fréquence d'excitation, d'où

$$F_0(t) = \sin(\omega t) \left(\frac{3}{4} \alpha x_d^3 + (3\alpha x_0^2 + 2\beta x_0 + \gamma) x_d \right) \quad (10)$$

Alors

$$K_0 = \frac{F_0(t)}{x_d \sin(\omega t)} = \frac{3}{4} \alpha x_d^2 + 3\alpha x_0^2 + 2\beta x_0 + \gamma \quad (11)$$

Ayant x_0 et x_d mesurés, α , β et γ sont déterminés par minimisation aux moindres carrés et par la résolution de ce système de N équations

$$\begin{bmatrix} K_{m01} \\ \vdots \\ K_{m0i} \\ \vdots \\ K_{m0N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} x_{d1}^2 + 3x_{01}^2 & 2x_{01} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{3}{4} x_{di}^2 + 3x_{0i}^2 & 2x_{0i} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{3}{4} x_{dN}^2 + 3x_{0N}^2 & 2x_{0N} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (12)$$

Avec

N_e Nombre d'essais $i \in [1..N_e]$

K_{m0i} Mesure de la raideur du ressort non linéaire lors du $i^{\text{ème}}$ essai

Figure 8 présente les valeurs de K_0 mesurés et identifiés en fonction des amplitudes d'excitations.

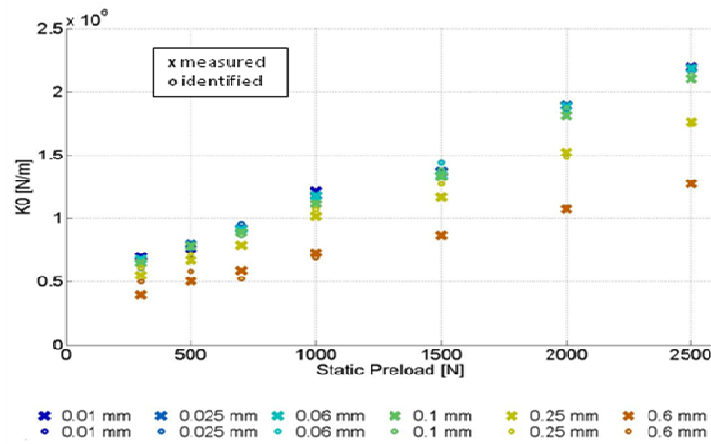


FIG. 8– K_0 en fonction de la précharge -Identification pour les différentes amplitudes.

On remarque bien qu'il y a un bon accord entre les valeurs mesurées et simulées de K_0 pour les différentes amplitudes d'excitations.

5 Résultats de validation

On utilise une méthode basée sur les caractéristiques des asymptotes de la formulation pôle-zéro qui permet d'identifier les paramètres MMGNL (à la fois le module et la phase) avec plus d'efficacité que les méthodes classiques grâce à l'algorithme d'optimisation graphique basé sur les asymptotes, Dion[4] et Renaud [5].

$$\begin{cases} |Z(\omega)| = K_0 \prod_{i=1}^N |Z(\omega)|_i = K_0 \prod_{i=1}^N \frac{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{z,i})^2}}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{p,i})^2}} \\ \varphi(\omega) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\omega) = \sum_{i=1}^N \left(\tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_{z,i}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_{p,i}} \right) \right) \end{cases} \quad (13)$$

Le module et phase de la raideur dynamique sont présentés pour une précharge statique $P = 2000N$ et différentes amplitudes de déplacement en fonction de la fréquence (figure 9).

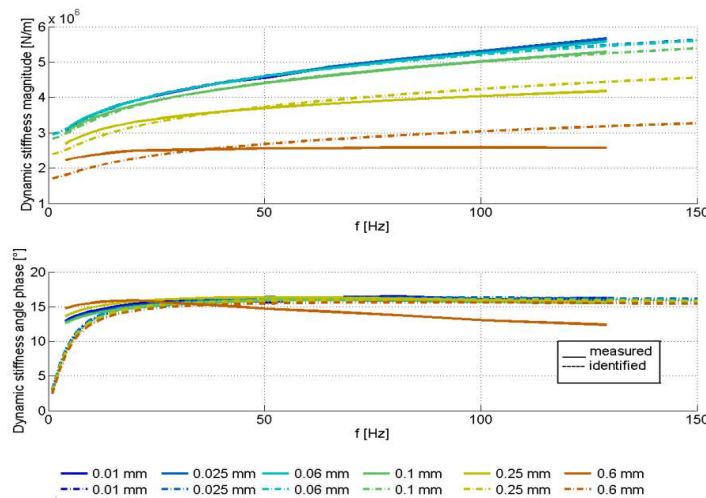


FIG. 9– Le module et phase de la raideur dynamique pour une précharge statique $P = 2000N$ et différentes amplitudes de déplacement en fonction de la fréquence.

6 Conclusion

Ce travail propose une étude du comportement dynamique des composants viscoélastiques qui joue un rôle important pour amortir les vibrations mécaniques, avec seulement 4 paramètres indépendants. Il permet une description précise et une bonne connaissance du comportement dynamique des composants viscoélastiques en fonction de l'amplitude, la précharge et la fréquence. Les différents paramètres du modèle choisi peuvent être identifiés avec un seul essai pratique.

References

- [1] Gacem, H., 2007, "Hyperelastic Behaviour of Elastomers, Non linear Viscoelasticity, Application on Multilayers," Ph.D. thesis, LISMMA., SUPMECA, Paris.
- [2] Koeller, R. C., 1984, "Applications of fractional calculus to the theory of viscoelasticity," *Journal of Applied Mechanics*, 51(2) :299–307.
- [3] Oustaloup, A., 1991, *La commande CRONE: commande robuste d'ordre non entier*, Hermès.
- [4] Dion, J. L., Vialard, S., 1997, "Identification of rubber shock absorber mounts", *Mécanique industrielle et matériaux* 50 232– 237.
- [5] Renaud, F., Dion, J. L., Chevallier, G., Tawfiq, I. and Lemaire, R., 2011, "A new identification method of viscoelastic behaviour: Application to the generalized Maxwell model," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 3, pp. 991 – 1010.