



**HAL**  
open science

## Considération des champs spatiaux des propriétés du matériau dans l'optimisation de l'inspection et du contrôle des structures

Viet Tran Tran, Emilio Bastidas-Arteaga, Franck Schoefs

► **To cite this version:**

Viet Tran Tran, Emilio Bastidas-Arteaga, Franck Schoefs. Considération des champs spatiaux des propriétés du matériau dans l'optimisation de l'inspection et du contrôle des structures. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422531

**HAL Id: hal-03422531**

**<https://hal.science/hal-03422531v1>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Considération des champs spatiaux des propriétés du matériau dans l'optimisation de l'inspection et du contrôle des structures

T.V. TRAN, E. BASTIDAS-ARTEAGA, F. SCHOEFS

L'UNAM Université, Université de Nantes-Ecole Centrale Nantes, GeM, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, UMR CNRS 6183, 2 rue de la Houssinière, BP 92208 44322 Nantes cedex 3, Franck.Schoefs@univ-nantes.fr

## Résumé :

*L'aléa lié aux processus de dégradation et aux propriétés du matériau ainsi que le bruit des mesures font que l'inspection et le contrôle des structures deviennent un défi majeur pour les maîtres d'ouvrage. Le but de cet article est d'étudier l'influence du bruit mesuré lors de l'inspection sur l'évaluation de la fiabilité d'un composant ou d'une structure. On s'intéresse ici à la fiabilité d'une barre sous tension où le champ stochastique, représentant la résistance à mesurer, se modélise par une expansion de Karhunen-Loève. D'autre part, le bruit de mesure se simule par une variable normale centrée. Les inspections bruitées ou imparfaites peuvent conduire à des bonnes ou à des mauvaises décisions dans la gestion d'ouvrages. Par conséquent, les résultats de cette étude montrent l'intérêt de cette approche pour la détermination d'un critère d'acceptation du protocole d'inspection.*

## Abstract:

*The uncertainty related to degradation processes, material properties as well as the noise of the measurement transform the inspection in a major challenge for infrastructure owners. This paper aims to study the influence of the noise measured during inspection on the assessment of the reliability of either structural components or structures. We focus on the study of the reliability of a bar under tension where a stochastic field, representing its strength, is modeled by a Karhunen-Loève expansion. On the other hand, the noise is modeled by a centered Gaussian variable. Noised or imperfect inspection could lead to good or bad decisions in the project management. Consequently, the results of this paper illustrate the importance of this approach for the determination of an acceptance criterion of the inspection protocol.*

**Mots clefs :** champs stochastique, inspection, fiabilité, bruit de mesure

## 1 Introduction

Le problème de la mise à jour des variables aléatoires a été largement étudié au cours de ces deux dernières décennies dans l'analyse de fiabilité des structures existantes. Par exemple, il a été déjà abordé lorsque les données d'inspection ou de surveillance ont été recueillies pour évaluation de l'état des ouvrages et/ou pour la mise à jour de sa fiabilité [1-3]. Cependant, l'influence du bruit de mesure, propre aux protocoles d'inspection et de contrôle sur la fiabilité de structures, n'a pas été encore considérée.

Dans ce contexte, l'objectif principal de cet article est d'étudier le rôle du bruit de mesure sur la fiabilité. Vers ce but, on s'intéressera à la mesure des inspections bruitées dans un champ stochastique stationnaire connu. La qualité de ces mesures permettra de disposer des bonnes représentations de l'aléa d'un paramètre donné sachant qu'il existe un bruit de mesure. On étudiera la fiabilité d'une barre sous un chargement de tension avec une résistance modélisée par un champ stochastique. Toutefois, les résultats trouvés peuvent s'extrapoler pour d'autres applications. La première partie de cet article décrira les définitions des champs stochastiques étudiés. On s'intéressera, par la suite, à la modélisation stochastique. Enfin, la dernière partie présentera un exemple illustratif.

## 2 Modélisation du champ stochastique

Pour l'espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , un champ ou processus stochastique est une collection de  $X$  variables aléatoires indexées respectivement par un ensemble  $s$  (espace) ou  $t$  (temps). On noté ici  $X(\theta, x)$  comme un champ stochastique à une dimension où  $\theta$  représente l'aléa et  $x$  représente l'espace.

$X(\theta, x)$  représente la  $i^{\text{ème}}$  trajectoire du champ qui correspond à une réalisation du processus dans n'importe quel point de la structure.  $X(\theta, a)$  est une variable aléatoire liée à l'aléa  $\theta$  pour un point spécifique  $x = a$ . C'est-à-dire, la distribution de  $X(\theta, a)$  ne dépendra pas de  $x$ .

Le champ stochastique est stationnaire de deuxième ordre s'il satisfait trois propriétés principales : (i) l'espérance,  $E[X(\theta, x)]$ , ne doit pas dépendre de  $x$  -i.e.,  $E[X(\theta, x)] = E[X]$ , (ii) la variance,  $V[X(\theta, x)]$ , ne doit pas dépendre de  $x$  -i.e.,  $V[X(\theta, x)] = V[X]$ , et (iii) la covariance,  $COV[X(\theta, x), X(\theta, x')]$ , ne dépend que de la distance  $(x-x')$ .

Ainsi, la stationnarité de deuxième ordre est une propriété fixe limitée aux deux premiers moments probabilistes. On considérera par la suite un champ stationnaire homogène de deuxième ordre. On pourrait démontrer que la géométrie des soudures pour les navires ou la distribution spatiale de la concentration d'ions chlorure dans les ouvrages en béton armé peuvent être représentées par ce type de champ[2].

En termes modélisation stochastique, à nos jours, il y a plusieurs approches qui peuvent être utilisées pour représenter un champ stochastique  $H(x, \theta)$ . Parmi ces méthodes, on trouve l'approximation de Karhunen-Loève, l'approximation en séries de Fourier, l'approximation EOLE, etc. [4]. Dans cet article, on utilise une approximation de Karhunen-Loève pour représenter le champ stochastique de la résistance :

$$R(x, \theta) = \mu_R + \sigma_R \cdot \sum_{i=1}^n \sqrt{\lambda_i} \cdot \xi_i(\theta) \cdot f_i(x) \quad (1)$$

où  $\mu_R$  est la moyenne du champ  $R$ ,  $\sigma_R$  est l'écart-type du champ  $R$ ,  $n$  est le nombre de termes du développement,  $\xi_i$  est un ensemble des variables aléatoires Gaussiennes centrées réduites et  $\lambda_i$  et  $f_i$  sont les valeurs et les fonctions propres de la fonction de covariance  $C_{HH}(x_1, x_2)$ , respectivement. Pour déterminer ces valeurs et fonctions propres, on suppose que la fonction corrélation,  $C_{HH}$ , a une forme de exponentielle :

$$C_{HH}(\Delta x) = \exp(-\Delta x / b); \text{ avec } 0 < b \text{ et } \Delta x \in [-a, a] \quad (2)$$

où  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $b$  est la longueur de corrélation et  $[-a, a]$  est l'intervalle du champ stochastique. Pour une fonction de corrélation exponentielle (équation 2),  $\lambda_i$  et  $f_i$  deviennent :

$$\lambda_i = \frac{2}{b \left( \frac{1}{b^2} + \omega_i^2 \right)}; \quad (3)$$

$$f_i(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\omega_i x)}{\sqrt{a + \frac{\sin(2 \cdot \omega_i \cdot a)}{2 \cdot \omega_i}}} & \text{pour } i \text{ impair} \\ \frac{\sin(\omega_i x)}{\sqrt{a - \frac{\sin(2 \cdot \omega_i \cdot a)}{2 \cdot \omega_i}}} & \text{pour } i \text{ pair} \end{cases} \quad (4)$$

où les termes  $\omega_i$  s'obtiennent en solutionnant le système :

$$\begin{cases} \frac{1}{b} - \omega \tan(\omega \cdot a) = 0 & \text{pour } i \text{ impair} \\ \omega - \frac{1}{b} \tan(\omega \cdot a) = 0 & \text{pour } i \text{ pair} \end{cases} \quad (5)$$

Pour la modélisation du bruit,  $\eta$ , on suppose, sans perte de généralité, qu'il suit une loi Normale avec moyenne zero et écart-type  $\sigma_\eta$ , c'est-à-dire  $N(0, \sigma_\eta)$ .

### 3 Modélisation probabiliste et l'évaluation de la fiabilité

#### 3.1 Description du problème

Les inspections visent à mesurer un ou plusieurs paramètres qui vont servir, par la suite, à déterminer les caractéristiques d'une structure (par exemple la résistance d'un matériau). Toutefois, lors de la campagne d'inspection, on mesure au même temps un bruit propre au protocole d'inspection ou de control. Dans ce travail, on suppose que la méthode d'inspection considérée nous permet d'évaluer directement la résistance d'une composante (barre, poteau, poutre, ...). Ces mesures peuvent être utilisées pour mesurer les trajectoires du champ stochastique ou la distribution marginale de la résistance. Dans cet article, on se centrera seulement sur l'évaluation de la distribution marginale en considérant le bruit de mesure. Le bruit joue un rôle important dans l'évaluation de la distribution marginale. Lorsque l'influence du bruit n'est pas considérée, le maître d'ouvrage peut prendre des mauvaises décisions qui entraînent des pertes économiques, de fonctionnalité ou de sécurité. Les critères d'acceptation adoptés seront donc évidemment liés à la précision requise sur l'évaluation de la probabilité de défaillance.

Dans la suite de l'article, on s'intéressera à l'étude fiabiliste d'un problème résistance-sollicitation simple. Nous considérons donc une barre soumise à un chargement axial. Sa résistance sera représentée par un champ stochastique stationnaire comme le décrit dans la section 2. Les caractéristiques de ce champ (moyenne, écart-type et corrélation) peuvent s'obtenir à partir des mesures de résistance prises le long de la barre. Afin de déterminer la distribution marginale de  $R$  sur la longueur de la poutre, on doit réaliser des mesures suffisamment distantes pour obtenir des valeurs indépendantes. Si le champ de résistance a une corrélation exponentielle, la corrélation du champ stochastique est calculée par l'équation 2. On suppose ici que les mesures sont indépendantes lorsqu'elles sont faiblement corrélées. C'est à dire, les mesures peuvent être considérées comme indépendantes si  $C_{HH}$  est inférieure à une valeur donnée  $\rho$ . Le problème consiste maintenant à trouver une distance,  $L_c$ , assurant l'indépendance des mesures pour un  $\rho$  donné :

$$C_{HH}(L_c) = \rho \quad (6)$$

On considère que l'inspection d'une trajectoire du processus stochastique,  $R(x, \theta)$ , quantifiera la résistance de la barre. Le résultat de cette inspection nous donnera donc la mesure de la résistance « théorique » plus le bruit mesuré  $\eta(\theta, \sigma_\eta)$ . Tenant en compte que la résistance théorique est modélisée par l'équation 1, l'expression mathématique du processus d'inspection,  $R_f(x, \theta)$ , devient :

$$R_f(x, \theta) = \mu_R + \sigma_R \sum_{i=1}^n \sqrt{\lambda_i} \xi_i(\theta) f_i(x) + \eta(0, \sigma_\eta) \quad (7)$$

A partir de les trajectoires, une distribution de  $R$  est conduite partir d'une trajectoire du processus d'inspection. C'est-à-dire, chaque la trajectoire va être réalisé avec la distance entre deux inspections consécutives  $|x_1 - x_2|$  également à  $L_c$ .

#### 3.2 Évaluation de la fiabilité

Si l'on suppose que la barre est soumise à une sollicitation constante,  $S$ , la probabilité de défaillance  $P_f$  peut se déterminer à partir de :

$$P_f = P(R \leq S) = \Phi\left(\frac{S - \mu_R}{\sigma_R}\right) \quad (8)$$

où  $R$  suit une loi normale. La section précédente a décrit la procédure pour déterminer la distribution de la résistance « bruitée » sur la base des inspections. Par la suite, nous allons évaluer l'influence du bruit sur la probabilité de défaillance en comparant la probabilité de mesurer  $P_f$  dans un intervalle de confiance défini pour le cas « sans bruit ». La borne inférieure de cet intervalle,  $c$ , sera déterminée en considérant que  $P(P_f < c) = 5\%$ . Sa borne supérieure,  $d$ , devra satisfaire la condition  $P(P_f < d) = 95\%$ . Avec ces bornes définies, la probabilité que la probabilité de défaillance déterminée à partir des mesures bruitées,  $P_{f,l}$ , soit dans l'intervalle  $[c, d]$  est :

$$P(c < P_{f,l} < d) = P(P_{f,l} < d) - P(P_{f,l} < c) \quad (9)$$

Le bruit se caractérise par son écart-type  $\sigma_\eta$ . La figure 1 présente les densités de probabilité de  $P_f$  (non bruitée) et de trois  $P_{f,l}$  pour trois niveaux de bruit différents. On suppose que l'écart-type du bruit augmente

progressivement pour les cas bruit 1, bruit 3 et bruit 4. L'intégral de la surface ombrée représente la probabilité que l'estimation de  $P_{f,I}$  se trouve dans l'intervalle de confiance. On observe donc que cette surface a tendance à décroître lorsque le niveau de bruit augmente. L'influence du bruit sur la probabilité de défaillance estimée à partir d'inspections imparfaites sera étudiée plus en détail dans la section suivante.

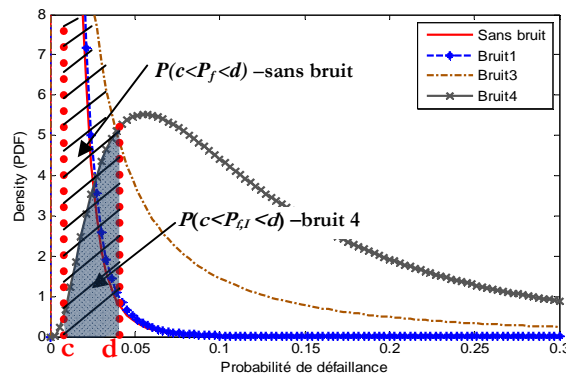


FIG. 1 - Distribution de  $P_f$  pour chaque valeur de bruit

## 4 Exemple numérique

L'objectif de cet exemple est d'étudier l'influence du bruit de mesure sur la probabilité de défaillance estimée à partir d'inspections bruitées. Dans ce but, on considère une barre de longueur  $L = 15$  m soumise à un effort de traction constant  $S$  avec une résistance modélisée par un champ stochastique  $R(x, \theta)$ . Le champ stochastique  $R(x, \theta)$  se représente par l'équation 1 avec les paramètres suivants :  $\mu_R = 100$ ,  $\sigma_R = 10$ ,  $b = 1$  m et  $n = 60$ . Afin de déterminer la distance  $L_c$ , on suppose que les mesures ne sont pas corrélées lorsque le paramètre  $\rho$  est inférieur ou égal 0.2 (équation 6). Étant donné que le bruit est considéré centré,  $\eta(\theta, \sigma_\eta)$ , cette étude se centre sur l'influence de l'écart-type du bruit qui varie entre 0 et 25.

### 4.1 Évaluation de $L_c$

La figure 2 montre la corrélation  $C_{HH}$  calculée à partir d'une réalisation de  $R(x, \theta)$  (équation 1) et son approximation à une fonction exponentielle comme la décrite par l'équation 2. On observe que, dans les deux cas, la corrélation des points les plus éloignés diminue. Une distance de corrélation  $b$  peut se déterminer pour une trajectoire quelconque. On a calculé ici que pour la trajectoire présentée dans la figure 2 et pour une fonction de corrélation exponentielle,  $b = 1.01$  m. Cette valeur est très proche à celle utilisé dans la génération de la trajectoire.

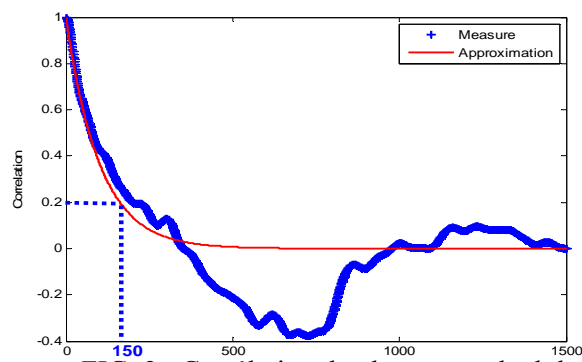


FIG. 2 - Corrélation du champ et calcul de  $L_c$

Avec la hypothèse  $\rho = 0.2$ , on trouve que la valeur du paramètre  $L_c$  est 150 cm (Figure 2). Cette valeur s'adoptera par la suite pour la détermination de la distribution marginale de la résistance ainsi que pour l'estimation de l'influence du bruit de mesure sur la probabilité de défaillance.

### 4.2 Influence du niveau de bruit sur $P_f$

La figure 3a montre quelques trajectoires de résistance (avec et sans bruit) qui ont été simulées en utilisant les équations 1 et 7 pour des niveaux de bruit différents. Sur la base de ces trajectoires et en considérant la

distance  $L_c$  établie précédemment, les distributions de résistance pour les mesures bruitées sont présentées dans la figure 3b. On observe que la moyenne reste autour de 100 et que l'écart-type augmente pour les niveaux de bruit les plus importants. Ces distributions seront utilisées par la suite pour étudier l'influence du bruit de mesure sur  $P_{f,I}$ .

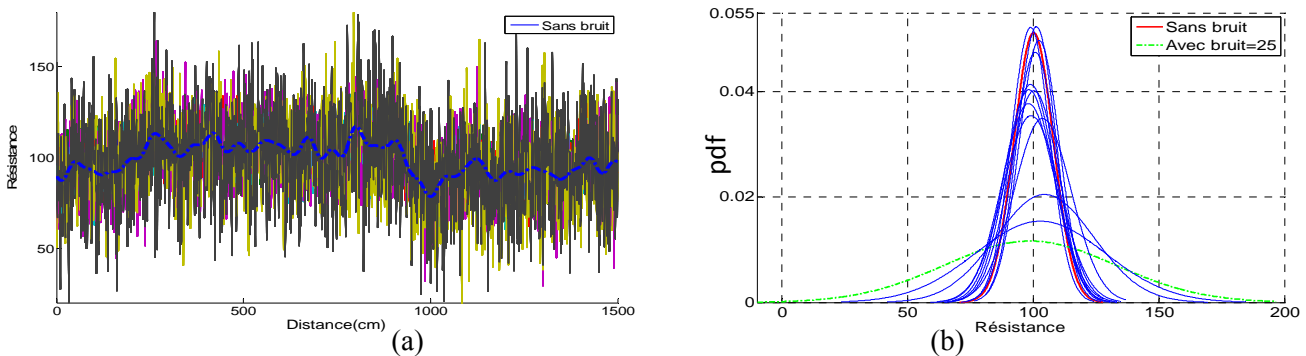


FIG. 3 - (a) Présentation des trajectoires de R. (b) Distribution de R en fonction de bruit

La figure 4a présente les probabilités de défaillance calculées pour plusieurs niveaux de bruit à l'aide de l'équation 8. Ces probabilités ont été obtenues pour une valeur de sollicitation fixé de  $S = 70$ . Cette valeur correspond à une probabilité de défaillance de  $P_f \approx 0.0001$  qui est dans les ordres de grandeur considérées dans une analyse fiabiliste. Comme attendu, on note que la dispersion dans l'estimation de  $P_{f,I}$  augmente pour les niveaux de bruit les plus élevés. D'un point de vue pratique, cette dispersion peut entraîner des mauvaises décisions dans la gestion d'ouvrages vieillissants lorsque la probabilité de défaillance est sous ou surestimée. Une surestimation génère des surcoûts quand une structure saine est réparée. Au contraire, une sous-estimation entraîne des risques de défaillance pour manque de réparation.

Sur la base des valeurs calculées dans la figure 4a, la figure 4b présente les distributions des probabilités de défaillance pour six valeurs de bruit. On a utilisé la méthode du maximum de vraisemblance pour déterminer le type de loi le mieux adapté pour représenter cette variable aléatoire (distribution log-normale). Les résultats des simulations on montré que les moyennes et les écart-types des probabilités de défaillance étaient supérieurs pour les estimations basées sur les résultats des inspections les plus bruitées (figure 4b). En connaissant les conséquences d'une mauvaise estimation de  $P_f$ , on cherchera donc à déterminer un niveau de bruit acceptable conduisant à des données d'inspection fiables.

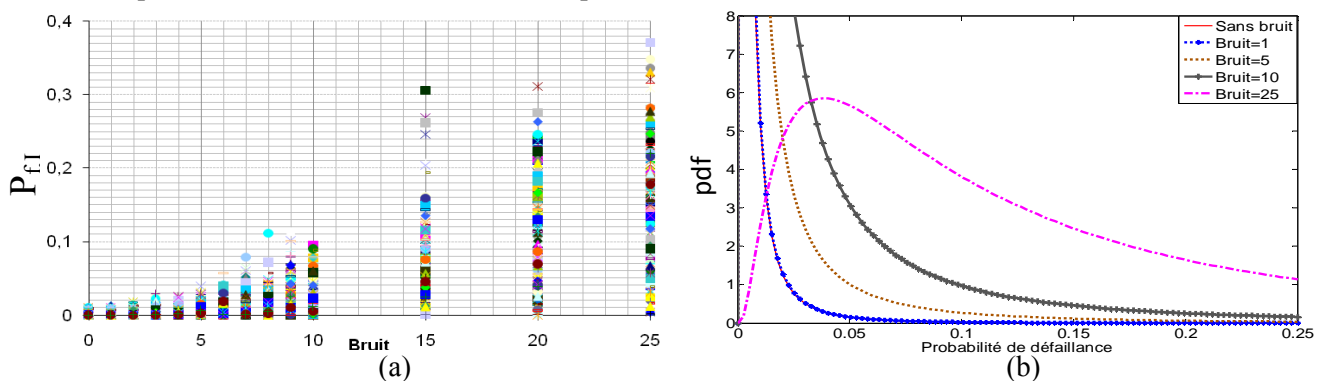


FIG. 4 - (a) Présentation d'influence de bruit de mesure sur  $P_{f,I}$ . (b) Distribution de  $P_f$

Comme il a été évoqué dans la section 3.2, on peut calculer la probabilité que les résultats provenant d'inspections bruitées soient dans un intervalle de confiance  $[c, d]$  par rapport aux résultats sans bruit. Pour le cas « sans bruit » et les bornes  $P(P_f < c) = 5\%$  et  $P(P_f < d) = 95\%$ , l'intervalle trouvé est  $[c = 2.4 \cdot 10^{-5}, d = 0.009]$ . Avec ces deux valeurs et les distribution de  $P_f$  présentées dans la figure 4b, on estime la probabilité d'appartenance à l'intervalle  $[c, d]$  en fonction du bruit. Le résultat de ce calcul se présente dans la figure 5. On constate dans cette figure que la qualité de l'évaluation de la condition  $P(P_{f,I} \in [c, d])$  diminue forte et régulièrement pour un niveau de bruit  $\sigma_\eta > 5$ . On observe aussi que pour des niveaux de bruit importants ( $\sigma_\eta > 15$ ) la probabilité  $P(P_{f,I} \in [c, d])$  est presque nulle. Sur la base de ces résultats, on pourrait imaginer que la qualité de l'inspection ou le niveau de bruit admissible pourraient être définis en termes d'un critère

d'acceptation comme, par exemple,  $P(P_{f,l} \in [c, d]) > p_a$ . Où la probabilité  $p_a$  peut s'établir en fonction des caractéristiques propres d'un composant ou d'une structure donnée.

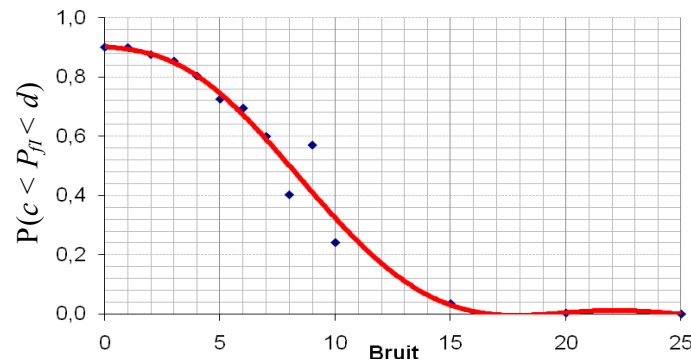


FIG. 5 - Influence du bruit de mesure sur la probabilité d'appartenance à l'intervalle  $[c, d]$ .

## 5 Conclusion

Cet article s'est principalement centré sur l'évaluation d'une distribution de probabilité marginale à partir d'un champ stochastique. Le champ a été modélisé avec une expansion de Karhunen-Loève. L'inspection imparfaite, qui sert à caractériser le champ, a été représentée par une distribution normale centrée. Cette méthode a été appliquée dans l'évaluation de la probabilité de défaillance d'une barre sous traction. La probabilité de défaillance a été donc calculée à partir d'une trajectoire du champ. Selon le niveau de bruit, l'estimation de la probabilité de défaillance est plus ou moins fiable. Sur la base de ces résultats, nous proposons, à la fin du document, un critère d'acceptation du protocole d'inspection sous la forme d'une probabilité d'appartenance de la probabilité de défaillance mesurée dans une plage de données (intervalle de confiance).

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier l'ECND-PdL (Pôle de compétence : Evaluation et Contrôle Non Destructif en Pays de la Loire) pour le soutien financier de cette étude. Contact: [Franck.Schoefs@univ-nantes.fr](mailto:Franck.Schoefs@univ-nantes.fr).

## References

- [1] Schoefs F., Clément A., Boéro J. and Capra B. The  $\alpha\delta$  method for modeling expert Judgment and combination of NDT tools in RBI context: application to Marine Structures. Structure and Infrastructure Engineering: Maintenance, Management, Life-Cycle Design and performance (NSIE). In press, doi: 10.1080/15732479.2010.505374, 2010.
- [2] Schoefs F., Yáñez-Godoy H. and Lanata F. Polynomial Chaos Representation for Identification of Mechanical Characteristics of Instrumented Structures: Application to a Pile Supported Wharf. Computer Aided Civil And Infrastructure Engineering. In press. 2010.
- [3] Straub, D. and Faber, M.H. Modelling dependency in inspection performance. Dans Der Kiureghian, Madanat and Pestana eds., Proceedings of I.C.A.S.P., pp. 1123-1130, San Francisco, USA, 2003.
- [4] Li, C.C and Der Kiureghian, A. Optimal discretization of random field. Journal of Engineering Mechanics, 199, 1136-1154, 1993.
- [5] Boéro J., Schoefs F., Melchers R. and Capra B. Statistical analysis of corrosion process along French coast. Dans Furuta, Frangopol and Shinozuka eds., Proceedings of I.C.O.S.S.A.R., pp. 13-19, Osaka, Japan, 2009.
- [6] Bazant Z.P. and Novák D. Probabilistic Nonlocal Theory for Quasibrittle Fracture Initiation and Size Effect. I: Theory. Journal of Engineering Mechanics, 126, 166-174, 2000.
- [7] Sørensen J.D. and Faber M.H. Codified Risk-Based Inspection Planning. Structural Engineering International (SEI), 12, 195-199, 2002.