



**HAL**  
open science

## Modèle de comportement des AMF à base Fer : Effet du couplage transformation de phase plasticité

Walid Khalil, Céline Bouby, Alain Mikolajczak, Tarak Ben Zineb

### ► To cite this version:

Walid Khalil, Céline Bouby, Alain Mikolajczak, Tarak Ben Zineb. Modèle de comportement des AMF à base Fer : Effet du couplage transformation de phase plasticité. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422598

**HAL Id: hal-03422598**

**<https://hal.science/hal-03422598>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle de comportement des AMF à base Fer : effet du couplage transformation de phase plasticité

W. KHALIL, C. BOUBY, A. MIKOLAJCZAK, T. BEN ZINEB

LEMETA, Nancy-Université, CNRS, 2, rue Jean Lamour, 54500 VANDOEUVRE LES NANCY

## Résumé :

*Les alliages à mémoire de forme (AMF) à base Fer se distinguent par la présence d'un couplage entre la transformation de phase et le glissement plastique. Dans cette communication, une loi de comportement, intégrant cette spécificité, est proposée. Elle dérive d'une expression de l'énergie libre de Gibbs issue de considérations micromécaniques et présente deux variables internes (fraction de martensite et déformation plastique cumulée). Cette loi a été implantée dans le code éléments finis Abaqus via la subroutine UMAT et permet d'analyser le comportement d'applications en AMF à base Fer telles que des systèmes de serrage.*

## Abstract :

*Fe-based shape memory alloys (SMA) differ from other SMA families by a coupling between martensitic phase transformation and plastic gliding. In this paper, a constitutive law taking into account this specificity is proposed. It is derived from an expression of the Gibbs free energy resulting from micromechanical considerations and considered two scalar internal variables to describe phase transformation and plastic sliding effects : martensite fraction and accumulated plastic strain. The constitutive law has been implemented in the Abaqus finite element code via the UMAT subroutine and allowed to analyse some Fe-based SMA application such as tightening system, widely considered for pipelines connections.*

**Mots clefs :** Alliages à mémoire de forme ; plasticité ; transformation martensitique

## 1 Introduction

Les applications en alliages à mémoire de forme (AMF) se développent de plus en plus dans plusieurs secteurs industriels tel que la biomécanique, l'aéronautique, le génie civil, l'automobile, etc... La spécificité de chaque application requiert un AMF adapté. Dans le cas d'applications nécessitant une quantité importante de matière ou une production de grande série avec un coût le plus faible possible, les AMF à base Fer sont d'excellents candidats. Toutefois ces alliages présentent quelques inconvénients comme leur faible résistance à la corrosion ou la présence d'un couplage entre transformation de phase et plasticité même à faible niveau de contraintes et/ou à basses températures.

Actuellement le dimensionnement d'applications en AMF à base Fer s'effectue de manière empirique en se basant sur des données expérimentales. Il est donc nécessaire de disposer d'un outil numérique d'aide à la conception exploitant les outils modernes de CAO et d'éléments finis. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer d'une loi de comportement thermomécanique adaptée et implantée dans un code éléments finis. De manière analogue aux aciers TRIP [5], elle doit tenir compte de l'effet de la déformation inélastique induite par la transformation de phase et la plasticité sur le comportement de cette famille d'AMF. C'est l'objectif de l'étude développée dans cet article. Quelques modèles commencent à émerger dans la littérature décrivant le comportement de ce type d'AMF [1, 2, 3, 4].

Le modèle que nous proposons s'inscrit dans la continuité des travaux de Jemal et al. [2]. Les principales améliorations apportées à celui-ci consistent à tenir compte de l'évolution non linéaire de l'interaction entre variantes de martensites au cours du chargement, à une meilleure description de la cinétique de

la transformation inverse au cours d'un chauffage et à l'amélioration de la robustesse de l'intégration numérique. Ce nouveau modèle a été implanté dans le code éléments finis Abaqus via la routine UMAT et une application en connectique a été étudiée afin d'évaluer l'efficacité du modèle et de l'outil numérique développé. La cohérence des résultats obtenus nous a permis de valider l'approche développée.

## 2 Modélisation du comportement thermomécanique des AMF à base Fer

Considérons un volume élémentaire représentatif (VER) d'un AMF à base Fer polycristallin soumis à une contrainte macroscopique  $\Sigma$  et/ou une température  $T$ . Sous un chargement thermomécanique, la phase mère austénitique peut être transformée en martensite, phénomène classiquement observé dans les alliages à mémoire de forme, mais peut aussi subir une plastification faisant apparaître des systèmes de glissement. Ces deux mécanismes non diffusifs induisent une déformation inélastique  $E^{ine}$ , compatible avec la déformation macroscopique totale par l'intermédiaire de l'élasticité. En supposant que la déformation plastique est non nulle seulement dans la phase austénitique, on peut décomposer la déformation totale  $E$  en :

$$E_{ij} = E_{ij}^{ela} + E_{ij}^{ine}, \text{ avec } E_{ij}^{ine} = E_{ij}^{tr} + (1 - f)E_{ij}^p \quad (1)$$

où  $E^{ela}$  désigne la déformation élastique,  $E^{tr}$  la déformation de transformation moyenne sur le VER,  $f$  la fraction volumique de martensite et  $E^p$  la déformation plastique moyenne dans la phase austénitique. Compte tenu de cette décomposition, en introduisant le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}$ , la loi de Hooke peut être généralisée par :

$$\Sigma_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{tr} - (1 - f)E_{kl}^p) \quad (2)$$

D'après les observations expérimentales, la martensite formée dans les AMF à base Fer peut seulement être orientée par la contrainte. Les règles d'écoulement plastique et de transformation peuvent donc être supposées associées et orientées par la partie déviatorique du tenseur des contraintes. En notant l'amplitude plastique  $\gamma$  et la déformation de transformation équivalente à saturation  $\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}$ , on peut alors écrire :

$$\dot{E}_{ij}^p = \dot{\gamma} \eta_{ij}, \quad \dot{E}_{ij}^{tr} = \dot{f} \bar{\varepsilon}_{max}^{tr} \eta_{ij}, \quad (3)$$

avec la direction  $\eta$  définie à l'aide de la partie déviatorique du tenseur des contraintes  $S$  et de la contrainte équivalente de Von Mises  $\Sigma_{eq}$  par  $\eta_{ij} = S_{ij}/\Sigma_{eq}$ . L'énergie libre de Gibbs est adoptée comme potentiel thermomécanique et se décompose en

$$\Psi(\Sigma, T) = W_{potentielle} - W_{chimique} - W_{élastique} - W_{interface} \quad (4)$$

où  $W_{potentielle}$ ,  $W_{chimique}$ ,  $W_{élastique}$ ,  $W_{interface}$  désignent respectivement les énergies potentielles, chimique, élastique et d'interface. Cette dernière étant négligée et les formulations classiques pour les énergies chimique et potentielle adoptées, l'énergie libre de Gibbs devient :

$$\Psi(\Sigma, T) = E_{ij}\Sigma_{ij} - B(T - T_0)f - W_{élastique} \quad (5)$$

où  $B$  et  $T_0$  sont des paramètres matériau. L'énergie élastique permet de prendre en compte les hétérogénéités dans le VER et à l'échelle du grain, elle est décomposée à l'aide d'une approche micromécanique simplifiée déjà introduite dans [7] pour les alliages en Ni-Ti. Pour cela, on décompose la contrainte locale en une somme de trois contributions représentant la contrainte macroscopique, la fluctuation de la contrainte due aux incompatibilités dans les grains déformés et la fluctuation de la contrainte due aux incompatibilités entre les variantes de martensite et/ou les systèmes de glissement dans chaque grain. En généralisant la démarche utilisée dans [2], cela permet d'écrire :

$$W_{macro} = \frac{1}{2}\Sigma_{ij}\mathbb{S}_{ijkl}\Sigma_{kl} \quad (6)$$

$$W_{inter} = G_g(E_{ij}^{ine}) = \frac{1}{2} \frac{H_g}{n_g + 1} (E_{ij}^{ine} E_{ij}^{ine})^{n_g + 1} \quad (7)$$

$$W_{intra} = G_v(f) + (1-f)G_s(\gamma) - G_{sv}(f, \gamma) = \frac{H_v}{n_v + 1} f^{n_v + 1} + (1-f) \frac{H_s}{n_s + 1} \gamma^{n_s + 1} - \frac{1}{2} \frac{H_{sv}}{n_{sv} + 1} (f\gamma)^{n_{sv} + 1} \quad (8)$$

et mène ensuite à l'expression suivante de l'énergie libre de Gibbs :

$$\Psi = \frac{1}{2} \Sigma_{ij} \mathbb{S}_{ijkl} \Sigma_{kl} + \Sigma_{ij} E_{ij}^{ine} - B(T - T_0)f - G_g(E_{ij}^{ine}) - [G_v(f) + (1-f)G_s(\gamma) - G_{sv}(f, \gamma)] \quad (9)$$

où  $\mathbb{S}$  est le tenseur des complaisances élastiques ;  $H_g$ ,  $H_v$ ,  $H_s$  et  $H_{sv}$  sont des paramètres matériau caractérisant respectivement les interactions entre les grains, les variantes de martensite, les systèmes de glissement, les variantes de martensite et les systèmes de glissement. Les paramètres  $n_g$ ,  $n_v$ ,  $n_s$  et  $n_{sv}$  permettent de généraliser la formulation dans [2] pour tenir compte des non linéarités du comportement.

Les lois de comportement sont ensuite écrites en utilisant les forces thermodynamiques associées aux variables internes et déduites de l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$d\Psi(\Sigma, T, f, \gamma, E^{ine}) - SdT - E_{ij}d\Sigma_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

ce qui conduit à, avec l'expression (9) de l'énergie libre de Gibbs :

$$\begin{aligned} & (\mathbb{S}_{ijkl}\Sigma_{kl} + E_{ij}^{ine} - E_{ij}) d\Sigma_{ij} - (fB + S)dT \\ & + \left[ (\Sigma_{ij} - \frac{\partial G_g}{\partial E_{ij}^{ine}})(\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}\eta_{ij} - E_{ij}^p) - B(T - T_0) - \frac{\partial G_v}{\partial f} + G_s + \frac{\partial G_{sv}}{\partial f} \right] df \\ & + \left[ (1-f)(\Sigma_{ij} - \frac{\partial G_g}{\partial E_{ij}^{ine}})\eta_{ij} - (1-f)\frac{\partial G_s}{\partial \gamma} + \frac{\partial G_{sv}}{\partial \gamma} \right] d\gamma \geq 0 \quad (11) \end{aligned}$$

Les forces motrices de transformation et de plasticité, associées aux variables internes, sont alors identifiées comme suit :

$$F_m^f = (\Sigma_{ij} - \frac{\partial G_g}{\partial E_{ij}^{ine}})(\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}\eta_{ij} - E_{ij}^p) - B(T - T_0) - \frac{\partial G_v}{\partial f} + G_s + \frac{\partial G_{sv}}{\partial f} \quad (12)$$

$$F_m^\gamma = (1-f)(\Sigma_{ij} - \frac{\partial G_g}{\partial E_{ij}^{ine}})\eta_{ij} - (1-f)\frac{\partial G_s}{\partial \gamma} + \frac{\partial G_{sv}}{\partial \gamma} \quad (13)$$

En introduisant enfin les forces seuils reliées à la transformation et au glissement plastique :

$$F_{yield}^f = \sigma_{yield}^f \bar{\varepsilon}_{max}^{tr} - B(M_s - T_0) \quad (14)$$

$$F_{yield}^\gamma = \sigma_0^\gamma - \alpha T \quad (15)$$

où  $\sigma_0^\gamma$ ,  $\alpha$  sont les paramètres matériau décrivant l'évolution de la contrainte d'activation de la plasticité en fonction de la température,  $M_s$  est la température de début de transformation et  $\sigma_{yield}^f$  la contrainte critique pour la transformation martensitique.

Par analogie avec la transformation directe, la transformation inverse est introduite en conservant la même expression de force motrice mais une force critique propre. Cette dernière est supposée de même forme que la force critique de transformation directe avec toutefois l'introduction d'un terme supplémentaire  $H_f f$ . Ce terme permet alors de prendre en compte l'influence de la fraction volumique de martensite  $f$  sur la valeur de la température de début de transformation inverse conformément aux résultats expérimentaux de la littérature (voir par exemple les travaux de Nishimura et al. et Fisher et al. [5, 6]). Avec ces considérations, cette force critique s'écrit :

$$F_{yield}^{finv} = \sigma_{yield}^f \bar{\varepsilon}_{max}^{tr} - B(A_f - T_0) - H_f f \quad (16)$$

$A_f$  étant la température de fin de transformation austénitique. La comparaison des forces motrices avec les forces critiques permet alors de détecter les comportements activés.

### 3 Implantation numérique

Le modèle proposé a été implanté dans le logiciel de calcul aux éléments finis ABAQUS. Cette implantation a été réalisée en utilisant la subroutine UMAT (UserMaterial), subroutine qui permet de définir des lois de comportement utilisateur. L'algorithme d'intégration de la loi de comportement est basé sur une méthode de prédiction correction et utilise la méthode de Newton-Raphson. En d'autres termes, pour un incrément de sollicitation donné, une prédiction élastique et une actualisation des contraintes sont effectuées. Suite à cette prédiction, les critères d'activation des différents mécanismes de déformation sont testés :

$$\begin{array}{lll}
\text{Si } G_m^{f,pred} = F_m^{f,pred} - F_{yield}^f > 0 & \text{et } dG_m^{f,pred} > 0 & \text{transformation activée} \\
\text{Si } G_m^{\gamma,pred} = F_m^{\gamma,pred} - F_{yield}^\gamma > 0 & \text{et } dG_m^{\gamma,pred} > 0 & \text{plasticité activée} \\
\text{Si } G_m^{f,inv,pred} = F_m^{f,inv,pred} - F_{yield}^f < 0 & \text{et } dG_m^{f,inv,pred} < 0 & \text{transformation inverse activée}
\end{array}$$

L'activation de ces critères permet ensuite de sélectionner le type de comportement et de définir le système d'équations à résoudre. Ce système prend les formes suivantes :

– pour la transformation seule

$$\begin{cases} F_m^f - F_{yield}^f = 0 \\ \sigma_{ij} - \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = 0 \end{cases}$$

– pour la plasticité seule

$$\begin{cases} F_m^\gamma - F_{yield}^\gamma = 0 \\ \sigma_{ij} - \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = 0 \end{cases}$$

– pour le couplage plasticité transformation

$$\begin{cases} F_m^f - F_{yield}^f = 0 \\ F_m^\gamma - F_{yield}^\gamma = 0 \\ \sigma_{ij} - \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = 0 \end{cases}$$

– pour la transformation inverse seule

$$\begin{cases} F_m^f - F_{yield}^{f,inv} = 0 \\ \sigma_{ij} - \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = 0 \end{cases}$$

– pour le couplage plasticité transformation inverse

$$\begin{cases} F_m^f - F_{yield}^{f,inv} = 0 \\ F_m^\gamma - F_{yield}^\gamma = 0 \\ \sigma_{ij} - \mathbb{C}_{ijkl}(E_{kl} - E_{kl}^{ine}) = 0 \end{cases}$$

Le système d'équations sélectionné est alors résolu implicitement par la méthode de Newton Raphson. Cette résolution permet d'actualiser les contraintes, les variables internes  $f$  et  $\gamma$  ainsi que de calculer les modules tangents mécanique et thermique nécessaires pour mener à bien le calcul via l'UMAT.

### 4 Résultats et discussion

Dans un premier temps, le calage des paramètres et la validation du modèle sont effectués à l'aide des résultats expérimentaux issus de trois essais de traction simple dans [2]. Il s'agit d'essais effectués sur des éprouvettes composées de Fer Manganèse Silicium à trois températures différentes :  $T = 20^\circ \text{C}$ ,  $T = 50^\circ \text{C}$  et  $T = 130^\circ \text{C}$ . A ces températures, nous avons respectivement que de la déformation due à la transformation de phase, un couplage entre transformation et plasticité puis uniquement que de la plasticité. Ces différences de comportement sont mises en évidence par chauffage de l'éprouvette après déchargement. La partie de déformation récupérée par transformation inverse due au chauffage traduit la proportion de déformation de transformation par rapport à la déformation totale.

## 4.1 Chargement thermomécanique homogène

De manière à procéder à une première phase de test du modèle, on se ramène au cas où l'évolution de la transformation est linéaire en prenant  $n_g = n_{sv} = 0$  et  $n_s = n_v = 1$ . Les simulations des essais de traction ont été réalisées sur un élément hexaédrique à 8 noeuds. A partir de ces simulations, nous avons pu extraire un jeu de paramètres permettant de retranscrire le plus fidèlement possible le comportement observé expérimentalement. Les paramètres ainsi déterminés sont reportés dans le tableau 1. La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques est reportée sur la figure 1. On y observe que nous avons pu retranscrire fidèlement les trois types de comportement décrits précédemment pour les températures de 20 °C, 50 °C et 130 °C. On note toutefois un écart sensible sur la proportion de déformation de transformation récupérée à 50 °C (figure 1.b) et sur l'écroutissement du matériau pour la température de 130 °C. La difficulté réside ici dans le choix d'un jeu de paramètres qui consiste à un compromis entre l'aspect quantitatif et qualitatif des résultats numériques.

$E$ (MPa)	$\nu$	$B$ (MPa/°C)	$\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}$	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
133 000	0,3	0,04	0,048	0	130
$\sigma_{yield}^f$ (MPa)	$\sigma_{yield}^\gamma$ (MPa)	$H_g$ (MPa)	$H_s$ (MPa)	$H_v$ (MPa)	$H_{sv}$ (MPa)
155	200	5350	50	3	400

TABLE 1 – Paramètres matériau

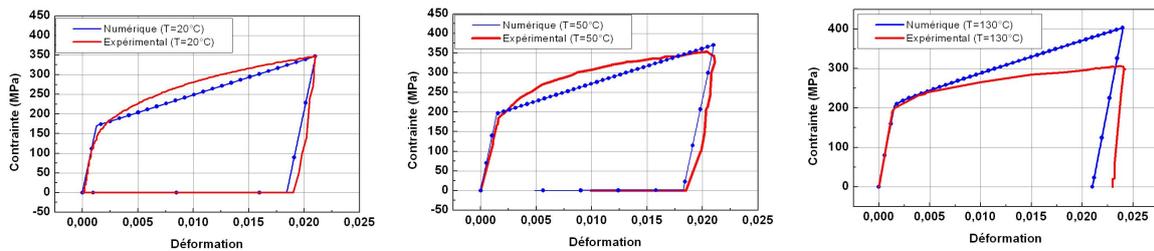


FIGURE 1 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques (a) pour  $T=20$  °C (b) pour  $T=50$  °C (c) pour  $T=130$  °C

## 4.2 Chargement thermomécanique hétérogène

Afin de valider l'implantation numérique du modèle et en particulier le calcul des modules tangents thermique et mécanique, nous avons procédé à la simulation d'une application industrielle. Celle-ci consiste à connecter des pipelines à l'aide de bague de serrage en alliage à mémoire de forme. Le procédé est résumé sur la figure 2. Une bague de diamètre intérieur inférieur au diamètre extérieur du pipeline, est déformée (déformation de transformation) par application d'une pression interne. Cette bague est ensuite placée au point de jonction de deux pipelines pour ensuite être chauffée. Ce chauffage a pour effet d'amorcer la transformation inverse; la bague tend à retrouver sa forme initiale et donc engendre une pression de serrage.

Les bagues de serrage en AMF à base Fer sont utilisées pour assembler les pipelines de transport de pétrole par effet de mémoire de forme. Le cycle de chargement est représenté sur la figure 2.

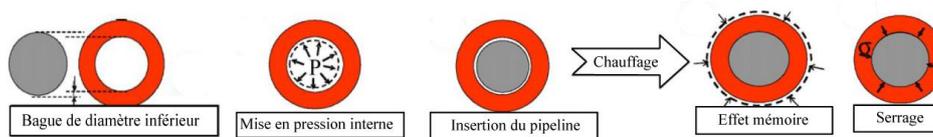


FIGURE 2 – Cycle de chargement d'une bague de serrage en AMF, d'après [8]

La symétrie du problème nous permet d'étudier seulement le quart de la structure. La figure 3 montre l'évolution des variables internes  $f$  et  $\gamma$  pendant la phase de chauffage. D'autre part, la pression de serrage (pression de contact) augmente linéairement avec la température. Enfin, contrairement aux AMF à base de NiTi, la pression de serrage reste constante après refroidissement et ne diminue pas grâce à sa large hystérésis.

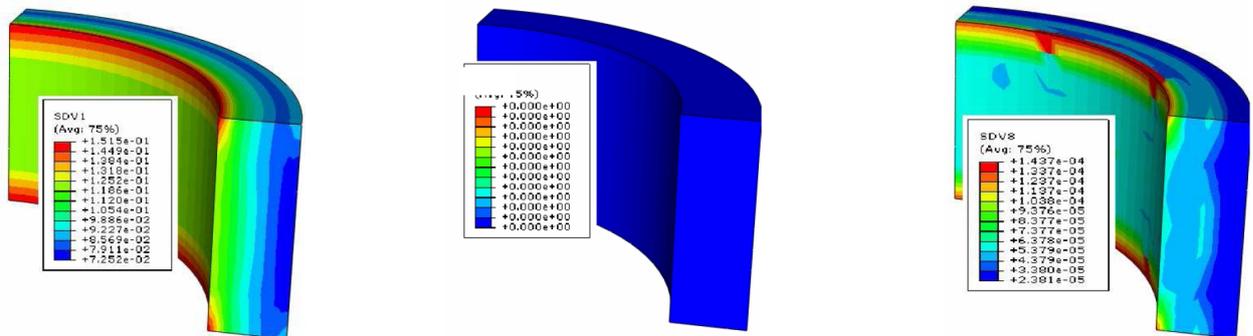


FIGURE 3 – Evolution des variables internes : (a)  $f$  avant le chauffage, (b)  $f$  après le chauffage, (c)  $\gamma$  avant et après le chauffage (pas d'évolution de  $\gamma$  lors du chauffage)

## 5 Conclusions

Le modèle de comportement 3D développé a été intégré numériquement dans le code de calcul par éléments finis Abaqus pour simuler le comportement des alliages à mémoire de forme à base Fer. Les résultats des simulations numériques montrent une cohérence avec ceux obtenus expérimentalement. L'application industrielle traitée a montré la robustesse du modèle et de son implantation numérique. Dans la suite de ces travaux, la non linéarité de la transformation sera prise en compte et une formulation adaptée aux grandes transformations sera développée. Cette dernière permettra en particulier de simuler les procédés de mise en forme de ces matériaux.

## Références

- [1] Goliboroda (Holyboroda), I., Rusinko, K., Tanaka, K. 1999 Description of an iron-based shape memory alloy : thermomechanical behavior in terms of the synthetic mode. *Comput. Mater. Sci.* **13**, 218-226
- [2] Jemal, F., Bouraoui, T., Ben Zineb, T., Patoor, E., Bradai, Ch. 2009 Modelling of Martensitic transformation and plastic slip effects on the thermomechanical behaviour of Fe-based shape memory alloys *Mech. Mater.* **41**, 849-856
- [3] Lazghab, T., Wu, K.H. 2005 One-dimensional shape memory alloy model with plastic deformation effects *In : ICOMAT 05, June 2005, Shanghai, China*
- [4] Nishimura, F., Liedl, U., Werner, E.A. 2003 Simulation of martensitic transformations in TRIP-steel and Fe-based shape memory alloy. *Computational Materials Science* **26**, 347-365
- [5] Fischer, F.D., Reisner, G., Werner, E., Tanaka, K., Cailletaud, G., Antretter, T. 2000 A new view on transformation induced plasticity (TRIP). *Int. J. Plast.* **16**, 723-748
- [6] Nishimura, F., Watanabe, N., Watanabe, T., Tanaka, K. 2000 Evolution of martensite start condition in general thermomechanical loads of Fe-based shape memory alloy *International Journal of Mechanical Sciences* **42**, 347-365
- [7] Peultier, B., Ben Zineb, T., Patoor, E. 2006 Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM. *Mechanics of Materials* **38**, 510-524
- [8] Peultier, B., Ben Zineb, T., Patoor, E. 2006 Macroscopic constitutive law for SMA : Application to structure analysis by FEM *Materials Science and Engineering A* **438-440**, 454-458