



**HAL**  
open science

## Rhéologie d'un mélange hétérogène de grains de cohésion différente

Charles Voivret, Pierre Jop

► **To cite this version:**

Charles Voivret, Pierre Jop. Rhéologie d'un mélange hétérogène de grains de cohésion différente. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422887

**HAL Id: hal-03422887**

**<https://hal.science/hal-03422887>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Rhéologie d'un mélange hétérogène de grains de cohésion différente

C. Voivret<sup>a,b</sup>, P. Jop<sup>a</sup>

a. *Surface du Verre et Interfaces, UMR 125 CNRS/saint-gobain Recherche, 39 quai Lucien Lefranc, 93303 AUBERVILLIERS*

b. *Innovation et Recherche SNCF, 45 rue de Londres, 75379 Paris cedex 08*

## Résumé :

*Les matériaux granulaires cohésifs réels ne sont pas toujours homogènes spatialement : mélanges de grains cohésifs ou non, distribution de liquide hétérogène induisant une cohésion capillaire. Nous étudions numériquement la rhéologie d'un mélange de grains de propriétés cohésives différentes en fonction de leur fraction volumique par une méthode de dynamique des contacts dans une configuration de cisaillement simple. Nous mettons en évidence une loi de mélange faisant intervenir les propriétés des matériaux homogènes que nous tentons de relier à la structure locale du milieu.*

## Abstract :

*Real cohesive granular materials are not always spatially homogeneous : mixtures of non-cohesive and cohesive grains, heterogeneous distribution of liquid inducing capillary forces. We study numerically the rheology of a mixture of grains of different cohesive properties and the influence of their volume fraction on the mechanical properties by a numerical method of contact dynamics in a simple shear configuration. We highlight a mixing law involving the properties of homogeneous materials we are trying to connect to the local structure of the medium.*

**Mots clefs :** Matériaux granulaires ; Rhéologie ; Mélange cohésif

## 1 Introduction

Les procédés industriels de mise en forme de matériaux granulaires (industrie du bâtiment, agro-alimentaire ou encore pharmaceutique) font souvent intervenir des étapes de mélange entre des grains et un liquide. Alors que le mélange de fluide est plutôt bien connu, les processus à l'oeuvre dans ce cas hétérogène restent peu étudiés. Une première étape consiste à comprendre la façon dont la rhéologie d'un tel système évolue au fur et à mesure de l'incorporation du liquide par exemple. Dans ce domaine, un cas modèle consiste à étudier le comportement rhéologique d'un matériau granulaire dense lorsqu'il est composé d'une fraction de grains ayant des propriétés de cohésion. Ce système constitue précisément l'objet de cet article. Nous présentons tout d'abord le système tridimensionnel des simulations numériques. Puis nous étudions l'importance de la fraction de grains cohésifs sur les propriétés mécaniques et de structure du milieu.

## 2 Système granulaire

Nous réalisons des simulations numériques tridimensionnelles et périodiques dans les trois directions. Ces choix permettent d'une part de créer des structures cohésives plus ramifiées qu'avec un système bidimensionnel et d'autre part de limiter les effets de bords. La méthode numérique utilisée est une méthode de dynamique des contacts [3]. Les grains sont sphériques et possèdent tous les mêmes propriétés (taille, masse, coefficient de restitution, coefficient de friction) sauf une propriété de surface : une fraction  $X$  des grains pourra créer des contacts cohésifs avec les grains voisins.

Chaque simulation contient 2000 grains dont nous rendrons une fraction d'entre eux cohésifs (de 0% à 100%). La dispersion en taille permettant de limiter la cristallisation de l'échantillon est uniforme en volume et le rapport des diamètres extrêmes est de 10%. La géométrie rectangulaire a des dimensions ( $1 \times L \times H$ ) de  $22 \times 22 \times 27$  en termes de rayon moyen de particules.

Le protocole numérique est le suivant. Chaque échantillon est issu d'un même état : un système granulaire non cohésif a d'abord été compacté à pression constante, sans gravité, ni coefficient de friction pour une convergence plus rapide vers un état statique à l'équilibre. Puis le coefficient de friction inter-particule a été fixé à 0.3. Enfin le matériau peut être cisailé. Cet état servira d'état initial à toutes nos simulations ultérieures, nous choisissons par la suite de façon aléatoire une fraction  $X$  de grains qui acquièrent alors une propriété cohésive de surface. Nous avons choisi un modèle simplifié de cohésion : la force de cohésion  $N_c$  est attractive et non nulle dès que le contact est établi et elle disparaît dès sa rupture, sans cycle d'hystérésis. La force d'adhésion est constante et identique du moment qu'une des deux particules en contact est cohésive.

Les nombres sans dimension pertinents pour la description de ce système sont : le nombre inertiel  $I = \dot{\gamma}d/\sqrt{P/\rho}$  où  $\dot{\gamma}$  est le cisaillement du matériau,  $P$  la pression de confinement imposée,  $d$  le diamètre moyen et  $\rho$  la densité du milieu [1, 2]. D'autre part, pour quantifier la cohésion nous utilisons le rapport de la force de cohésion sur la force de pression moyenne sur un grain :  $\eta = N_c/(Pd^2)$ . Enfin la fraction de grains cohésifs  $X$ .

Pour travailler à nombre inertiel  $I$  fixé, nous imposons donc un cisaillement simple par la déformation du référentiel des grains en conservant une pression de confinement constante. Nous vérifions que le système atteint un état stationnaire puis le matériau est encore cisailé de 200% pour obtenir les grandeurs moyennes rhéologiques et mécaniques du mélange, notamment le coefficient de friction effectif par le rapport  $q/p$  où  $q$  est le déviateur des contraintes, identifié ici à la contrainte de cisaillement. Enfin nous vérifions que nous n'introduisons pas de ségrégation lors du tirage des particules collantes parmi les autres et que le système reste bien mélangé au cours du cisaillement.

### 3 Cisaillement simple

#### 3.1 Coefficient de friction effectif

Les régimes stationnaires qui nous intéressent concerne les écoulements à des nombres inertiels relativement élevés ( $I > 0.1$ ) et des cohésions faibles à modérées ( $\eta < 50$ ). Nous nous restreignons à ces régimes pour sortir des cas de déformation quasi-statique et pour conserver un cisaillement homogène sans fracture du milieu. La figure 1 montre les résultats pour le coefficient de friction effectif pour des fractions  $X$  de 0 à 100 %, pour différents nombres inertiels (symboles) et différentes cohésions (couleurs).

Nous retrouvons tout d'abord l'augmentation du coefficient de friction entre les états "100% sec" et "100% cohésif" tels que décrits par Rognon et al. [4] pour des cisaillements bidimensionnels. L'évolution du coefficient de friction n'est pas monotone et sature à partir d'une fraction de 70%. Cela se comprend assez bien en considérant que le comportement rhéologique dépend des contacts et ceux-ci seront majoritairement cohésifs même s'il reste encore une faible fraction de grains "secs". Nous reviendrons sur ce point plus loin.

#### 3.2 Compacité

Nous traçons maintenant l'évolution de la fraction solide  $\nu$  sur la figure 2. Celle-ci décroît aussi plus rapidement au début. Un des résultats important des travaux précédents était la relation univoque entre le coefficient de friction effectif et la compacité quelque soit le nombre d'inertie et le la force de cohésion. Nous testons ici si cette relation est valable pour des mélanges de pourcentages différents sur la figure de droite. De nouveau, cette relation semble robuste bien que le système soit partiellement hétérogène.

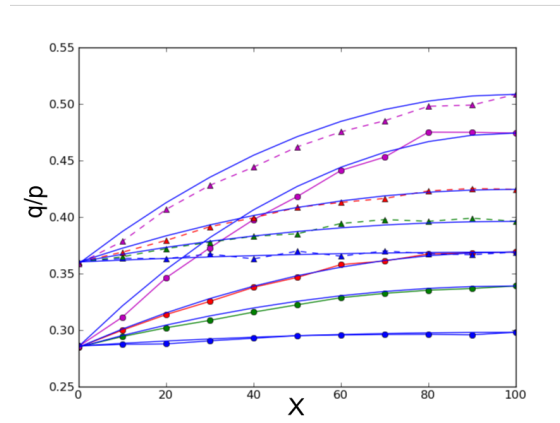


FIGURE 1 – Evolution du coefficient de friction effectif  $q/p$  en fonction de la fraction de billes cohésives. Les symboles correspondent aux simulations :  $I = 0.1$  (ronds),  $I = 0.3$  (triangles), de bas en haut pour des cohésions croissantes ( $\eta = 1, 5, 10, 30$ ). Les traits pleins correspondent à la prédiction d'un modèle heuristique.

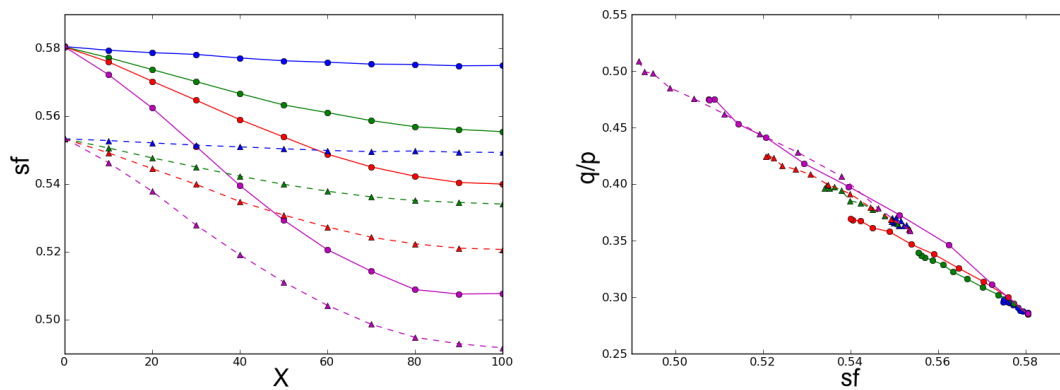


FIGURE 2 – (gauche) Evolution de la compacité avec la fraction de particules cohésives. (droite) Evolution coefficient de friction effectif  $q/p$  en fonction de la compacité moyenne pour toutes les simulations précédentes. Les symboles sont identiques à ceux de la figure 1.

### 3.3 Nombre de coordination

Afin de mieux comprendre la structure du système, nous nous intéressons au nombre de coordination (Fig. 3). Celui-ci augmente avec la fraction  $X$ . Etant donné que la compacité diminue, cela sous-entend que la structure devient plus aérée comme l'a déjà souligné Rognon dans les systèmes homogènes. Mais cette augmentation résulte en fait d'un processus plus complexe comme le montrent les nombre de coordination calculés par espèces de grains (Fig. 3 centre et droite). Pour les particules cohésives, le nombre de coordination  $Z_c$  ne fait que décroître dès les premiers ajouts. Le nombre de coordination des particules originales  $Z_d$  lui aussi commence par décroître pour les nombres de cohésion les plus importants puis augmente. La combinaison de ces deux décroissances initiales mène tout de même à une augmentation de la coordination moyenne car la valeur de  $Z_c$  est plus élevée.

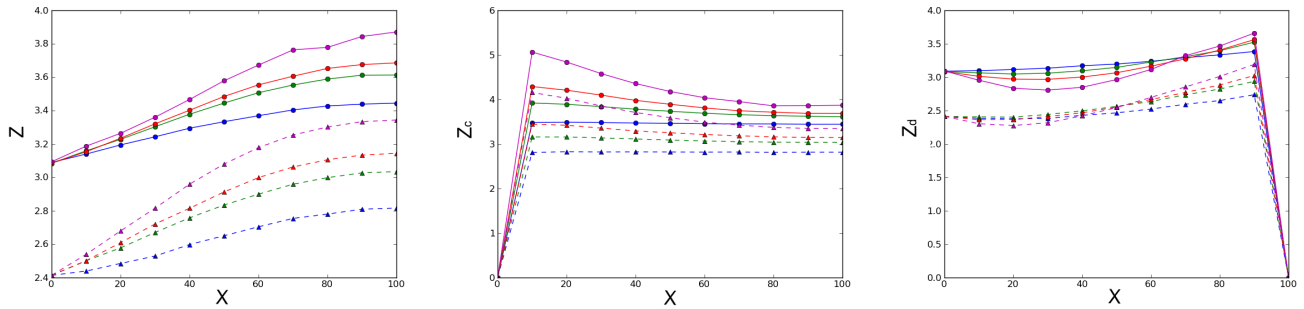


FIGURE 3 – (gauche) Nombre de coordination  $Z$  moyen en fonction de la fraction de grains cohésifs  $X$ . (centre) Nombre de coordination  $Z_c$  des grains cohésifs. (droite) Nombre de coordination  $Z_d$  des grains non-cohésifs. Les symboles sont identiques à ceux de la figure 1.

## 4 Loi de mélange

Dans les systèmes granulaire, il a été montré que pour des billes ou des disques, la résistance au cisaillement (le coefficient de friction effectif) était majoritairement dominé par l'anisotropie des forces normales de contacts [5]. Dans le cas tridimensionnel qui nous concerne, cette analyse est moins aisée, aussi nous avons opté pour une description heuristique de la rhéologie du matériau. En supposant que les coefficients de friction des deux états homogènes sont connus, nous raisonnons sur la probabilité de trouver un contact de nature donnée. Une image naïve consiste à penser que cette fraction de contact cohésifs ajoutera une fraction du comportement rhéologique du matériau homogène et cohésif. Les mesures de ces probabilités notée  $P_{ixPj}$  ( $i$  et  $j$  correspondent à la nature des grains :  $c$  ou  $d$ ), nous constatons plusieurs choses.

La figure 4 montre tout d'abord que la probabilité d'avoir un contact  $cc$  augmente avec  $X$  conformément à l'intuition. En revanche il est étonnant de remarquer que cette probabilité n'évolue pratiquement pas lorsque la cohésion augmente. De plus ces tracés se superposent à la probabilité aléatoire d'avoir un contact  $cc$  ( $P_{cxPc}$ ). Ces deux remarques signifient que les grains cohésifs restent distribués de façon homogène et aléatoire au cours du cisaillement même pour des cohésions importantes.

Regardons maintenant les contacts hétérogènes. Leur probabilité évolue avec la fraction de grains cohésifs. D'une part la courbe de probabilité augmente avec la force de la cohésion ainsi qu'avec l'inertie. D'autre part, elle devient dissymétrique par rapport à  $X = 50\%$  en faveur des faibles fractions  $X$  (la fraction des contacts  $dd$  diminue donc en proportion). En effet, dès les premiers ajouts de grains collants, les autres grains vont créer des contacts préférentiellement avec ceux-là et pour des durées plus longues.

Prenons maintenant ces probabilités de contact et essayons d'attribuer une contribution à la résistance au cisaillement des deux populations de contacts selon la formule suivante : pour un nombre inertiel et une cohésion donnés,

$$q/p = \mu_d(1 - PC) + PC\mu_c, \quad (1)$$

où  $\mu_d$  et  $\mu_c$  correspondent au coefficient de frottement des systèmes homogènes et PC est la probabilité d'avoir un contact cohésif, (cohésif-cohésif + cohésif-non-cohésif)

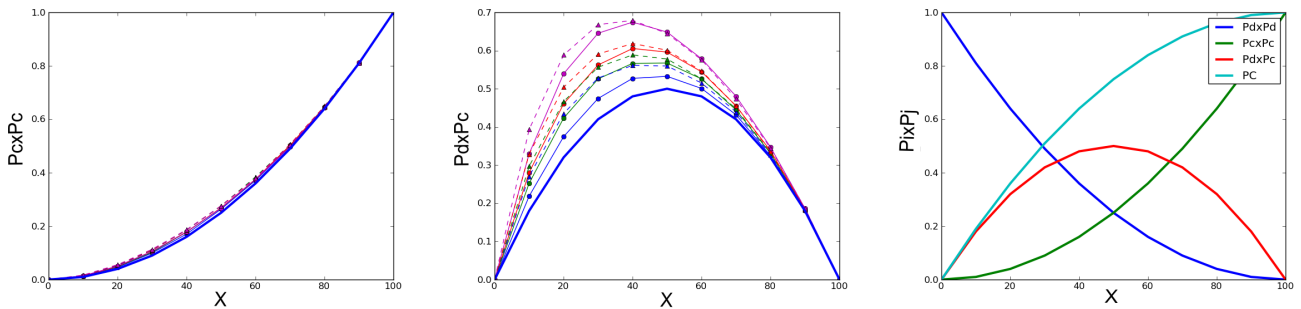


FIGURE 4 – (gauche) Probabilité mesurée de contact cohésif-cohésif. (centre) Probabilité mesurée de contacts non-cohésif-cohésif. (droite) Probabilité de contact théorique grain-grain dans un milieu complètement aléatoire selon leur nature en fonction de la fraction de grains cohésifs ( $c$  : grain cohésif,  $d$  : grain non-cohésifs). La courbe PC indique la probabilité totale de trouver un contact cohésif. Les symboles sont identiques à ceux de la figure 1.

Cette estimation ne reproduit pas les données simulées. Nous surestimons largement, aux faibles valeurs de la fraction  $X$ , le coefficient de frottement effectif. En revanche si nous prenons la probabilité  $PC$  théorique d'un mélange complètement aléatoire (courbe bleue clair sur la figure 4 de droite), l'accord est surprenant. Le résultat est montré sur la figure 1 par les courbes continues bleues. L'hypothèse que le mélange est aléatoire est renforcé par le fait que la distribution de contacts cohésifs-cohésifs ne dépend pas de la force de cohésion. Ce résultat soulève la question de la particularité de la microstructure. Une réponse peut se trouver dans l'analyse du réseau fort de contrainte. Si les contacts supplémentaires (ceux qui induisent une probabilité plus forte de trouver un contact hétérogène) ne participent pas ou peu à ce réseau ce contact alors le raisonnement précédemment présenté serait valable. Cependant, bien que la statistique des probabilités des contacts appartenant au réseau fort (la force normale est supérieure à la force normale moyenne) se rapproche de la probabilité aléatoire (l'écart à la courbe théorique est réduit de moitié), cela n'est pas suffisant. Ce résultat est aussi à rapproché de celui Voivret et al. qui montre que l'étalement de la polydispersité influe très peu sur la résistance au cisaillement car le réseau fort est principalement porté par les plus grosses sphère, indépendamment de l'étalement de la distribution de taille [6]

## 5 Conclusions

Nous avons étudié le cisaillement simple et homogène d'un mélange de grains de cohésion différentes. Nous avons montré que le coefficient de friction  $\mu(\eta, I, X)$  est fortement corrélé à la compacité pour toutes les valeurs des paramètres. Un modèle heuristique permet d'estimer de façon précise le coefficient de friction à partir de la connaissance des états extrêmes. La question des systèmes fortement hétérogènes reste ouverte : pour aborder la problématique du mélange de matériaux hétérogènes et cohésifs, il faudra comprendre comment évoluerait aux temps longs un agrégat composé uniquement de particules cohésives. Ceci fera l'objet d'un travail ultérieur.

## Références

- [1] GDR MiDi 2004, On dense granular flows *Euro. Phys. J. E* **14**, 341-365.
- [2] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J-N. Roux et F. Chevoir 2005, Rheophysics of dense granular flows : discrete simulation of plane shear flows *Phys. Rev. E* **12**, 021309.
- [3] Radjai, F. 2008 Contact dynamics method. *E. J. Envir. Civil Eng.* **12** 871-900

- 
- [4] Rognon, P.G., Roux, J.-N., Naaim M., Chevoir, F. 2008 Dense flows of cohesive granular materials *J. Fluid Mechanics* **596** 21-47
- [5] Peyneau P.-E., Roux, J.-N. 2008, Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy *Phys. Rev. E* **78**, 011307
- [6] Voivret, C., Radjaï, F., Delenne, J.-Y., El Youssofi , M.S. 2009 Multiscale Force Networks in Highly Polydisperse Granular Media *Phys. Rev. Lett.* **102** 178001