



HAL
open science

Modélisation du comportement superélastique des films minces en AMF par une approche non locale

Kodjo Mawuli Armattoo, A. Duval, Mohamed Haboussi, Tarak Ben Zineb

► To cite this version:

Kodjo Mawuli Armattoo, A. Duval, Mohamed Haboussi, Tarak Ben Zineb. Modélisation du comportement superélastique des films minces en AMF par une approche non locale. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422601

HAL Id: hal-03422601

<https://hal.science/hal-03422601>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation du comportement superélastique des films minces en AMF par une approche non locale

K. M. ARMATTOE^a, A. DUVAL^b, M. HABOUSSI^a, T. BEN ZINEB^a

a. LEMTA, Nancy-Université, CNRS, 2 rue Jean Lamour, 54504, Vandœuvre-lès-Nancy, France

b. LaMCoS, CNRS INSA de Lyon, 18-20 rue des sciences F69621 Villeurbanne, France

Résumé :

Un modèle non local de comportement dédié aux alliages à mémoire de forme (AMF) est proposé en vue de prendre en compte la localisation de la transformation de phase martensitique dans un film mince en superélasticité. Il est obtenu par une extension d'un modèle local existant, établi à partir d'une expression de l'énergie libre de Gibbs. Il est basé sur l'introduction d'une variable non locale de la transformation martensitique, définie par une équation aux dérivées partielles ayant la variable locale comme terme source. Pour simuler la transformation martensitique dans un film mince AMF soumis à un chargement mécanique, un élément fini 2D en contraintes planes est développé sur la base de cette théorie, et implémenté dans le code de calcul par éléments finis Abaqus. En guise d'illustration, la simulation numérique de la localisation de la transformation de phase dans une plaque trouée mince soumise à un chargement de traction est proposée.

Abstract:

A behavior nonlocal model that is dedicated to shape memory alloys (SMAs) is proposed so as to account for the localization of martensite phase transformation in thin superelastic SMA film. The model is obtained as an extension of an existing local model, drawn from an expression of Gibbs free energy. The nonlocal extension is based on the introduction of a nonlocal variable of martensite transformation, defined by a partial differential equations where the local variable of transformation stands as a source term. To simulate the martensite transformation in an SMA thin film subjected to mechanical loading, a 2D plane stress finite element is developed based on this theory and implemented in the finite element code Abaqus. The developed finite element is used to simulate the localization of martensite transformation in a thin holed plate subjected to tension loading.

Mots clefs : Alliage à mémoire de forme; Approches non locales ; Films minces superélastiques.

1 Introduction

Compte tenu de leurs propriétés, les alliages à mémoire de forme (AMF) sont de plus en plus employés dans des applications utilisant des dispositifs miniatures, tels que les microcomposants électroniques [1] ou les micropompes. Dans de tels systèmes, de petites tailles, des phénomènes de localisation de la transformation de phase peuvent apparaître ([2] et [3]).

Les nombreux modèles phénoménologiques ([1], [4], [5], et [6]) consacrés à la description du comportement thermomécanique des AMF massifs, ne permettent pas de rendre compte de ces phénomènes de localisation. La raison tient au fait que ces modèles sont dépourvus de paramètre de longueur interne, de sorte qu'ils mènent à une localisation de la déformation de transformation sur une zone de volume nul (singularité) en présence d'adoucissement. De plus, utilisés dans des calculs par éléments finis, ces modèles donnent des réponses qui sont dépendantes du maillage.

Nous proposons dans ce travail de s'appuyer sur un modèle phénoménologique développé au sein des laboratoires LEM3 (Metz) et LEMTA (Nancy) ([1] et [4]), pour décrire, à partir d'une approche non locale, le phénomène de localisation dans des structures minces en AMF superélastiques. Cette extension non locale est basée sur l'introduction d'une nouvelle variable non locale de la transformation, régie par une équation aux dérivées partielles, définie sur tout le domaine matériel considéré. Cette approche est inspirée

des travaux de [7], [8] et [9], sur les modèles non locaux de plasticité avec endommagement. Le modèle de comportement ainsi obtenu est utilisé pour étudier la localisation de la transformation d'une plaque mince trouée en AMF soumise à un chargement de traction. Pour ce faire, un élément fini 2D (en contraintes planes) basé sur le modèle non local est développé et implémenté dans le code de calcul par éléments finis Abaqus via la routine utilisateur UEL. Cet élément a la particularité de posséder comme degrés de liberté, la fraction non locale de martensite, en plus des composantes du déplacement.

2 Le modèle non local du comportement superélastique des AMF

Le modèle non-local que nous proposons ici est une extension d'un modèle local développé par [1], [4] et [5]. Celui-ci est basé sur la définition du potentiel thermodynamique dont l'expression est :

$$\Delta G = -\frac{1}{2}\Sigma_{ij}S_{ijkl}\Sigma_{kl} - \Sigma_{ij}\alpha_{ij}\Delta T - \Delta TS^A + B(T - T_0)f - \Sigma_{ij}f\bar{\epsilon}_{ij}^T + \frac{1}{2}H_{grain}\bar{\epsilon}_{ij}^T\bar{\epsilon}_{ij}^T f^2 + \frac{1}{2}H_{variant}f^2 \quad (2.1)$$

La fonctionnelle ΔG représente la variation de l'énergie libre depuis l'état initial, elle est fonction de la contrainte Σ_{ij} , de la température T , de la déformation moyenne de transformation $\bar{\epsilon}_{ij}^T$, et de la fraction volumique de martensite. Elle fait aussi intervenir les paramètres matériaux H_{grain} et $H_{variant}$, B et T_0 . Le paramètre H_{grain} est introduit pour prendre en compte les incompatibilités géométriques de déformation lors de la transformation (incompatibilités intergranulaires), alors que le paramètre $H_{variant}$ sert à prendre en compte les incompatibilités entre variantes, T_0 est la température d'équilibre de la transformation de phase, et B correspond à la variation linéaire de l'entropie autour de cette température. Dans un contexte purement superélastique, la température T est une constante et la transformation est régie par les forces motrices suivantes:

$$F_f = \Sigma_{ij}\bar{\epsilon}_{ij}^T - B(T - T_0) - H_{grain}\bar{\epsilon}_{ij}^T\bar{\epsilon}_{ij}^T f - H_{variant}f \quad (2.2)$$

$$F_{\Sigma_{ij}} = S_{ijkl}\Sigma_{kl} + f\bar{\epsilon}_{ij}^T - E_{ij} \quad (2.3)$$

où F_f représente la force motrice de transformation, et $F_{\Sigma_{ij}}$ la force motrice mécanique. La force motrice de transformation est telle que :

$$|F_f| \leq F_f^{crit} \quad (2.4)$$

où F_f^{crit} correspond à la force de transformation critique. La transformation se produit si $F_f = F_f^{crit}$

La valeur critique de la force motrice $F_{\Sigma_{ij}}$, (Eq.2.3), est-elle toujours nulle, traduisant un équilibre thermoélastique instantané au point matériel. Ce qui donne:

$$E_{ij} = S_{ijkl}\Sigma_{kl} + f\bar{\epsilon}_{ij}^T \quad (2.5)$$

où E_{ij} représente la déformation totale macroscopique; $S_{ijkl}\Sigma_{kl}$, la déformation élastique et $\bar{\epsilon}_{ij}^T$, la déformation moyenne de transformation. Les relations (2.2) et (2.3), complétées par les conditions physiques de saturation de la transformation ($f \geq 0$ et $f \leq 1$) constituent les équations locales de notre modèle de comportement pour la superélasticité. Pour rendre ce modèle applicable en présence d'adoucissement, nous nous proposons de le réécrire dans un cadre non-local. Pour cela, nous choisissons de suivre la démarche

proposée par [10] et [11] pour la plasticité. Celle-ci consiste à définir une nouvelle variable non-locale \bar{f} associée à la fraction volumique de transformation comme :

$$\bar{f}(\vec{x}) = \frac{1}{\Psi(\vec{x})} \int_{\Omega} \psi(\vec{y}, \vec{x}) f(y) d\Omega(\vec{y}) \quad (2.5)$$

Dans l'expression (2.5), \vec{x} représente la position du point matériel; \vec{y} est la position d'une partie infinitésimale du domaine Ω ; $\psi(\vec{y}, \vec{x})$ est une fonction noyau de Green, $\Psi(\vec{x})$ est une fonction de normation définie par:

$$\Psi(\vec{x}) = \int_{\Omega} \psi(\vec{y}, \vec{x}) d\Omega(\vec{y}) \quad (2.6)$$

La définition intégrale (Eq. 2.5) de la variable non locale peut être remplacée par une définition différentielle donnée par:

$$\bar{f}(\vec{x}) - l^2 \vec{\nabla}^2 \bar{f}(\vec{x}) = f(\vec{x}) \quad (2.7)$$

La relation (2.7) est obtenue à partir de (2.5) en faisant des approximations basées sur les développements de Taylor autour du point \vec{x} . Dans cette expression, l représente un paramètre de longueur interne qui intervient aussi dans la fonction poids $\psi(\vec{y}, \vec{x})$. On remarque que la fraction volumique locale de martensite $f(\vec{x})$ au point matériel \vec{x} joue le rôle de terme source dans l'équation aux dérivées partielles (2.7), la variable non locale $\bar{f}(\vec{x})$ étant le champ inconnu.

Enfin, pour décrire l'adoucissement, la force critique de transformation F_f^{crit} est considérée décroissante en fonction de la variable non locale, \bar{f} . Son expression est alors donnée par:

$$F_f^{crit} = F_0^{crit} \exp(-H_{\bar{f}} \bar{f}) \quad (2.8)$$

3 Formulation faible du problème non local

Le modèle de comportement ainsi développé est utilisé pour décrire les phénomènes de localisation de la transformation de phase d'une plaque trouée soumise à un chargement de traction en contraintes planes, Fig.1. Pour ce faire, un élément fini 2D est développé sur la base du modèle de comportement (Eqs 2.2-2.3), ainsi que les équations de champs du problème. Ces dernières sont constituées de l'équation (2.7) et de l'équation d'équilibre mécanique de la plaque. Ce qui donne :

$$\begin{cases} \bar{f}(\vec{x}) - l^2 \vec{\nabla}^2 \bar{f}(\vec{x}) = f(\vec{x}) \\ \Sigma_{ij,j} = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Ces équations de champs sont complétées par les conditions aux limites suivantes:

$$\Sigma_{ij} n_j = T_i \text{ sur } \Gamma^{\Sigma}; U_i = U_0 \text{ sur } \Gamma^u. \text{ Avec } \Gamma^{\Sigma} \cup \Gamma^u = \Gamma \text{ et } \Gamma^{\Sigma} \cap \Gamma^u = \emptyset \quad (2.10)$$

$$\vec{\nabla} \bar{f} = \vec{0} \text{ sur } \Gamma \quad (2.11)$$

Comme pour toute approche non locale de type gradient, nous sommes amenés à prescrire des conditions aux limites additionnelles. Nous avons ainsi choisi d'imposer une valeur nulle au gradient de \bar{f} sur la frontière, ce qui revient à imposer un flux nul de cette dernière à cet endroit.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, les équations du système (2.9) sont résolues sous leurs formes faibles données par :

$$\int_{\Omega} [\vec{\nabla} \vec{w}_u]^T : (H^{uu} : \delta E) d\Omega + \int_{\Omega} [\vec{\nabla} \vec{w}_u]^T : H^{u\bar{f}} \delta \bar{f} d\Omega = \int_{\Gamma_{\Sigma}} \vec{w}_u \cdot \vec{T}^{(i)} d\Gamma_{\Sigma} - \int_{\Omega} [\vec{\nabla} \vec{w}_u]^T : \Sigma^{(i-1)} d\Omega \quad (2.12)$$

$$- \int_{\Omega} w_{\bar{f}} H^{\bar{f}u} : \delta E d\Omega + \int_{\Omega} [w_{\bar{f}} (1 - H^{\bar{f}\bar{f}}) \delta \bar{f} + l^2 \vec{\nabla} w_{\bar{f}} \cdot \vec{\nabla} \bar{f}] d\Omega = - \int_{\Omega} [w_{\bar{f}} \bar{f}^{(i-1)} + l^2 \vec{\nabla} w_{\bar{f}} \cdot \vec{\nabla} \bar{f}^{(i-1)}] d\Omega + \int_{\Omega} w_{\bar{f}} \bar{f}^{(i-1)} d\Omega \quad (2.13)$$

où \vec{w}_u et $w_{\bar{f}}$ représentent des fonctions tests, prises ici de classe C^0 . On notera aussi que les équations constitutives (2.2) et (2.3) sont utilisées sous leurs formes incrémentales :

$$\begin{cases} \delta \Sigma = H^{uu} \delta E + H^{u\bar{f}} \delta \bar{f} \\ \delta f = H^{\bar{f}u} \delta E + H^{\bar{f}\bar{f}} \delta \bar{f} \end{cases} \quad (2.14)$$

L'introduction des interpolations polynomiales des champs u et \bar{f} ainsi que de leurs gradients dans les formes faibles (2.12) et (2.13) des équations d'équilibre donne les équations suivantes :

$$\begin{cases} [K^{uu}] \{\delta u^N\} + [K^{u\bar{f}}] \{\delta \bar{f}^N\} = -\{F_{int}^u\} + \{F_{ext}^u\} \\ [K^{\bar{f}u}] \{\delta u^N\} + [K^{\bar{f}\bar{f}}] \{\delta \bar{f}^N\} = -\{F_{int}^{\bar{f}}\} \end{cases} \quad (2.15)$$

où $[K^{uu}]$, $[K^{u\bar{f}}]$, $[K^{\bar{f}u}]$ et $[K^{\bar{f}\bar{f}}]$ représentent des sous-matrices de rigidité. C'est ce système d'équations qui sera résolu dans Abaqus pour les problèmes étudiés. L'implémentation dans les codes éléments finis Abaqus a été réalisé via la routine UEL.

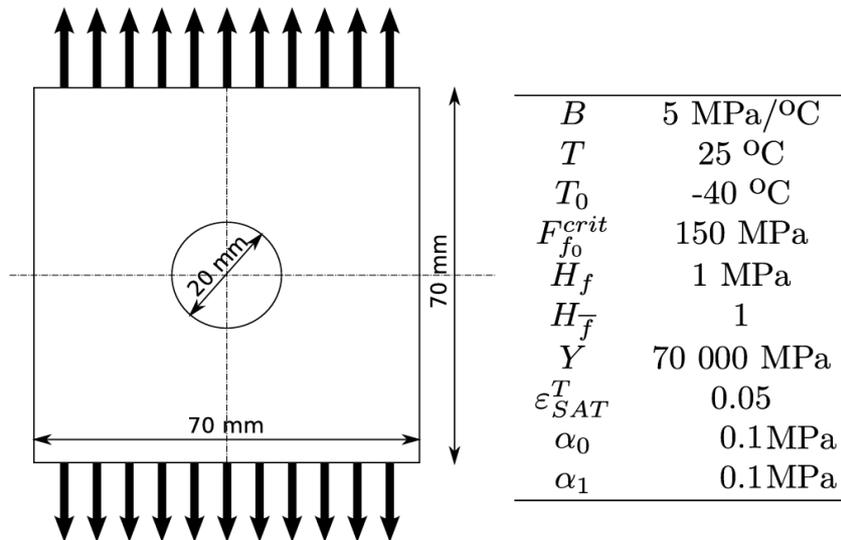


FIG.1 Plaque en AMF étudiée avec les paramètres du modèle

4 Résultats numériques et discussion

La figure 2 montre la distribution spatiale de la fraction volumique de martensite non locale en fonction du chargement pour différentes valeurs du paramètre de longueur interne. Cette figure montre que la localisation de la transformation se déclenche au niveau du trou et se poursuit sous la forme d'une bande de plus en plus large qui finit par occuper tout le domaine de la plaque. Il est à remarquer aussi que la transformation de phase ne préserve pas la symétrie initiale du problème.

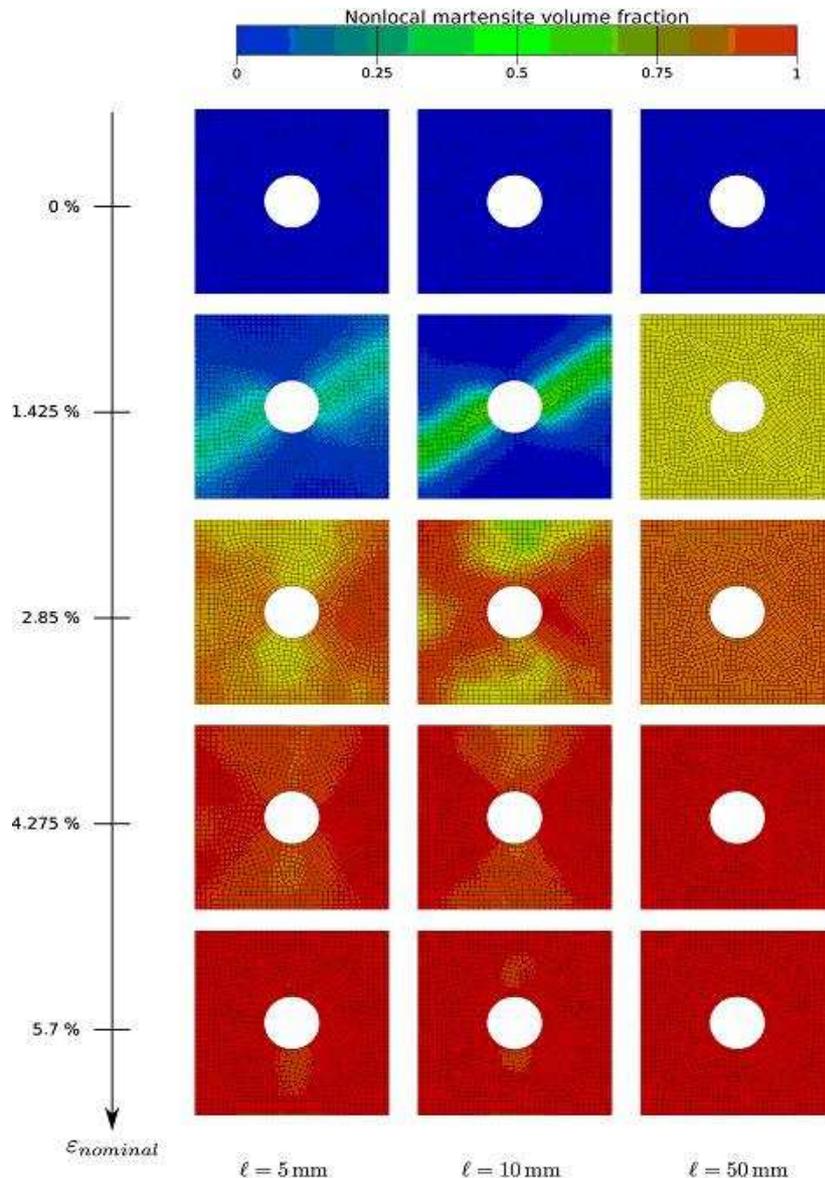


FIG. 2 Distribution de la fraction volumique non locale de martensite à différents niveaux de chargement pour diverses valeurs de longueurs de la longueur interne (l)

5 Conclusion

Un modèle de comportement basé sur la méthode de gradient implicite est proposé en vue d'étudier les phénomènes de localisation dans des structures minces superélastiques. Son implémentation dans le logiciel de calcul par éléments finis Abaqus a nécessité le développement d'un nouvel élément fini 2D ayant un degré de liberté supplémentaire: la fraction volumique non locale de martensite. Le modèle développé a permis d'étudier les phénomènes de localisation de la transformation de phase dans une plaque mince trouée en AMF.

Références

- [1] Duval A., Modélisation du comportement thermomécanique d'alliages à mémoire de forme. Application au dimensionnement de microsystèmes et extension en non local. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Décembre 2009.
- [2] Duval A., Haboussi M., Ben Zineb T., Modelling of localization and propagation of phase transformation in superelastic SMA by a gradient nonlocal approach, *International Journal of Solids and Structures*, 2011 (In press).
- [3] He Y. J., Sun Q. P., Macroscopic equilibrium domain structure and geometric compatibility in elastic phase transition of thin plates. *International Journal of Mechanical Sciences* 52 (2010) 198-211.
- [4] Chemisky Y., Modélisation du comportement macroscopique des alliages à mémoire de forme - Application aux matériaux composites. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine de Metz, Décembre 2009.
- [5] Peultier Bertrand, Ben Zineb T., Patoor E., 2006, Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM. *Mechanics of Materials*, 38(5-6) : 510–524.
- [7] Peerlings R.H.J., Geers M.G.D., De Borst R., et Brekelmans W.A.M., A critical comparison of nonlocal and gradient-enhanced softening continua. *International Journal of Solids and Structures*, 38:7723-7756, 2001.
- [8] Huang M. et Brinson L. C., A multivariant model for single crystal shape memory alloy behavior. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8):1397-1409, 1998.
- [9] Engelen R. A. B., Geers M. G. D., Baaijens F.P.T., Nonlocal implicit gradient-enhanced elastoplasticity for the modelling of softening behaviour. *International Journal of Plasticity*, 19: 403–433, 2003
- [10] Pijaudier-Cabot G. et Bazant Z.P., Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 113:1512-1533, 1987.
- [11] Peerlings R.H.J., De Borst R., et Brekelmans W.A.M., Wave propagation and localisation in non-local gradient-enhanced damage models. *Journal de Physique IV*, 8 :293-300, 1998.