



**HAL**  
open science

## Mise en place de calculs réduit POD pour les vibrations sous écoulement d'un faisceau tubulaire

Marie Pomarede, Erwan Liberge, Elisabeth Longatte, Jean-François Sigrist,  
Aziz Hamdouni

### ► To cite this version:

Marie Pomarede, Erwan Liberge, Elisabeth Longatte, Jean-François Sigrist, Aziz Hamdouni. Mise en place de calculs réduit POD pour les vibrations sous écoulement d'un faisceau tubulaire. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422670

**HAL Id: hal-03422670**

**<https://hal.science/hal-03422670v1>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Mise en place de calculs réduit POD pour les vibrations sous écoulement d'un faisceau tubulaire

M. Pomarède <sup>ab</sup>, E. Liberge <sup>b</sup>, A. Hamdouni <sup>b</sup>, J.-F. Sigrist <sup>a</sup>, E. Longatte <sup>c</sup>

a. Service Technique et Scientifique, DCNS Centre de Nantes-Indret, 44620 LA MONTAGNE, France

b. LEPTIAB, Université de La Rochelle, Av. M. Crépeau, 17042 LA ROCHELLE, France

c. LaMSID - UMR CNRS/EDF 2832, 1. Av. du Général de Gaulle 92141 CLAMART, France

## Résumé :

*L'objectif de cette étude est d'aider à la compréhension des phénomènes de vibrations sous écoulement au sein d'un faisceau de tubes. Essais et calculs numériques étant très coûteux, une solution réside dans l'utilisation des méthodes d'ordre réduit. Leur application au problème de vibrations d'un tube sous écoulement ayant donné des résultats encourageants par la méthode dite « multiphasique », les premières étapes de l'adaptation de cette stratégie au cas d'un faisceau tubulaire sont présentées.*

## Abstract :

*The aim of the present work is in line with the willingness to understand the vibratory mechanisms that can appear in tube bundle systems under cross-flow. As experiments and complete numerical calculations presuppose high costs, we propose the use of reduced-order models. The application of a variant of the classical POD method : "multiphase method" to the case of one tube under cross-flow gave interesting results, we propose here the firsts steps to extend this technique to the tube bundle case.*

**Mots clefs :** faisceaux tubulaires ; interaction fluide-structure ; POD multiphasique

## 1 Introduction

Le fonctionnement des générateurs de vapeur des réacteurs nucléaires civils ou de chaufferies embarquées est connu pour engendrer des vibrations dont les niveaux peuvent être considérables [8][23][24]. Notamment, le mécanisme d'instabilité fluide-élastique peut se mettre en place au sein du faisceau tubulaire d'un échangeur de chaleur [5][9], mécanisme qui mène à la ruine rapide et certaine du système. D'un point de vue numérique, la mise en place d'une étude pertinente et précise de ce phénomène d'interaction fluide-structure est délicate. En effet, il est nécessaire de travailler avec des codes de calcul robustes et couplés de façon adéquate [15][25], le système étant complexe à modéliser (haut nombre de Reynolds, géométrie complexe,...) Dans le cadre d'une étude industrielle visant à la production du système, la réalisation de tels calculs n'est pas encore possible. Nous proposons ici une alternative par l'utilisation des modèles d'ordre réduit. Ces modèles, largement reconnus et utilisés dans de nombreux domaines (mécanique des fluides [7][10], mécanique des structures [1], aéroélasticité [22][19]), sont plus récents dans le cas des études d'interactions fluide-structure avec déformation importante du domaine fluide [17][26][6]. Cependant, leur application permettrait d'élargir fortement le champ des compréhensions de la physique du phénomène vibratoire étudié ici, par l'introduction d'études paramétriques, par exemple. La construction du modèle réduit sur laquelle nous nous basons est effectuée à partir de la méthode POD [14]. Dans un premier temps, nous la présentons dans le cadre de l'étude des interactions fluide-structure. Puis, les premiers résultats obtenus avec l'utilisation de la méthode POD pour le cas d'un faisceau de tubes fixes sont présentés, suivi de l'application de la méthode POD pour l'interaction fluide-structure sur le cas d'un cylindre seul.

## 2 La décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) pour l'interaction fluide-structure

La décomposition orthogonale aux valeurs propres a été introduite dans le domaine de la mécanique des fluides notamment par Lumley [21], dans le cadre de la reconnaissance des structures cohérentes des écoulements turbulents. Une description précise et complète de la méthode POD se trouve par exemple dans [14]. Ici, considérant comme connue la technique de réduction de modèle POD pour des écoulements dans des domaines fixes, nous intéressons à son extension pour l'interaction fluide-structure, où les domaines sont mobiles.

### 2.1 Etat de l'art

La méthode POD est de plus en plus utilisée dans le domaine des études d'interaction fluide-structure. On la retrouve notamment appliquée à des problèmes d'aéroélasticité, car les domaines de calcul sont souvent très étendus : par exemple, Lieu et Farhat s'intéressent à la modélisation complète d'un F16 [19]. Il est possible d'avoir recours à plusieurs techniques afin de contourner le problème crucial de la présence d'une structure mobile dans un domaine fluide. Dowell et Hall [11] rappellent par exemple que, pour des régimes d'écoulement très délicats à traiter, l'écriture d'un modèle linéarisé en temps (mais statistiquement non linéaire) permet des gains de temps considérables. Barone et *al.* [3], eux, proposent de se placer sur un domaine fixe, en modifiant légèrement les conditions aux limites afin de reproduire de petits déplacements de la structure. Des variantes de cette méthode ont également été étudiées par Fernandez-Varéla [12] et Bourguet [6]. Ce type d'approche a pour principal intérêt de présenter des formulations simples, puisqu'il n'est alors pas nécessaire de modifier les équations de Navier-Stokes résolues, mais d'agir seulement sur les conditions aux limites.

On retrouve également l'utilisation de la réduction de modèle dans les travaux de recherche d'optimisation de forme. Ainsi, Lassila et Rozza [16] ont proposé l'utilisation des techniques de bases réduites afin d'effectuer une étude paramétrique, avec la géométrie d'une structure pour paramètre. Cette technique présente un avantage pour l'étude de l'interaction fluide-structure, lorsque l'on souhaite s'intéresser au cas d'une structure déformable.

### 2.2 L'approche POD multiphasique

Dans le cadre de couplages forts entre un fluide et une structure, il devient nécessaire de prendre en compte les variations du domaine. Que les données soient issues de campagnes expérimentales (PIV,...) ou numériques (ALE,...), Liberge et Hamdouni [17] proposent une méthode dite "multiphasique". Cette approche, s'inspirant des travaux de Glowinski *et al* [13], consiste à considérer un domaine spatial global  $\Omega$  contenant à la fois le domaine fluide  $\Omega_f(t)$  et le domaine solide  $\Omega_s(t)$  au cours du temps. L'ensemble est considéré comme un fluide multiphasique, des caractéristiques particulières étant attribuées à la zone solide. Une formulation succincte de la méthode est proposée ci-après, pour un solide indéformable :

Soit  $\Omega$  un espace de  $\mathbb{R}^3$  tel que l'on ait  $\Omega = \Omega_s(t) \cup \Omega_f(t) \cup \Gamma_i(t)$  avec  $\Omega_s(t)$  le domaine occupé par la structure,  $\Omega_f(t)$  le domaine occupé par le fluide et  $\Gamma_i(t)$  l'interface entre ces deux domaines.

Comme l'on choisit de travailler avec un champ de vitesse  $u$  global sur le domaine  $\Omega$ , ce champ s'écrit grâce à des fonctions caractéristiques selon qu'il est calculé dans  $\Omega_s(t)$  ou  $\Omega_f(t)$  : il s'écrit ainsi de la façon suivante, pour tout  $x \in \Omega$  et  $t \in [0, T]$  et avec  $u(x, t) \in L^2(0, T; H(\Omega))$  où  $H$  est un espace de Hilbert :

$$u(x, t) = u_s(x, t)\mathbb{I}_{\Omega_s}(x, t) + u_f(x, t)\mathbb{I}_{\Omega_f}(x, t) \quad (1)$$

avec  $u_s(x, t)$  le champ de vitesse de la structure sur l'espace  $\Omega_s(t)$  et  $u_f(x, t)$  le champ de vitesse du fluide sur l'espace  $\Omega_f(t)$ . Les fonctions caractéristiques sont respectivement notées  $\mathbb{I}_{\Omega_s}(x, t)$  et  $\mathbb{I}_{\Omega_f}(x, t)$  et l'on a  $\mathbb{I}_{\Omega_s}(x, t) = 1 - \mathbb{I}_{\Omega_f}(x, t)$ . La fonction  $\mathbb{I}_{\Omega_s}(x, t)$  vaut 1 si  $x \in \Omega_s(t)$  et 0 sinon. Considérant que le champ de vitesse  $u$ , le tenseur des contraintes  $\sigma$  ainsi que les grandeurs physiques  $\rho$  (masse volumique) et  $\mu$  (viscosité dynamique) sur  $\Omega$  ont une décomposition sur les deux sous-domaines du même type que (1), il est possible d'écrire la formulation variationnelle suivante sur le domaine global  $\Omega$  :

Pour tout  $u^*$  tel que  $u^* \in \{u|u \in L^2(0, T; H(\Omega)), \mathbf{D}(u) = 0 \text{ dans } \Omega_s\}$  :

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial u}{\partial t} \cdot u^* d\Omega + \int_{\Omega} (u \cdot \nabla u) \cdot u^* d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{Tr}(\sigma : \mathbf{D}(u^*)) d\Omega \quad (2)$$

Avec  $\mathbf{D}(u) = (\nabla(u) + {}^t \nabla(u))$  l'opérateur tensoriel des déformations. Le tenseur des contraintes  $\sigma(x, t)$  se décompose lui aussi sur les deux domaines :

$$\sigma(x, t) = \sigma_s(x, t)\mathbb{I}_{\Omega_s}(x, t) + \sigma_f(x, t)\mathbb{I}_{\Omega_f}(x, t) \quad (3)$$

La partie fluide  $\sigma_s(x, t)$  est classiquement définie par :

$$\sigma_f = -pI_d + 2\mu_f \mathbf{D}(u_f) \quad (4)$$

La partie solide tient compte d'une part du fait que le solide est un fluide particulier possédant une grande viscosité, d'autre part, de la condition d'indéformabilité qui est imposée à la structure. Pour la première condition, il suffit de travailler avec un terme de pénalisation : on impose que  $\mu_s$  est très élevée. Pour la seconde condition, il est nécessaire de rajouter un multiplicateur de Lagrange  $\Lambda$  qui assure l'indéformabilité au cours du temps. Ainsi, la partie solide du tenseur des contraintes est définie comme :

$$\sigma_s = -pI_d + \mathbf{D}(\Lambda) + 2\mu_s \mathbf{D}(u_s) \quad (5)$$

A partir d'un échantillon de vitesses sur le domaine global  $\Omega$ , une base POD fluide-solide  $\{\Phi_n\}_{n=1, \dots, N}$ , avec  $N$  le nombre de modes retenus, est construite. Il est alors possible d'obtenir le modèle réduit en utilisant les modes  $\Phi_n$ ,  $n = 1, \dots, N$  comme fonctions-test.

*Remarque* : Cette approche ne nécessite pas d'utiliser la formulation ci-dessus pour le problème complet, elle n'est donc pas intrusive. Il est possible par exemple de travailler avec un échantillon provenant d'un calcul complet avec approche ALE ; dans ce cas, il est nécessaire d'effectuer une interpolation sur le maillage fixe pour construire la base POD dans le domaine fixe. Liberge et Hamdouni [17] proposent cette technique pour construire la base POD.

A partir de cette base POD  $\{\Phi_n\}_{n=1, \dots, N}$ , le champ de vitesse global  $u(x, t)$  est décomposé de façon habituelle sous la forme  $u(x, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_n(x) a_n(t)$  ; les  $a_n$  étant les coefficients temporels. Introduisant cette décomposition dans la formulation (2), et utilisant la projection de Galerkin, on obtient le système dynamique d'ordre réduit suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^N A_{in} \frac{da_i}{dt} = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N B_{nmi} a_n(t) a_m(t) - \nu \sum_{n=1}^N C_{ni} a_n(t) - E_i \\ \mathbf{D}(u) = 0 \text{ sur } \Omega_s(t) \\ \frac{\partial \mathbb{I}_{\Omega_s}}{\partial t} + u \cdot \nabla \mathbb{I}_{\Omega_s} = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

Les coefficients  $A, B, C, E$  ne sont pas détaillés ici, le lecteur se référera à [17] pour leur description complète. Il est important de noter que ces coefficients dépendent du temps, puisqu'ils contiennent des grandeurs variant selon le domaine où elles sont évaluées. Ainsi, il est nécessaire de les recalculer à chaque pas de temps. Une amélioration de cette technique, en tenant compte également de la fonction caractéristique comme champ décomposé selon sa propre base POD permet d'obtenir un système dynamique dont les coefficients sont purement spatiaux [18].

Des résultats très encourageants ont été obtenus pour le cas d'un cylindre en milieu infini en vibrations sous écoulement transverse, comme cela est présenté ci-après. C'est cette méthode qui sera ensuite appliquée dans des travaux futurs pour le cas de l'étude des vibrations au sein d'un faiseau tubulaire.

### 3 Application de la méthode POD et POD-multiphasique

#### 3.1 Méthode POD pour une configuration de faisceau fixe

Nous proposons un modèle simplifié de la configuration d'un faisceau de tubes. L'idée est de rester dans le cadre d'une structure confinée, afin de se rapprocher du cas réel. Cependant, la configuration choisie reste très simple : le domaine considéré est bidimensionnel, et l'on ne considère qu'un tube entouré de ses voisins en appliquant des conditions aux limites de périodicité. Les nombres sans dimension adaptés à la configuration du faisceau confiné, à savoir le nombre de Reynolds et le nombre de Strouhal, sont définis comme suit :

$$\mathcal{R}_e = \frac{\rho U_p D}{\mu}; S_t = \frac{f_s D}{U_p} \quad (7)$$

avec  $\rho$  la masse volumique,  $\mu$  la viscosité dynamique,  $D$  le diamètre d'un tube et  $P$  le pas inter-tubes, distance entre les centres de deux tubes voisins. La vitesse de pas inter-tube  $U_p$  tient compte du confinement des tubes. Elle est définie comme étant  $U_p = U_\infty \frac{P}{P-D}$ , où  $U_\infty$  est l'équivalent de la vitesse uniforme de l'écoulement qui aurait été relevée dans le cas d'un domaine fluide considéré comme infini.  $f_s$  représente la fréquence d'émission des tourbillons, que l'on peut quantifier lorsque des tourbillons apparaissent à l'arrière d'un tube.

Le nombre de Reynolds pour notre étude se situe à  $\mathcal{R}_e \simeq 2600$ . Le système dynamique POD résolu correspond au système (6), appliqué au cas d'une structure fixe. Dans un premier temps, seul le cas du faisceau de tubes fixes sera considéré, l'idée étant déjà d'observer le comportement de la méthode POD pour ce cas d'étude. Le code de calcul CFD utilisé pour ces travaux, *Code\_Saturne* [2], a été validé pour plusieurs études d'interaction fluide-structure au sein de faisceaux tubulaires [4][15][20]. Les figures 1 a) et b) montrent le champ de vitesse global à deux dates différentes de l'intervalle  $[0, T]$ , et les figures 1 c) et d) représentent la vorticité et les lignes de courant, révélant des zones de recirculation.

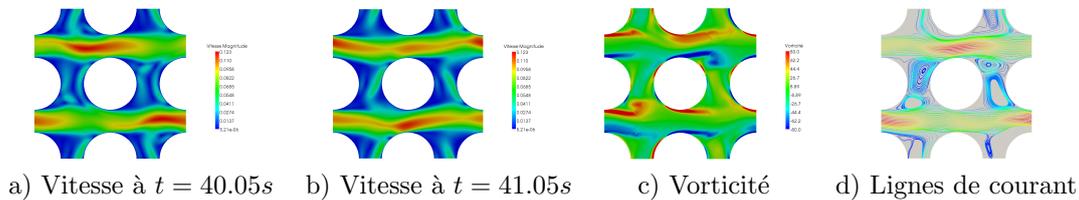


FIGURE 1 – Calcul complet dans le domaine fluide

La construction de la base POD pour le cas du faisceau laissé fixe étant effectuée (on observe les modules des premiers modes POD construits sur la figure 2), les équations de Navier-Stokes sont projetées sur les modes construits, afin de comparer le champ de vitesse ainsi reconstruit avec celui qui a été obtenu par un calcul complet.

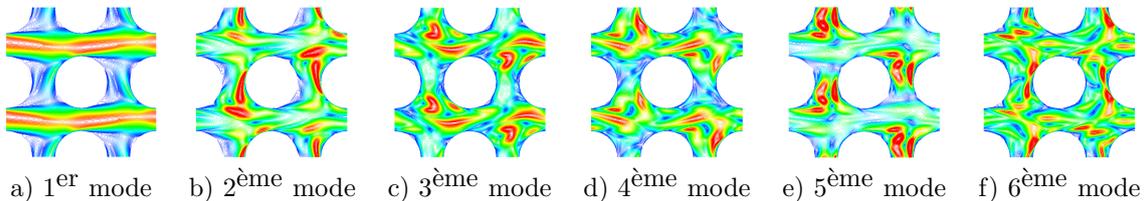


FIGURE 2 – Premiers modes POD pour le champ de vitesse instantané au sein d'un faisceau fixe

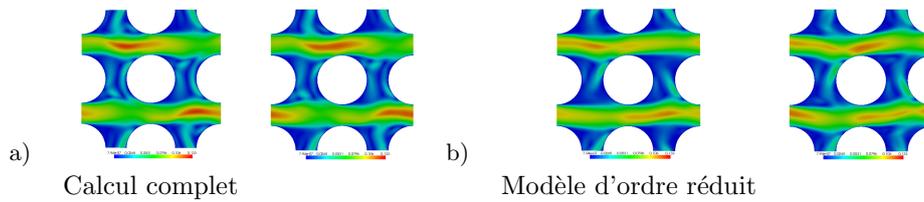


FIGURE 3 – Comparaison entre le champ de vitesse global obtenu par calcul complet avec sa reconstruction par réduction de modèle à a)  $t = 40.042$  s et b)  $t = 40.802$  s.

La figure 3 représente la comparaison entre le champ de vitesse résultant du calcul complet et le champ de vitesse obtenu après projection des équations de Navier-Stokes sur la base POD calculée, pour le même intervalle de temps. 1000 clichés constituent l'échantillon de données, sur une pseudo-période du signal de vitesse. La base POD est constituée de  $N = 20$  modes. Une méthode de stabilisation a été nécessaire afin d'obtenir ces résultats. Cette méthode est basée sur l'ajout d'une viscosité artificielle, dont la valeur est proportionnelle à l'indice de chaque mode POD (voir notamment les travaux de Cazemier [7]), afin d'améliorer la stabilité du système. La figure 3 révèle que le modèle d'ordre réduit construit est satisfaisant, en ce qui concerne la reconstruction du champ de vitesse global pour la configuration fixe du faisceau tubulaire. Pour traiter le cas de l'interaction fluide-structure, nous proposons, en première étape, le cas simplifié d'un écoulement autour d'un seul tube mobile.

### 3.2 Méthode POD multiphasique pour une configuration mobile : cylindre seul

La méthode POD multiphasique décrite plus haut a été appliquée dans le cas d'étude simple et bien connu de vibrations sous écoulement d'un cylindre seul en milieu infini. Le cylindre est amené à se déplacer dans la direction  $y$ , transverse à celle de l'écoulement. Pour un nombre de Reynolds  $\mathcal{R}_e = 1690$ , avec 175 clichés retenus et seulement 2 modes POD, les coefficients temporels (figure 4, a) et b)) ainsi que le déplacement du centre de gravité du cylindre (figure 4, c)) sont bien reproduits.

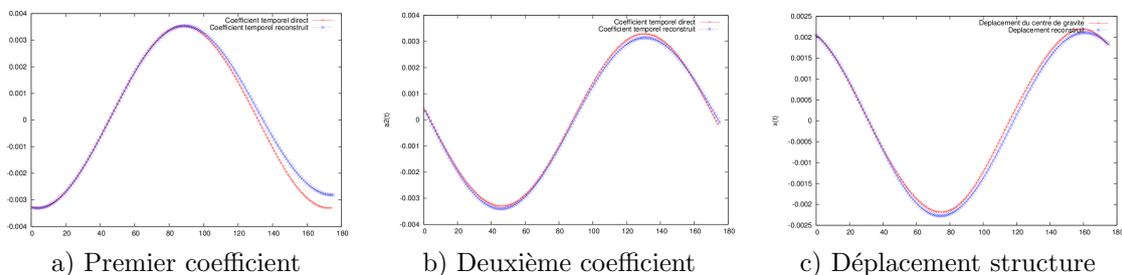


FIGURE 4 – Reconstruction des coefficients temporels (— calcul direct, — reconstruit) et du déplacement du centre de gravité du cylindre (— calcul complet, — modèle réduit) par le système dynamique d'ordre réduit pour le champ instantané du fluide autour d'un tube seul mobile, méthode POD multiphasique

## 4 Conclusion et perspectives

L'étude de la mise en place des mécanismes vibratoires en faisceau tubulaire est un phénomène complexe, impliquant des calculs coûteux. L'apport des modèles d'ordre réduit dans un tel contexte semble alors intéressant, par la réduction de coût qu'ils représentent, et leur robustesse à des modifications paramétriques. L'application de la méthode POD au cas de l'écoulement au sein d'un faisceau de tubes fixe a été présentée, ainsi que celle de l'étude de vibrations sous écoulement d'un tube seul par la méthode POD multiphasique. Les résultats étant encourageants, la suite de notre travail consistera

en l'application de la méthode multiphasique ainsi que des études d'évolutions paramétriques, en se basant sur un échantillonnage haute-fidélité de vibrations sous écoulement dans un faisceau tubulaire.

## Références

- [1] AMABILI M., SARKAR A., PAÏDOUSSIS M.P. Reduced-order models for nonlinear vibrations of cylindrical shells via the Proper Orthogonal Decomposition Method. *Journal of Fluids and Structure*, (18) :227 – 250, 2003.
- [2] ARCHAMBEAU F., MECHITOUA N., SAKIZ M. *Code\_Saturne* : a finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows - industrial applications. *International Journal of Finite Volumes [www.lapv.univ-mrs.fr/IJFV/]*, (1), 2004.
- [3] BARONE M.F., KALASHNIKOVA I., BRAKE M.R., SEGALMAN D.J. Reduced Order Modeling of Fluid/Structure Interaction. Sandia Report SAND2009-7189, Sandia National Laboratories, 2009.
- [4] BENHAMADOUCHE S., LAURENCE D. LES, coarse LES, and transient RANS comparisons on the flow across a tube bundle. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, (24) :470 – 479, 2003.
- [5] BLEVINS R.D., BRESSLER M.M. Acoustic resonances in heat exchangers, Part II : Prediction and suppression of resonance. *Journal of Pressure Vessel Technology*, (109) :282 – 288, 1987.
- [6] BOURGUET R. *Analyse physique et modélisation d'écoulements turbulents instationnaires compressibles autour de surfaces portantes par approches statistiques haute-fidélité et de dimension réduite dans le contexte de l'interaction fluide-structure*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008.
- [7] CAZEMIER W. *Proper Orthogonal Decomposition and low dimensional models for tubulent flows*. Thèse de doctorat, Groningen University, Holland, 1997.
- [8] CHEN S.S. *Flow Induced Vibrations of Circular Cylindrical Structures*. Hemisphere, 1987.
- [9] CHEN S.S., JENDRZEJCZYK J.A. Experiments on fluid elastic instability in tube banks subjected to liquid cross flow. *Journal of Sound and Vibration*, (78) :355 – 381, 1981.
- [10] COUPLET M., BASDEVANT C., SAGAUT P. Calibrated reduced-order POD-Galerkin system for fluid flow modelling. *Journal of Computational Physics*, (207) :192 – 220, 2005.
- [11] DOWELL E.H., HALL K.C. Modeling of Fluid-Structure Interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, (33) :445 – 491, 2001.
- [12] FERNANDEZ-VARÉLA M.A. *Modèles simplifiés d'interaction fluide-structure*. Thèse de doctorat, Université Paris IX Dauphine, 2001.
- [13] GLOWINSKI R., PAN T.-W., PERIAUX J. Fictitious domain method for external incompressible viscous flow modeled by Navier-Stokes equations. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, (112 (1-4)) :133 – 148, 1994.
- [14] HOLMES P., LUMLEY J.L., BERKOOZ G. *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*. Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press, 1996.
- [15] HUVELIN F. *Couplage de codes en interaction fluide-structure et applications aux instabilités fluide-élastiques*. Thèse de doctorat, Ecole doctorale des Sciences Pour l'Ingénieur de Lille, 2008.
- [16] LASSILA T., ROZZA G. Parametric free-form shape design with PDE models and reduced basis method. *Computational Methods for Applied Mechanical Engineering*, (199) :1583 – 1592, 2010.
- [17] LIBERGE E., HAMDOUNI A. Reduced order modeling method via proper orthogonal decomposition (POD) for flow around an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, (26(2)) :292 – 311, 2010.
- [18] LIBERGE E., POMARÈDE M., HAMDOUNI A. Reduced-order modeling by POD-multiphase approach for fluid-structure interaction. *European Journal of Computational Mechanics*, (19) :41 – 52, 2009.
- [19] LIEU T. FARHAT C. Adaptation of Aeroelastic Reduced-Order Models and Application to an F-16 Configuration. *AIAA Journal*, (45) :1244 – 1269, 2007.
- [20] LONGATTE E., BENDJEDDOU Z., SOULI M. Methods for numerical study of tube bundle vibrations in cross-flows. *Journal of Fluids and Structures*, (18) :513 – 528, 2003.
- [21] LUMLEY J.L. *Atmospheric Turbulence and Wave Propagation*, chapter The structure of inhomogeneous turbulence, pages 166 – 178. 1967.
- [22] MARSDEN O., BOGEY C., BAILLY C. Calcul direct du bruit aérodynamique rayonné par des géométries complexes. In *17ème Congrès Français de Mécanique 29 août - 2 septembre - Troyes (France)*., 2007.
- [23] PETTIGREW M.J., GORMAN D.J. Vibration of Heat Exchanger Tube Bundles in Liquid and Two-Phase Cross Flow. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines* P.Y. CHEN edition, ASME PVP, (52) :89 – 110, 1981.
- [24] ROGERS R.J., TAYLOR C., PETTIGREW M.J. Fluid effects on multispan heat exchanger tube vibration. In *Pressure Vessels & Piping, San Antonio*., 1984.
- [25] SIGRIST J.F., ABOURI D. Numerical simulation of a non-linear coupled fluid-structure problem with implicit and explicit coupling procedures. In *Pressure Vessel and Piping Conference, Vancouver, 25 - 28 July*, 2006.
- [26] UTTURKAR Y., ZHANG B., SHYY W. Reduced-order description of fluid flow with moving boundaries by proper orthogonal decomposition. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, (26(2)) :276 – 288, 2005.