



HAL
open science

Efficacité du mélange chaotique pour des fluides non newtoniens thermodépendants chauffés ou refroidis

Yann Moguen, Kamal El Omari, Yves Le Guer

► **To cite this version:**

Yann Moguen, Kamal El Omari, Yves Le Guer. Efficacité du mélange chaotique pour des fluides non newtoniens thermodépendants chauffés ou refroidis. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422536

HAL Id: hal-03422536

<https://hal.science/hal-03422536>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Effacité du mélange chaotique pour des fluides non newtoniens thermodépendants chauffés ou refroidis

Y. MOGUEN^a, K. EL OMARI^b ET Y. LE GUER^b

a. Ghent University – Department of Flow, Heat and Combustion Mechanics,
Sint-Pietersnieuwstraat, 9000 Gent (Belgique)

b. Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au Génie Electrique
SIAME – Fédération IPRA CNRS – Université de Pau et des Pays de l'Adour (UPPA)
Bât. d'Alembert, rue Jules Ferry, BP 7511, 64 075 Pau cedex (France)

Résumé :

Ce travail concerne l'étude numérique du mélange et du transfert thermique au sein de fluides très visqueux au comportement rhéologique non newtonien (rhéofluidifiant ou rhéoépaississant) soumis à un régime d'advection chaotique. Les fluides considérés sont modélisés par des lois de puissance en prenant en compte la thermodépendance. Le mélangeur est constitué de deux barreaux cylindriques maintenus verticalement dans une cuve. Nous montrons ici l'impact de la variation de la viscosité avec la température et le cisaillement sur la qualité du mélange en réchauffement et en refroidissement.

Abstract :

A numerical investigation of mixing and thermal transfer in high viscous non-Newtonian (shear-thinning and shear-thickening) fluids in chaotic advection regime is proposed. The temperature dependence is accounted for through the power-law model. The mixer consists of two circular rods maintained vertically inside a cylindrical tank. The influence of the temperature dependence on the mixing efficiency in heating and cooling cases is demonstrated.

Mots clefs : mélange chaotique ; fluides non newtoniens ; thermodépendance

1 Introduction

Les opérations de mélange de fluides au cours desquelles les échanges de masse et de chaleur sont favorisés, sont fréquentes dans l'industrie. Lorsque des fluides très visqueux et/ou fragiles sont concernés, le mélange chaotique effectué par des écoulements laminaires est alors particulièrement intéressant. Le mélange par des écoulements turbulents peut en effet dégrader le fluide, ainsi qu'être coûteux en énergie. Cette situation se rencontre par exemple pour les polymères fondus ou les assemblages de polymères, dont le comportement rhéologique est non newtonien. Dans ce cas, le cisaillement peut induire une dégradation des longues chaînes polymériques. D'autre part, un mélange de mauvaise qualité peut induire des structures inhomogènes lors de l'assemblage de polymères. Le mélange par advection chaotique est effectué au moyen d'écoulements simples du point de vue eulérien, mais qui sont capables de générer des trajectoires lagrangiennes complexes, condition d'un mélange efficace. Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel – par exemple, un mélange en cuve –, le caractère chaotique de l'écoulement peut être obtenu par l'introduction d'une modulation temporelle adéquate de la vitesse de rotation des éléments mobiles du mélangeur.

De nombreuses publications concernent le mélange chaotique (cf. [1]), dont une partie porte sur le mélange thermique (cf. [2]). Néanmoins, rares sont celles qui concernent le mélange thermique de fluides non newtoniens [3, 4] et très peu considèrent le cas de fluides thermodépendants. L'objectif du travail présenté ici est d'analyser les effets combinés du mélange chaotique thermique dans le cas de fluides rhéoépaississant et rhéofluidifiant dont la viscosité dépend de la température.

2 Géométrie du dispositif de mélange et protocole d'agitation

Le dispositif de mélange est constitué d'une cuve et de deux barreaux cylindriques (voir Fig. 1a). Chacun de ces trois éléments est susceptible d'entraîner le fluide par un mouvement de rotation autour de son axe de symétrie, supposé fixe et vertical. Notons que la géométrie du dispositif ne change donc pas au cours du temps. Nous nous limitons ici à une étude bidimensionnelle dans un plan perpendiculaire aux axes des cylindres.

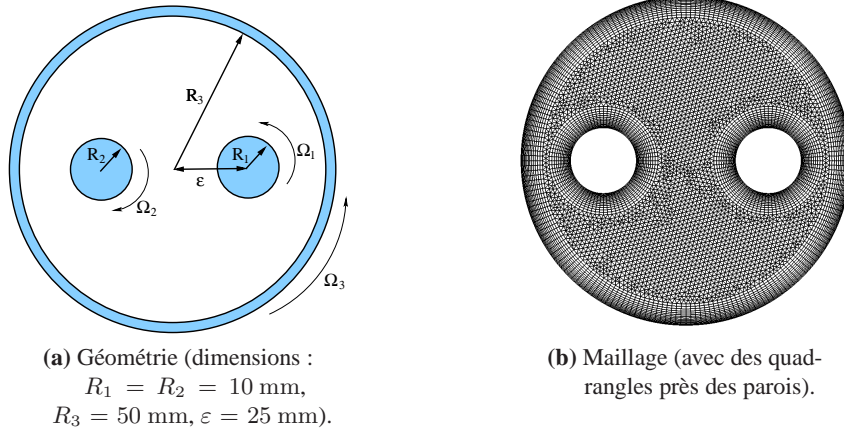


FIGURE 1 – Le dispositif de mélange.

Nous avons montré dans le cadre d'études précédentes [4, 5] que le protocole de rotations alternées des barreaux et de la cuve est plus efficace que la modulation ininterrompue de la rotation. C'est donc ce protocole qui est utilisé dans le cadre de cette étude. Il est réalisé en modulant les vitesses angulaires des trois éléments cylindriques avec une période $\tau = 30$ s, de la façon suivante (voir Fig. 1a) :

$$\Omega_{1,2} = \begin{cases} \omega & \text{si } \omega > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \Omega_3 = \begin{cases} \tilde{\omega} & \text{si } \tilde{\omega} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où les vitesses angulaires sont données, en tours par minute, par :

$$\omega(t) = 30 - 60 \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), \quad \tilde{\omega}(t) = 6 - 12 \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Les amplitudes ont été choisies de manière à obtenir la même vitesse maximale V pour les barreaux et la cuve. Le fluide confiné à l'intérieur du mélangeur est chauffé ou refroidi par l'intermédiaire de la température imposée aux parois de la cuve et des barreaux. Cela pourrait être réalisé au moyen d'une circulation rapide d'eau amenée au niveau de l'axe des éléments tournants. Pour un chauffage du fluide, la température initiale de celui-ci est en tout point $T_0 = T_{\text{froide}}$ et la température imposée aux parois est $T_p = T_{\text{chaude}}$. Pour un refroidissement, les températures T_0 et T_p sont bien sûr inversées.

3 Modélisation du fluide et conditions d'écoulement

3.1 Équations de conservation

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues en supposant l'écoulement incompressible. Dans le but de mettre en évidence l'importance relative de chacun des effets thermo-hydrodynamiques présents dans le mélange thermique considéré, ces équations peuvent être présentées sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\hat{\text{div}}(\hat{v}) = 0 \quad (1a)$$

$$\text{Re Sl } \partial_{\hat{t}} \hat{v} + \text{Re } (\hat{v} \cdot \hat{\nabla}) \hat{v} = -\hat{\nabla} \hat{p} + \hat{\nabla} (\hat{\eta} \hat{\nabla} \cdot \hat{v}) \quad (1b)$$

$$\text{Pe Sl } \partial_{\hat{t}} T^* + \text{Pe } \hat{v} \cdot \hat{\nabla} T^* = \hat{\Delta} T^* + \text{Br } 2\hat{\eta} \hat{D} : \hat{D} \quad (1c)$$

où

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\eta_0} \quad , \quad \text{Sl} = \frac{L}{\tau V} \quad , \quad \text{Br} = \frac{\eta_0 V^2}{\lambda \Theta}$$

sont, respectivement, les nombres de Reynolds, Strouhal et Brinkman. Le nombre de Péclet a également été introduit :

$$\text{Pe} = \text{Pr} \text{Re} = \frac{c_p \rho V L}{\eta_0}$$

où Pr est le nombre de Prandtl. Nous avons pris comme longueur de référence $L = 2(R_3 - R_1)$. La durée τ et la vitesse V de référence sont données par la période de modulation des vitesses angulaires et la vitesse tangentielle maximale aux parois. La viscosité η_0 du fluide est prise à la température de référence T_r . Pour un écoulement dans lequel la viscosité joue un rôle dominant, il est loisible de prendre comme valeur de référence $\eta_0 V/L$ pour la pression. La température réduite T^* a été définie de manière à ce que ses valeurs parcourent l'intervalle $[0, 1]$ en chauffage comme en refroidissement :

$$T^* = \frac{T - T_r}{\Theta}$$

avec $T_r = T_{\text{froide}}$ et où $\Theta = T_{\text{chaude}} - T_{\text{froide}}$ est l'écart de température de référence.

3.2 Loi de comportement

Dans l'Eq. (1b), le tenseur des contraintes est considéré sous la forme $\tau = 2\eta(\dot{\gamma})D$, où $\dot{\gamma} = \sqrt{2D} : D$ est le taux de déformation. Une forme généralisée de la loi de comportement des fluides newtoniens est utilisée. La viscosité est décrite par une loi de puissance :

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2)$$

où k est l'indice de consistance et n est l'indice du comportement rhéologique du fluide. Les valeurs $n < 1$, $n = 1$ et $n > 1$ correspondent respectivement aux cas rhéofluidifiant, newtonien et rhéoépaississant. Pour les calculs présentés par la suite, nous prendrons $n = 0,5$ et $n = 1,5$. La thermodépendance de la viscosité dans la loi de puissance est introduite en suivant Bird *et al.* [6], par la relation :

$$k = k_0 e^{-b(T-T_r)} = k_0 e^{-BT^*} \quad (3)$$

où b est une constante déterminée de façon empirique et k_0 est l'indice de consistance à la température de référence T_r . Notons que les variations de l'indice n en fonction des écarts de température sont ici négligées. Le coefficient adimensionnel $B = b\Theta$ apparaissant dans l'expression (3), appelé nombre de Pearson, caractérise le niveau de thermodépendance de la viscosité.

3.3 Propriétés de l'écoulement dans le mélangeur

L'écoulement que nous considérons est tel que :

$$\text{Re} = \mathcal{O}(1) \quad , \quad \text{Sl} = \mathcal{O}(1) \quad , \quad \text{Pe} \gg 1 \quad , \quad \text{Br} \ll 1$$

Comme Pe et Pe Sl ne dépendent pas de la viscosité, l'influence de la thermodépendance sur l'efficacité du mélange n'est pas due à l'équation de la température (1c) mais principalement à l'équation de la quantité de mouvement (1b). Notons alors que, du fait que $\text{Re} = \mathcal{O}(1)$ et $\text{Re Sl} = \mathcal{O}(1)$, le lien entre vitesse et accélération dans l'équation (1b) est associé à la présence d'effets d'inertie dans l'écoulement.

Nous considérons que le nombre de Pearson est compris entre $B = 0$ (viscosité indépendante de la température) et $B = 5$ (valeur réaliste pour les écoulements de polymères fondus, par exemple). Les autres paramètres adimensionnels significatifs sont donnés Tab. 1.

Ainsi, le temps caractéristique de diffusion thermique est 16 600 fois supérieur au temps caractéristique d'advection, qui est égal à $L/V = 2,5$ s. Compte tenu de la durée de simulation de 2 000 s que nous avons choisie, les effets de la diffusion thermique à l'échelle du mélangeur peuvent être considérés comme secondaires dans le processus de mélange, gouverné principalement par l'advection. En outre, la dissipation visqueuse est négligeable, compte tenu de la faible valeur du nombre de Brinckman.

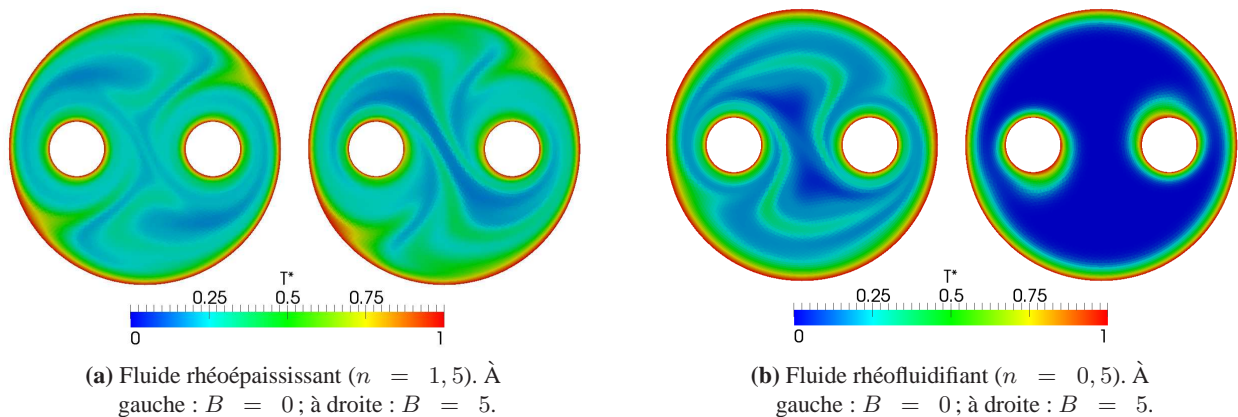
Re	Sl	Pe	Pr	Br
1,66	0,1	16 600	10^4	10^{-3}

TABLE 1 – Paramètres adimensionnels de l'écoulement.

4 Quelques résultats

Les calculs présentés ont été effectués à l'aide du code TAMARIS développé par K. El Omari. Pour des détails sur la méthodologie numérique employée et la validation du code, nous renvoyons aux références [4, 5]. Signalons simplement qu'une méthode aux volumes finis d'ordre deux en temps et en espace est utilisée. Le maillage du domaine fluide comporte 10 680 cellules (voir Fig. 1b). Le temps caractéristique de diffusion associé à la taille caractéristique d'une cellule du maillage est de 3 s (*cf.* [5]).

Considérons tout d'abord le cas où le fluide chauffé est rhéoépaississant (voir Fig. 2a, en notant que $t = 120 \text{ s} = 4\tau$ correspond au maximum de la vitesse angulaire des barreaux à la fin du quatrième cycle des rotations alternées mentionnées Sec. 2). Dans le cas thermodépendant, deux effets contraires influencent la viscosité au voisinage des parois : celle-ci a tendance à diminuer du fait du chauffage mais à augmenter du fait du caractère rhéoépaississant du fluide. Les deux effets se compensent sensiblement, comme le montre la figure 3a, qui présente l'écart-type de la température dans le fluide – représentant le degré d'homogénéisation thermique – et sa valeur moyenne – représentant la quantité d'énergie échangée avec les parois. Un effet inattendu joue en faveur du mélange dans le cas thermodépendant : si la baisse de viscosité au voisinage des parois chaudes *mobiles* réduit la force d'entraînement de ces parois, la faible viscosité au voisinage des parois *immobiles* (les barreaux par exemple pendant une moitié de la période) facilite le déplacement du fluide chaud les entourant vers le milieu du mélangeur. En effet, comme le montre la figure 2a, les filets de fluide chaud extraits des barreaux sont plus épais dans le cas thermodépendant que dans le cas non thermodépendant. Même si ces filets apparaissent plus courts, la quantité d'énergie extraite des parois est sensiblement la même (*cf.* Fig. 3a).

FIGURE 2 – Chauffage du fluide. Champs de température réduite T^* , $t = 120 \text{ s} = 4\tau$.

À présent, dans le cas où le fluide chauffé est rhéofluidifiant, la thermodépendance et les déformations que subit le fluide ont le même effet de diminuer sa viscosité. Dans le cas thermodépendant, se crée alors au voisinage des parois une zone de très faible viscosité qui affaiblit drastiquement la capacité des parois en rotation à entraîner le fluide froid loin de ces parois. Dans ce cas, l'extraction des filets de fluide chaud à partir des zones pariétales ne se fait pas, au contraire de ce que l'on observe dans le cas non thermodépendant (voir Fig. 2b, à gauche). Concernant l'efficacité du mélange thermique, l'écart entre le cas thermodépendant et le cas non thermodépendant est notable dans ce cas, au moins dans la première partie du processus de mélange (voir Fig. 3b). La différence entre les deux modes se réduit avec le temps. En effet, les gradients de viscosité se réduisent progressivement, ce qui améliore l'entraînement. Il est à noter que dans le cas thermodépendant,

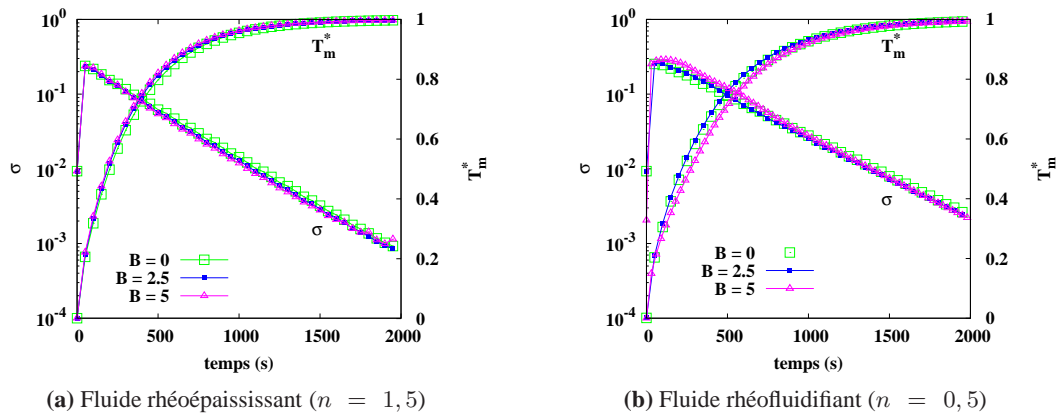


FIGURE 3 – Chauffage du fluide. Évolution temporelle de la moyenne T_m^* et de l'écart-type σ de la température réduite T^* pour $B = 0, 2, 5$ et 5 .

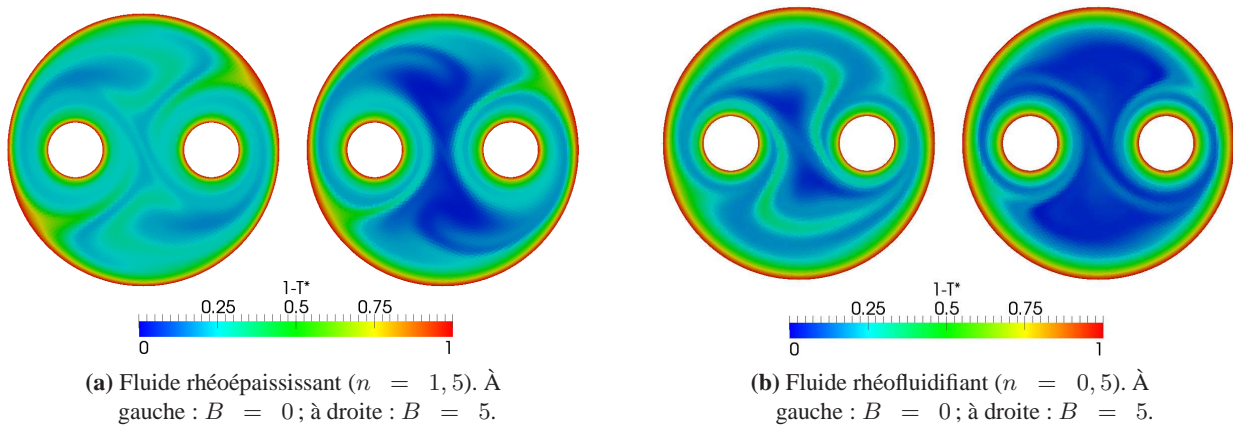


FIGURE 4 – Refroidissement du fluide. Champs de température $1 - T^*$, $t = 120 \text{ s} = 4\tau$.

l'hydrodynamique et les mécanismes de mélange sont en constante évolution, ce qui n'est pas le cas pour un fluide non thermodépendant.

Considérons à présent la situation de refroidissement du fluide. Les champs de température présentés dans ce cas représentent la quantité $1 - T^*$, afin de faciliter leur comparaison avec les résultats du réchauffement. D'une façon générale, on observe une différence nette entre chauffage et refroidissement dans le cas thermodépendant, alors que dans le cas non thermodépendant on observe une similitude des motifs des champs de température. Dans le cas où le fluide est rhéoépaississant, les déformations et la thermodépendance agissent dans le même sens d'une augmentation de la viscosité. Dans le cas thermodépendant, au début du processus de mélange, une couche de fluide très visqueux se forme au voisinage des parois, empêchant l'extraction des striations depuis ces parois et donc le mélange par advection. En outre, de larges zones situées au milieu du mélangeur contiennent du fluide chaud de faible viscosité, ce qui y réduit la diffusion de quantité de mouvement. Par conséquent, le processus de création de striations de scalaire (température) et leur pliage ne se produit pas, ce qui conduit à un mélange plus pauvre comparé au cas non thermodépendant (voir Fig. 5a).

Enfin, dans le cas où le fluide refroidi est rhéofluidifiant (voir Fig. 4b), la thermodépendance influence la viscosité dans le sens d'une augmentation tandis que le caractère rhéofluidifiant du fluide a tendance à la diminuer. Sur la figure 4b (à droite), on voit qu'au voisinage des parois, l'influence de la thermodépendance est dominante. De ce fait, une couche de fluide fortement visqueux s'y développe, limitant nettement l'extraction des striations des zones pariétales. Cette fois, les effets décrits précédemment pour le refroidissement du fluide

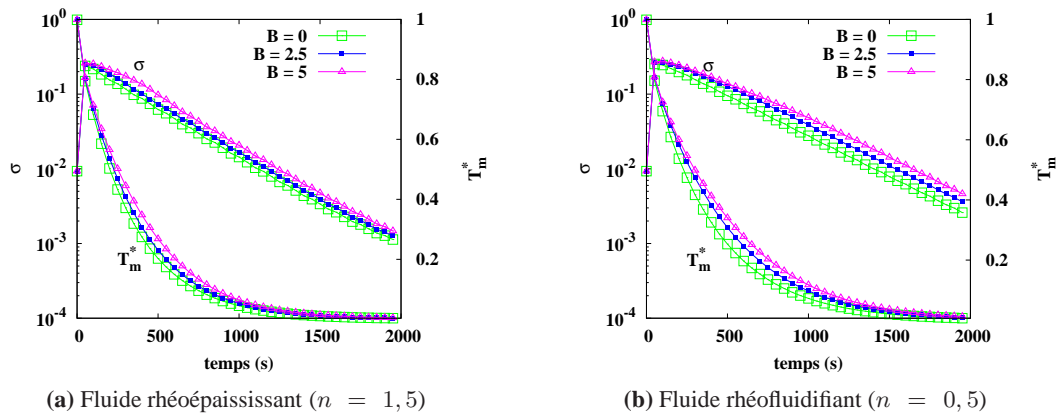


FIGURE 5 – Refroidissement du fluide. Évolution temporelle de la moyenne T_m^* et de l'écart-type σ de la température réduite T^* pour $B = 0, 2, 5$ et 5 .

rhéoépaississant sont ici accentués par une viscosité encore plus faible au centre du mélangeur, ce qui dégrade l'efficacité du mélange (cf. Fig. 5b).

Un autre effet a été observé dans le cas thermodépendant : l'absence de structures auto-similaires ou motifs récurrents du scalaire (température) dans le fluide, appelées aussi modes propres « étranges ». Ces modes observés dans le cas non thermodépendant [4, 5] sont la conséquence de la reproductibilité du champs de vitesse d'une période à l'autre, ce qui n'est plus le cas lorsque la viscosité évolue avec le temps.

5 Conclusion

Le mélange thermique dans un écoulement de fluide non newtonien dont la viscosité dépend de la température, a été considéré dans cette étude. La thermodépendance de la viscosité du fluide a été introduite par une loi exponentielle dans la loi de comportement rhéologique du fluide. L'étude numérique des cas où le fluide, rhéoépaississant ou rhéofluidifiant, est chauffé ou refroidi, met en évidence l'importance de l'influence de la thermodépendance sur l'efficacité du mélange thermique. L'efficacité du mélange peut être inférieure dans le cas thermodépendant à celle du cas non thermodépendant. Cela se produit notamment lorsqu'au voisinage des parois mobiles du mélangeur considéré – qui sont également dans le cas présent les éléments imposant la température au fluide – se forment des couches de fluide dont la viscosité est très différente de celle du fluide éloigné des parois. Une étude plus complète de ces phénomènes complexes, faisant intervenir des effets d'inertie, fera l'objet d'un prochain article.

Références

- [1] H. Aref. The development of chaotic advection. *Physics of Fluids*, 14 :1315–1325, 2002.
- [2] E. Saadjan et J.-C. Lèprevost. Chaotic heat transfer in a periodic two-dimensional flow. *Physics of Fluids*, 10 :2102, 1998.
- [3] D.R. Lester, M. Rudman et G. Metcalfe. Low Reynolds number scalar transport enhancement in viscous and non-Newtonian fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(3-4) :655–664, 2009.
- [4] K. El Omari et Y. Le Guer. Thermal chaotic mixing of power law fluids in a mixer with alternately-rotating walls. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165 :641–651, 2010.
- [5] K. El Omari et Y. Le Guer. Alternate rotating walls for thermal chaotic mixing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 :123–134, 2010.
- [6] R.B. Bird, R.C. Armstrong et O. Hassager. *Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1 : Fluid mechanics*. John Wiley and Sons Inc., New York, 1987.