

# Implémentation d'une loi de comportement basée sur un potentiel viscoplastique couplé à l'endommagement poreux: application à un alliage d'électronique de puissance

Sabeur Msolli, Olivier Dalverny, Joel Alexis, Moussa Karama

# ▶ To cite this version:

Sabeur Msolli, Olivier Dalverny, Joel Alexis, Moussa Karama. Implémentation d'une loi de comportement basée sur un potentiel viscoplastique couplé à l'endommagement poreux: application à un alliage d'électronique de puissance. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422655

# HAL Id: hal-03422655 https://hal.science/hal-03422655

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Implémentation d'une loi de comportement basée sur un potentiel viscoplastique couplé à l'endommagement poreux : application à un alliage d'électronique de puissance

S. MSOLLI<sup>a</sup>, O. DALVERNY<sup>a</sup>, J. ALEXIS<sup>a</sup>, M. KARAMA<sup>a</sup>

a. Université de Toulouse ; INPT/ENIT ; LGP ; 47 avenue d'Azereix ; F-65016 Tarbes, FRANCE

## Résumé :

Nous présentons dans cet article, une loi de comportement basée sur un potentiel viscoplastique, dédiée aux matériaux poreux. Cette loi, classée dans la catégorie des modèles unifiés, permet de prendre en compte l'interaction entre plasticité et fluage, et donc de modéliser le comportement thermomécanique et l'endommagement des matériaux métalliques. Le modèle suit le concept de variables internes qui autorise la prise en compte d'une grande variété de phénomènes physiques comme l'écrouissage cinématique, isotrope et/ou la restauration dynamique et statique... L'endommagement décrit par le modèle tient compte de la nucléation et de la croissance des défauts. L'intégration du modèle est faite au moyen d'un schéma implicite. L'algorithme est implémenté dans le code de calcul par éléments finis Abaqus®. Le modèle est utilisé pour prévoir le comportement mécanique et la dégradation des alliages de brasure présents dans les packagings d'électronique de puissance. Un calcul sous chargement thermique est présenté.

### Abstract:

This paper deals with a viscoplastic potential based model for the description of porous materials behavior. This is a unified model allowing to take into account the interaction between plasticity and creep and thus to model the thermomecanical damage of materials. The model follows the concept of internal variables which permits the consideration of several physical phenomena as the kinematic and isotropic hardening and/or the dynamic and static recoveries. The damage behavior described by the model combines nucleation and growth of the defects. The integration of the model is made by means of fully implicit scheme. The algorithm is then implemented in the Finite Elements code Abaqus®. The model is used to study the mechanical behavior and the degradation of solder alloys in a power electronic packaging component.

#### Mots clefs : viscoplasticité unifiée, endommagement, schéma d'intégration, éléments finis

## **1. Introduction**

Les connections à base d'alliage de brasure constituent une des parties les plus sollicitées des composants d'électronique de puissance. Les alliages mis en œuvre peuvent présenter des défauts suite à la procédure d'assemblage ou pendant la mise en service du composant. Les conditions de fonctionnement sont des conditions sévères en termes de température et de cyclage thermomécanique mettant simultanément en jeu plusieurs facteurs dont la plasticité, le fluage et l'endommagement [1, 2]. Parmi les facteurs les plus influents sur le comportement de la brasure et sur la durée de vie du packaging, on note outre l'aspect microstructural, le profil de température de refusion et le niveau initial de défauts ou fraction volumique initiale de pores qui peut être important [3]. La prise en compte de la déformation de la matière, de l'interaction entre fatigue et fluage engendrée par le cyclage thermique et les périodes de maintien en température, et de l'endommagement ne peut se faire que par l'utilisation de modèles de comportement unifiés couplés à des critères d'endommagement faisant intervenir la fraction volumique de pores dans l'alliage. Contrairement aux modèles viscoplastiques non écrouissables, l'utilisation de modèles unifiés à variables internes d'écrouissage couplés à des critères d'endommagement poreux sont rares [1]. Quelques travaux récents mettent en œuvre des lois unifiées avec des critères d'endommagement poreux [2]. La formulation adoptée pour notre travail est celle utilisée par McDowell et al. [3], qui découle du choix d'un potentiel viscoplastique adapté aux matériaux à fraction volumique initiale de pores.

Nomenclature	
$\mathbb{C}_{ijkl}$	Tenseur d'élasticité d'ordre 4
$ ilde{\mathbb{C}}_{ijkl}$	Tenseur d'élasticité endommageable d'ordre 4
$I_{iik}$	Tenseur unité d'ordre 4
$\delta_{ii}$	Tenseur unité d'ordre 2
Ğ	Module de cisaillement (MPa)
Ε	Module d'Young (MPa)
κ, μ	Coefficients de Lamé (MPa)
v .	Coefficient de Poisson
α	Coefficient de dilatation thermique (ppm/K)
n = 1/m	Paramètre de sensibilité à la vitesse d'écoulement
Q	Energie d'activation (J/mol)
$\tilde{R}_G$	Constant des gaz parfaits (8,314 J/mol.K)
R	Variable d'écrouissage isotrope (MPa)
Т	Température absolue (K)
$T_f$	Température de fusion (K)
$R^0$	Seuil initial d'élasticité (MPa)
$f_0$	Fraction volumique initiale de pores
$f_n$	Densité de pores nucléés
$\mathcal{E}_n$	Valeur moyenne d'une distribution de Gauss
$S_n$	Largeur de la distribution de Gauss
D	Résistance isotrope à la déformation plastique (MPa)
$J = \sqrt{\frac{3}{2}o_{ij}} : o_{ij}$	Second invariant du tenseur déviateur o
$\sigma_{ij}, s_{ij}$	Tenseur des contraintes et tenseur déviateur des contraintes (MPa)
$\alpha_{ij}^{(k)}$	Tenseur des contraintes de retour (MPa) $k = 1, 2$
$\mathcal{E}^{e}_{ij}$	Tenseur des déformations élastiques
$oldsymbol{\mathcal{E}}_{ij}^{in}$	Tenseur des déformations inélastiques
$A_0$	Paramètre Pré-exponentiel du matériau
$\Delta p$	Incrément de déformation inélastique effective
В	Paramètre matériau
$\overline{\chi}$	Limite de saturation isotrope (MPa)
$\mu'$	Vitesse d'écrouissage isotrope
ω	Paramètre matériau compris entre 0 et 1.
$C_k$	Module d'écrouissage
$M_{k}^{*}, C_{k}^{*}, M^{\chi}, C^{\chi}$	Paramètres matériau
$b_k$	Paramètre de control de la vitesse d'écrouissage
$\Delta W$	Incrément d'énergie inélastique par cycle pour un cycle stabilisé
$K_1, K_2, K_3, K_4$	Paramètres du critère de fatigue de Darveaux
a	Taux de propagation de fissure

### 2. Formulation des équations du modèle de comportement

La formulation des équations constitutives, passe par la dérivée du potentiel viscoplastique par rapport à la contrainte. L'expression de ce potentiel est basée sur les travaux de Haghi et Anand [4], qui considèrent l'approche de Duva et Hutchinson [5], pour l'évolution de la fraction volumique de pores f. Dans le cas de la plupart des modèles de comportement unifiés, les équations constitutives sont composées d'une loi d'écoulement pour la déformation inélastique et d'un ensemble d'équations d'évolution des variables internes. Dans notre cas les équations d'évolution s'expriment de la façon suivante :

$$\dot{\alpha}_{ij}^{k} = (1 - f) \left( C_{k} b_{k} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} - C_{k} \alpha_{ij}^{k} \dot{p} + \left[ \omega \frac{\alpha_{ij}^{k}}{b_{k}} \frac{\chi}{\mu' \overline{\chi}} \frac{\partial(\mu' \overline{\chi})}{\partial T} + \frac{\alpha_{ij}^{k}}{C_{k}} \frac{\partial C}{\partial T} + \frac{\alpha_{ij}^{k}}{b_{k}} \frac{\partial b_{k}}{\partial T} \right] \dot{T} - C_{k} b_{k} \Theta \Omega^{k} \alpha_{ij}^{k} \right)$$
(1)

$$\dot{R} = \omega \dot{\chi} = \omega (1 - f) \left( \mu' (\bar{\chi} - \chi) \dot{p} + \frac{\chi}{\mu' \bar{\chi}} \frac{\partial (\mu' \bar{\chi})}{\partial T} \dot{T} - \mu' \bar{\chi} \Omega^{\chi} \Theta \right)$$
(2)

Avec  $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ :  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$  la vitesse de déformation inélastique cumulée. La contrainte de retour qui régit l'évolution de l'écrouissage cinématique, est formulée comme la somme des  $\alpha_{ij}^{(k)}$  de telle façon que

$$\alpha_{ij} = \sum_{k} \alpha_{ij}^{(k)}$$
. Pour  $k = 1, 2, \Omega^{k} = C_{k}^{*} \left[ J(\alpha_{ij}^{(k)}) \right]^{M_{k}^{*}} \operatorname{et} \Omega^{\chi} = C^{\chi} \chi^{M^{\chi}}$ . Les équations des variables internes

comprennent les termes de durcissement, de restauration dynamique et statique améliorés par l'introduction du terme d'activation thermique d'Arrhenius. Rappelons que pour un matériau non endommagé, la loi d'écoulement dérive d'un potentiel viscoplastique qui s'écrit :

$$\Phi = \frac{D}{B\left(\frac{1}{m}+1\right)} A_0 \Theta \exp\left(B\xi^{\frac{1}{m}+1}\right)$$
(3)

Sachant que  $\xi$  est donnée par :

$$\xi = \left\langle \frac{J\left(\sigma_{ij} - \sum_{k} \alpha_{ij}^{(k)}\right) - R - R^{0}}{D} \right\rangle$$
(4)

La fonction  $\Theta$  présente dans l'équation du potentiel viscoplastique et les équations d'évolution (1) et (2), représente la diffusivité thermique dépendante de la température :

$$\begin{cases} \Theta = \exp\left(-\frac{Q}{R_{G}T}\right) & \text{Pour } T \ge \frac{T_{f}}{2} \\ \Theta = \exp\left(-\frac{Q}{R_{G}T_{f}}\left[\ln\left(\frac{T_{f}}{2T}\right) + 1\right]\right) & \text{Pour } T < \frac{T_{f}}{2} \end{cases}$$
(5)

Où  $\langle g \rangle$  est égal à g si  $g \ge 0$  sinon g = 0.

Dans le cas des matériaux poreux, Duva et Hutchinson suggèrent l'utilisation d'un potentiel viscoplastique dépendant de la fraction volumique de pores f. Ce potentiel est exprimé comme suit :

$$\Phi_p = F \times \Phi \tag{6}$$

F peut prendre plusieurs formes, dont celle qui dépend de la triaxialité X, donnée par Haghi et Anand :

$$F = 1 + \frac{f}{m} \left[ C^{2/(1/m)+1} \left\{ \frac{3}{2} mX \right\}^2 + g \right]^{(1/m)+1/2}$$
(7)

Sachant que  $X = \frac{\sigma_{mm} - \sum_{k} \alpha_{mm}^{(k)}}{J\left(\sigma_{ij} - \sum_{k} \alpha_{ij}^{(k)}\right)}$  et que  $C = \frac{1}{\left(1 - f^m\right)^{1/m}}$  pour tenir compte de l'interaction entre pores.

Une expression générale de g(f,m) pouvant être utilisée pour plusieurs valeurs de m, est donnée par Zavaliangos et Anand [6] :

$$g(f,m) = \left[\frac{m}{f}(F_0 - 1)\right]^{2/(1+1/m)}$$
(8)

avec

$$F_0 = \left(\frac{1+3,34f+0,25f^2}{1-f^2}\right)^{\nu(2m)}$$
(9)

L'évolution de la fraction volumique de pores est activée par les phénomènes de croissance et de nucléation. En négligeant la compressibilité élastique, on écrit :

$$\dot{f} = \dot{f}_G + \dot{f}_N = (1 - f) \dot{\varepsilon}_{mm}^{in} + A_N \dot{p}$$
 (10)

La nucléation est gouvernée par une distribution de Gauss telle que :  $A_N = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{p - \varepsilon_N}{s_N}\right)^2\right).$ 

A partir de la loi de normalité, on peut alors déterminer la loi d'écoulement du matériau :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \frac{\partial \Phi_p}{\partial \sigma_{ij}} \tag{11}$$

#### 3. Algorithme d'intégration du modèle

Un schéma d'intégration implicite est utilisé pour résoudre les équations différentielles du modèle. Le schéma est inspiré des travaux de Weber et Anand qui ont développé une procédure d'intégration pour les déformations isothermes des matériaux métalliques denses [7]. La procédure est reprise et étendue par Zavaliangos et Anand pour les matériaux poreux en se basant sur les essais numériques réalisés par Zavaliangos [8]. Dans notre cas, le schéma d'intégration utilisé consiste à trouver la solution de l'équation :

$$h\left(\Delta \varepsilon_{ij}^{in}\right) = \Delta \varepsilon_{ij}^{in} - \frac{\partial \Phi_p}{\partial \sigma_{ii}} \Delta t$$
(12)

En exprimant (12) sous forme d'une série de Taylor d'ordre 1 et en considérant que  $\left(\Delta \varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n+1}$  est la solution au temps n+1, on aboutit à :

$$h\left(\left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n+1}\right) = h\left(\left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n}\right) + \frac{\partial h}{\Delta\varepsilon_{kl}^{in}} : \left(\left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n+1} - \left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n}\right) = 0$$
(13)

Ceci permet de déterminer l'incrément solution en transformant l'équation (13) en :

$$\left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n+1} = -\left\lfloor\frac{\partial h}{\Delta\varepsilon_{kl}^{in}}\right\rfloor^{-1} : h\left(\left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n}\right) + \left(\Delta\varepsilon_{ij}^{in}\right)^{n}$$
(14)

L'actualisation de la valeur de  $(\Delta \varepsilon_{ij}^{in})^{n+1}$  est faite par un schéma d'itération de Newton-Raphson. Si la condition sur l'erreur relative  $\left\| \left[ (\Delta \varepsilon_{ij}^{in})^{n+1} - (\Delta \varepsilon_{ij}^{in})^n \right] / (\Delta \varepsilon_{ij}^{in})^{n+1} \right\| \le \varepsilon^{iol}$  est satisfaite, la solution est retenue et le calcul se poursuit pour le prochain incrément de temps. Dans le cas contraire, l'itération est répétée avec le nouvel incrément de déformation inélastique mis à jour.

### 4. Résultats Numériques

#### 4.1 Validation

La loi de comportement et l'algorithme d'intégration précédemment présentés ont été implémentés sous forme d'une sous-routine UMAT dans le code de calcul par éléments finis Abaqus®. Afin de valider la procédure d'intégration, de vérifier la stabilité de l'algorithme et la capacité de la loi à reproduire le comportement sous différents cas de chargements, plusieurs tests ont été effectués.



FIG. 1 – Évolution de la contrainte et de l'endommagement au cours des chargements (a) contrainte pour différents pas de temps (b) endommagement en fonction du nombre de cycle.

La figure 1(a) présente plusieurs courbes de traction d'un alliage SnPbAg à température ambiante et vitesse de déformation imposée  $(10^{-3}/s)$ , obtenues pour différents pas de temps (ou nombre d'incréments NOI). L'algorithme d'intégration montre une bonne précision de calcul tant avec de faibles que de larges pas de temps. Le modèle reproduit fidèlement l'écrouissage non linéaire, grâce notamment à la dépendance de la variable d'écrouissage cinématique vis-à-vis des termes de restauration. Sur la figure 1(b), un chargement cyclique à vitesse de déformation imposée  $(10^{-2}/s)$  et à température ambiante permet de visualiser l'évolution de la fraction volumique de pores. Malgré la faible croissance des pores lors des vingt premiers cycles, l'endommagement total *f* augmente fortement. Ceci est due à une considération numérique pour

laquelle *f* est maintenue constante chaque fois que  $\dot{f}_G < 0$ , afin d'éviter le rétrécissement des pores. La contribution de la partie d'endommagement due à la nucléation des pores commence à partir du vingtième cycle, ce qui fait augmenter brusquement le niveau total d'endommagement avant qu'il ne reprenne une évolution similaire à celle des premiers cycles. La valeur finale atteinte est de l'ordre de 0,25.

#### 4.2 Application à un assemblage d'électronique de puissance

Dans cette partie nous présentons le modèle 2D d'un assemblage élémentaire, soumis à un chargement thermique cyclique intégrant la phase d'élaboration (figure 2). La figure 3 présente la distribution des contraintes dans la brasure à deux temps différents, ainsi que l'évolution contrainte/déformation au cours du cyclage au point du joint de brasure le plus fortement sollicité.



FIG. 2 – (a) Maillage et conditions aux limites d'un assemblage élémentaire, (b) cycle thermique.



FIG. 3 – Variation de la contrainte dans le joint de brasure, (a) distribution de la contrainte équivalente de Von Mises en fin de refusion et après cyclage, (b) courbe d'évolution contrainte/déformation dans la brasure.

Pour l'assemblage, nous comparons les résultats issus de notre modèle (viscoplastique endommageable) avec ceux issus d'un modèle viscoplastique d'Anand couplé au classique critère de fatigue de Darveaux [9]. La durée de vie en fatigue est calculée par une durée associée d'une part à l'initiation de fissure  $N_0 = K_1 \Delta W^{K_2}$ , et d'autre part à sa propagation, suivant la loi :  $da/dN = K_3 \Delta W^{K_4}$ . Au final, le nombre de cycles à la rupture  $N_{\alpha}$ , est donné par :

$$N_{\alpha} = N_0 + \frac{a}{da \,/\, dN} \tag{15}$$

Les différents paramètres du modèle d'Anand et de Darveaux mis en œuvre avec la modélisation éléments finis sont issus de la référence [10].



FIG. 4 – Endommagement dans l'alliage de brasure, (a) fraction volumique de pores issue du modèle viscoplastique endommageable, (b) densité d'énergie de déformation inélastique associée au critère de Darveaux.

L'endommagement localisé en bord de brasure (zone de contact avec la puce en silicium) croit progressivement jusqu'à une valeur de 0,03 à la fin du chargement comme le montre la figure 4a. La même remarque peut être faite à partir du calcul du critère de fatigue de Darveaux, où la valeur de la densité d'énergie de déformation inélastique augmente progressivement dans la même zone de la brasure. Pour les deux approches, nous observons des localisations et des évolutions semblables, mais alors que pour le modèle de Darveaux le critère intègre la configuration d'essai, dans les cas du modèle viscoplastique endommageable, l'information délivrée ne dépend que du comportement du matériau.

# 5. Conclusion

Un modèle de comportement basé sur un potentiel viscoplastique pour matériaux poreux, a été proposé. Les résultats des simulations numériques sous Abaqus<sup>®</sup> issus de l'implémentation de l'algorithme d'intégration, montrent la capacité du modèle à reproduire les effets d'écrouissage et prévoir l'évolution de la fraction volumique de pores dans le matériau sous chargements cycliques. Le schéma d'intégration permet d'obtenir une bonne précision lors de la simulation des essais d'écrouissage quel que soit le pas de temps choisi pour le calcul. La mise en œuvre sur un assemblage d'électronique de puissance nous permet d'envisager une modélisation fine des phénomènes liés à l'endommagement viscoplastique.

# Références

[1] Tien J.K., Hendrix B.C. et Attarwala A., Creep-fatigue interactions in solders. IEEE transactions on Components, Hybrids And Manufacturing Technology, **4**: 502-505, 1989.

[2] Kuna M., Wippler S., A cyclic viscoplastic and creep damage model for lead free solder alloys. Engineering Fracture Mechanics **77**: 3635–3647, 2010.

[3] Fu C., McDowell D.L., Ume I.C., A Finite Element Procedure of a Cyclic Thermoviscoplasticity Model for Solder and Copper Interconnects, Journal of Electronic Packaging, **120**: 24-34, 1998.

[4] Haghi M., Anand L., A constitutive model for isotropic, porous, elastic-viscoplastic metals. Mechanics of Materials, **13**: 37-531, 992.

[5] Duva J.M., Hutchinson J.W., Constitutive potentials for dilutely voided nonlinear materials. Mechanics of Materials, **3**: 41-54, 1984.

[6] Zavaliangos A. et Anand L., Thermo-elasto-viscoplasticity of isotropic porous materials. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **41**: 1087-1118, 1993.

[7] Weber G. et Anand L., Finite deformation constitutive equations and a time integration procedure for isotropic hyperelastic-viscoplastic solids. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **79**: 173-202, 1990.

[8] Zavaliangos A. et Anand L., Towards a Capability for Predicting the Formation of Defects During Bulk Deformation Processing. CIRP Annals - Manufacturing Technology, **40**: 267-271, 1991.

[9] Darveaux R., Effect of Simulation Methodology on Solder Joint Crack Growth Correlation. Proc. ECTC, 2000.

[10] Shan L, Zhenyu H., et Jianfeng Wang S., Temperature Cycling Analysis of Lead-Free Solder Joints in Electronic Packaging. <u>http://www.simulia.com/bibliography/search-ucp/world/pdf2007/AUC\_07\_Li.pdf</u>