



**HAL**  
open science

## Dynamique de mousses poroélastiques

Benjamin Sobac, Mathieu Colombani, Yoël Forterre

► **To cite this version:**

Benjamin Sobac, Mathieu Colombani, Yoël Forterre. Dynamique de mousses poroélastiques. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03422497

**HAL Id: hal-03422497**

**<https://hal.science/hal-03422497>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dynamique de mousses poroélastiques

B. SOBAC<sup>a</sup>, M. COLOMBANI<sup>a</sup>, Y. FORTERRE<sup>a</sup>

a. Laboratoire IUSTI (CNRS UMR 6595), 5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille cedex 13

## Résumé :

*Nous étudions expérimentalement la dynamique de mousses poroélastiques plongées dans un fluide visqueux. Pour des petites compactions initiales, la mousse relaxe exponentiellement vers son état d'équilibre en accord quantitatif avec les théories classiques de consolidation des sols. En revanche, pour des grandes compactions initiales, la dynamique de relaxation est inhomogène et se déroule à travers un front de décompaction. Un modèle diphasique simple relie ce comportement au caractère fortement non-linéaire de la réponse mécanique de la mousse en compression.*

## Abstract :

*We experimentally investigate the dynamics of poroelastic foams immersed in viscous fluids. For small initial compactions, the foams relax exponentially to equilibrium with a diffusive dynamics in quantitative agreements with classical theories of soil consolidation. For large initial compactions, the dynamics is strongly inhomogeneous and occurs through a localized decompaction fronts. A simple two-fluids model links this behavior to the highly non-linear mechanical response of the foam.*

**Mots clefs :** Poroélasticité ; matériaux cellulaires ; fronts

## 1 Introduction

Le couplage entre déformation d'un milieu poreux et écoulement intervient dans de nombreux systèmes physiques, géophysique ou biologiques (sols, sédiments et roches saturés, béton, mécanique des os, mécanique des tissus végétaux, etc) et a donné lieu à une importante littérature [2, 1, 3, 4]. Il existe toutefois peu d'expériences sur des systèmes poroélastiques modèles qui permettent de tester les hypothèses fondamentales [5, 6, 7]. De plus, ces études s'intéressent surtout au régime des petites déformations (sols, os) et peu de travaux ont étudié la dynamique d'objet poroélastiques fortement déformés pertinents dans le cas de tissus vivants mous (tissu végétal, cartilage).

Notre objectif est de revisiter les concepts classiques de poroélasticité à partir d'une expérience contrôlée utilisant des mousses élastiques molles (mousse polyurethane flexible) plongées dans un fluide visqueux (huile silicone). Ces matériaux présentent une structure ouverte proche de celle d'une mousse liquide dont on aurait supprimé les films de Plateau (Fig. 1a). L'intérêt de ces matériaux pour notre étude est qu'ils possèdent un régime élastique jusqu'aux grandes compressions. Leur réponse est de plus fortement non linéaire avec l'apparition d'un plateau de contrainte au-delà d'une déformation critique  $\epsilon_c$  de l'ordre de 5% (Fig. 1a), associé au flambage des cellules qui constituent le matériau [8]. L'un des objectifs de cet article est d'étudier l'influence de cette non-linéarité sur la dynamique d'un milieu poroélastique fortement déformé.

## 2 Principe de l'expérience

L'expérience que nous avons mise en place consiste à comprimer lentement une mousse confinée latéralement et plongée dans un fluide visqueux jusqu'à une déformation initiale donnée. On libère alors brutalement la contrainte extérieure. Sous l'effet des contraintes élastiques internes, la mousse se décompacte pour retrouver sa forme initiale. En retour, le fluide entre dans la mousse et exerce sur celle-ci une contrainte visqueuse de type Darcy qui s'oppose au mouvement. Dans le régime à bas nombre de Reynolds que nous étudions, l'inertie

est négligeable et la dynamique de décompaction de la mousse est contrôlée par l'équilibre entre la contrainte élastique et la pression fluide.

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 1c. Le bloc de mousse (base carrée 8 cm × 8 cm, hauteur  $H$ ) est immergée dans une cuve d'huile silicone (V1000 ou V100) et confinée latéralement (8.3 cm × 8.3 cm). Un piston magnétique relié à un capteur de force et de déplacement comprime la mousse verticalement par l'intermédiaire d'une grille poreuse. Un système de barre coulissant permet de libérer brutalement la contrainte appliquée sans provoquer d'aspiration dans le fluide. Des capteurs de pression situés sous la mousse et sur le côté permettent de mesurer la pression interstitielle du fluide (pression de pore). Enfin, un mouchetis est projeté sur les faces de la mousse pour détecter le champ de vitesse du solide par PIV.

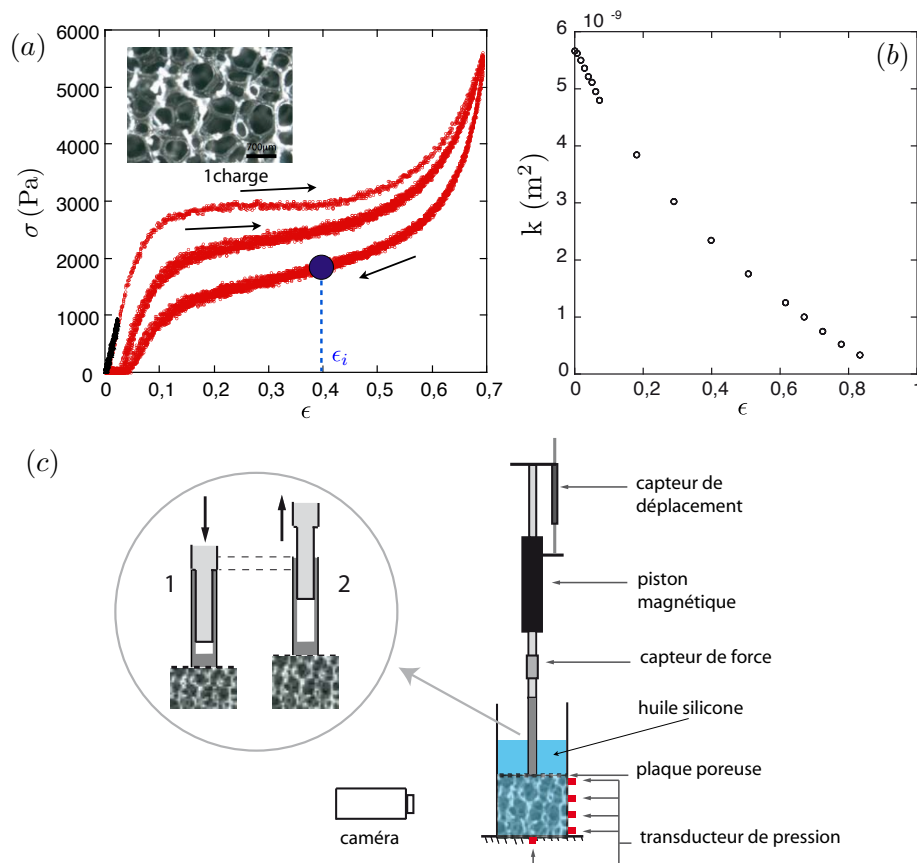


FIG. 1 – a) Comportement mécanique en compression des mousses étudiées (mesuré dans l'air). Dans les expériences, la compacité initiale ( $\epsilon_i$ , point bleue) est préparée en comprimant complètement la mousse jusqu'à  $\epsilon = 0.7$  puis en revenant vers  $\epsilon_i$ . Avec ce protocole, la courbe de décharge est toujours la même. b) Perméabilité hydraulique de la mousse en fonction de la compression  $\epsilon = \Delta H/H$  où  $H$  est la hauteur initiale de la mousse. c) Dispositif expérimental d'étude de la dynamique d'une mousse élastique plongée dans un fluide visqueux.

### 3 Dynamique linéaire : poroélasticité

Dans un premier temps, nous avons étudié le régime des petites compressions dans le domaine d'élasticité linéaire de la mousse ( $\epsilon < 4\%$ ). La figure 2a présente la réponse typique en pression mesurée à la base de la mousse. Dès que la contrainte extérieure est supprimée, il apparaît une brusque dépression, suivie d'une relaxation exponentielle (la pression de référence est la pression fluide hydrostatique). Les courbes obtenues pour différentes compressions initiales se superposent quand on les normalise par la dépression initiale, comme attendu dans le régime linéaire (Fig. 2b). Il est possible de comparer ces résultats aux prédictions de la poroélasticité linéaire [3]. Dans cette configuration d'écoulement unidirectionnelle, en supposant les grandeurs dépendantes de  $z$  uniquement et les contraintes latérales nulles (bords libres), on peut montrer que la pression

de pore vérifie une équation de diffusion avec pour conditions aux limites : (i) pression interstitielle nulle à la surface libre, (ii) flux nul à la base de la mousse, et conditions initiale : pression interstitielle donnée par l'équilibre avec la contrainte élastique. Le champ de pression est alors donné par :

$$p(z,t) = \sum_{n \geq 0} \frac{2p_i}{Hk_n} \sin(k_n z) e^{-t/\tau_n} \quad \text{avec} \quad \tau_n = \frac{\tau_p}{\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)^2}, \quad k_n = \left(\frac{\pi}{2H} + \frac{n\pi}{H}\right), \quad (1)$$

où  $\tau_p = (1 - 2\nu)\eta H^2 / (Ek)$  est le temps poroélastique,  $\nu$  le coefficient de Poisson (drainé),  $E$  le module d'Young de la mousse (drainée),  $k$  la perméabilité hydraulique et  $\eta$  la viscosité du fluide.

Les figures 2b (insert) et 2c comparent l'expérience et la solution de l'équation de diffusion. L'ajustement est bon et prédit un temps poroélastique  $\tau_p^{\text{exp}} = 1,95$  s proche du temps théorique  $\tau_p^{\text{theo}} = (1 - 2\nu)\eta H^2 / (Ek) = 1,90$  s prédit à partir des valeurs du module d'Young, de coefficient de Poisson et de la perméabilité du milieu (Fig. 1a, b). La dépendance en  $H^2$  du temps poroélastique est également assez bien vérifiée expérimentalement, sauf pour les plus petites hauteurs (Fig. 2d).

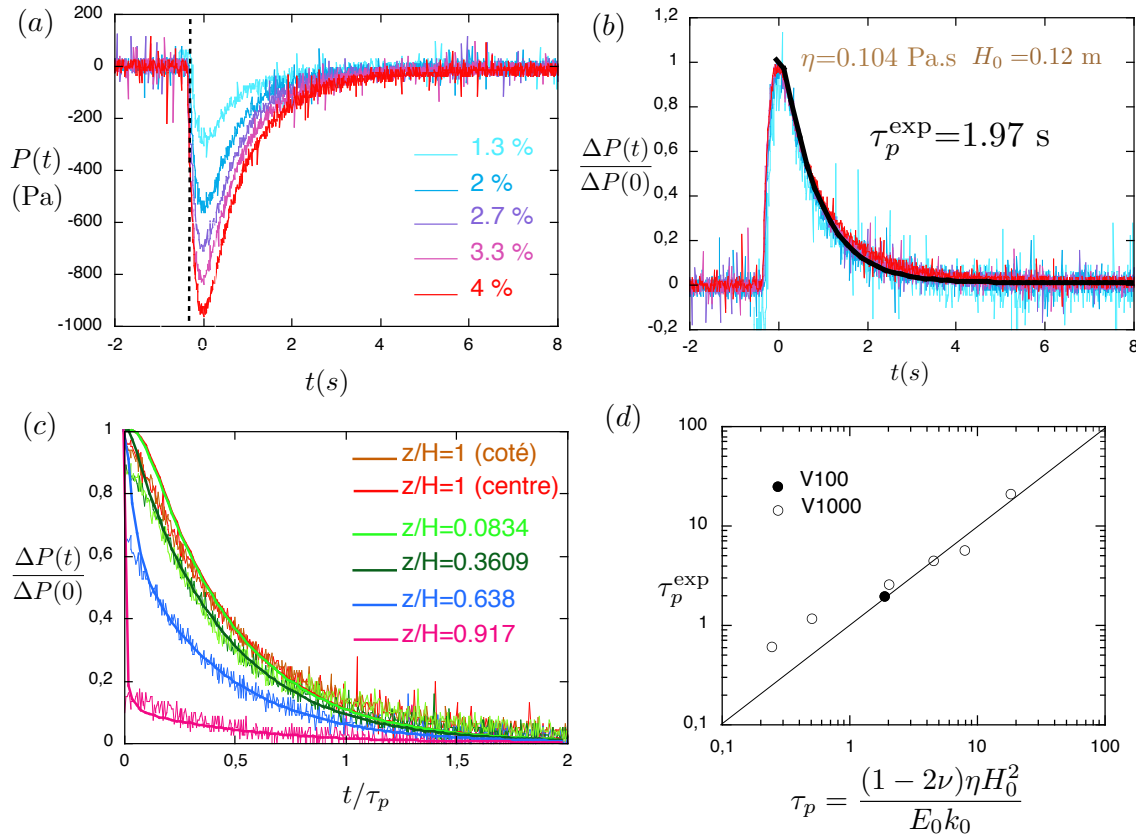


FIG. 2 – Poroélasticité linéaire. a) et b) Pression interstitielle sous la mousse en fonction du temps pour différentes compression initiale ( $H=12$  cm,  $\eta = 0.104$  Pa.s). Le fit correspond à la solution de l'équation de diffusion (1). c) Champ de pression expérimental et théorique. d) Temps poroélastique pour différentes hauteurs de mousse  $1.2 < H < 12$  cm.

## 4 Dynamique non-linéaire : fronts de décompaction

Ce scénario de décompaction, bien prédit par la poroélasticité classique, n'est plus valable pour les grandes compressions. La figure 3a montre le champ de vitesse verticale dans la mousse mesurée par PIV au cours de la décompaction. Aux premiers instants, un pic de vitesse apparaît au niveau de la surface libre. Rapidement, le champ de vitesse présente deux zones. Une zone de vitesse quasiment constante au niveau de la surface libre et une zone de vitesse quasi-nulle au niveau du fond, séparée par une transition brutale. Contrairement à la dynamique diffusive du régime linéaire, la décompaction se fait donc à travers un front de décompaction. Le

diagramme spatio-temporel de la figure 3b met bien en évidence ce front de décompaction qui se propage de la surface libre vers le fond. Cette dynamique non-linéaire est également répercutée sur le signal de pression (Fig. 4b). La relaxation de pression présente une dynamique en deux étapes avec deux temps caractéristiques bien distincts : un premier temps long suivi d'un temps rapide d'ordre  $\sim \tau_p$ .

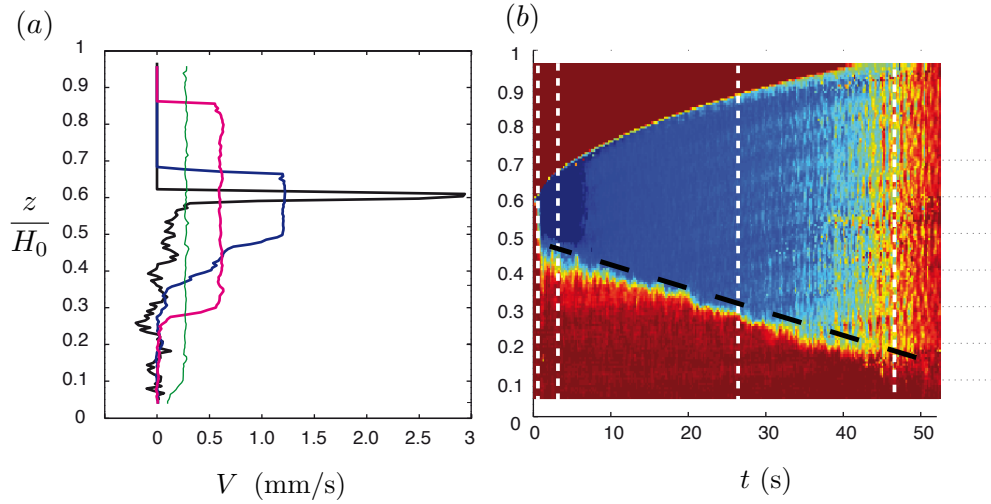


FIG. 3 – Poroélasticité en grande déformation. a) Champ de vitesse de la mousse en fonction du temps mesuré par PIV. b) diagramme spatio-temporel ( $\epsilon_i = 40\%$ ). Les vitesses élevées sont codées en bleu, les faibles en rouge ( $H=8$  cm,  $\eta = 1.0$  Pa.s).

Pour modéliser cette dynamique, nous utilisons une approche diphasique, en supposant chaque phase incompressible [9]. Nous supposons également le problème unidirectionnel. La conservation de la masse pour la phase solide (mousse élastique) et pour le mélange s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi V}{\partial z} = 0 \quad \text{et} \quad \phi V + (1 - \phi)v = 0, \quad (2)$$

où  $\phi$  est la fraction volumique solide,  $V$  la vitesse de la mousse et  $v$  la vitesse du fluide. En l'absence d'inertie ( $Re \ll 1$ ), la conservation de la quantité de mouvement pour le mélange s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma(\phi) + p) = 0, \quad (3)$$

où la loi de comportement de la mousse  $\sigma = \sigma(\phi)$  est donnée par la figure 1a, avec  $\epsilon = 1 - (\phi_0/\phi)$  et  $\phi_0 \approx 0.03$  la fraction volumique de la mousse au repos. Enfin, la conservation de la quantité de mouvement pour la phase fluide se réduit à la loi de Darcy dans le référentiel du solide [9] :

$$v - V = -\frac{k(\phi)}{\eta(1 - \phi)} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (4)$$

où  $\eta$  est la viscosité du fluide et  $k(\phi)$  la perméabilité de la mousse donnée par la figure 1b. En combinant les équations (2-4), on trouve une équation de diffusion non linéaire pour la fraction volumique :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad \text{avec} \quad D(\phi) = \frac{\phi k(\phi) \sigma'(\phi)}{\eta}, \quad (5)$$

où  $\sigma'(\phi) = d\sigma/d\phi$ . Cette équation est complétée par les conditions aux limites :

$$\phi(H(t)) = \phi_0, \quad \frac{dH}{dt} = V(H) = -\frac{D(\phi_0)}{\phi_0} \frac{\partial \phi}{\partial z}_{z=H} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z}_{z=0} = 0. \quad (6)$$

Dans notre cas, la loi de comportement  $\sigma(\epsilon)$  peut être modélisée comme la succession de deux pentes de modules d'Young  $E_1 \sim 10E_2$ , la transition ayant lieu pour  $\epsilon_c \sim 5\%$  (Fig. 4a). Le coefficient de diffusion  $D(\phi) \sim k(\phi)E\phi_0/\eta\phi$  prend donc deux valeurs très différentes  $D_1 \gg D_2$  selon la valeur de  $\phi$  (Fig. 4a). Dès lors, on s'attend à ce que la dynamique de relaxation de la mousse soit décomposée en deux zones. Pour  $\phi < \phi_c$ , la diffusion est très rapide et le milieu atteint rapidement un régime pseudo-stationnaire où la déformation passe linéairement de 0 (à la surface libre) à  $\phi_c$  pour  $z = h(t)$ . La vitesse de la mousse dans cette zone est quasi-constante et donnée par la loi de Darcy et la conservation de la masse. Pour  $\phi > \phi_c$  au contraire, la diffusion est très lente et l'on a  $V \approx 0$  et  $\phi \approx \phi_i$  (la compacité initiale de la mousse). La transition entre les deux zones est localisée autour d'un front  $z = h(t)$ , dont la vitesse est imposée par la conservation de la masse et par la continuité du « flux »  $D(\phi)\partial\phi/\partial z$ .

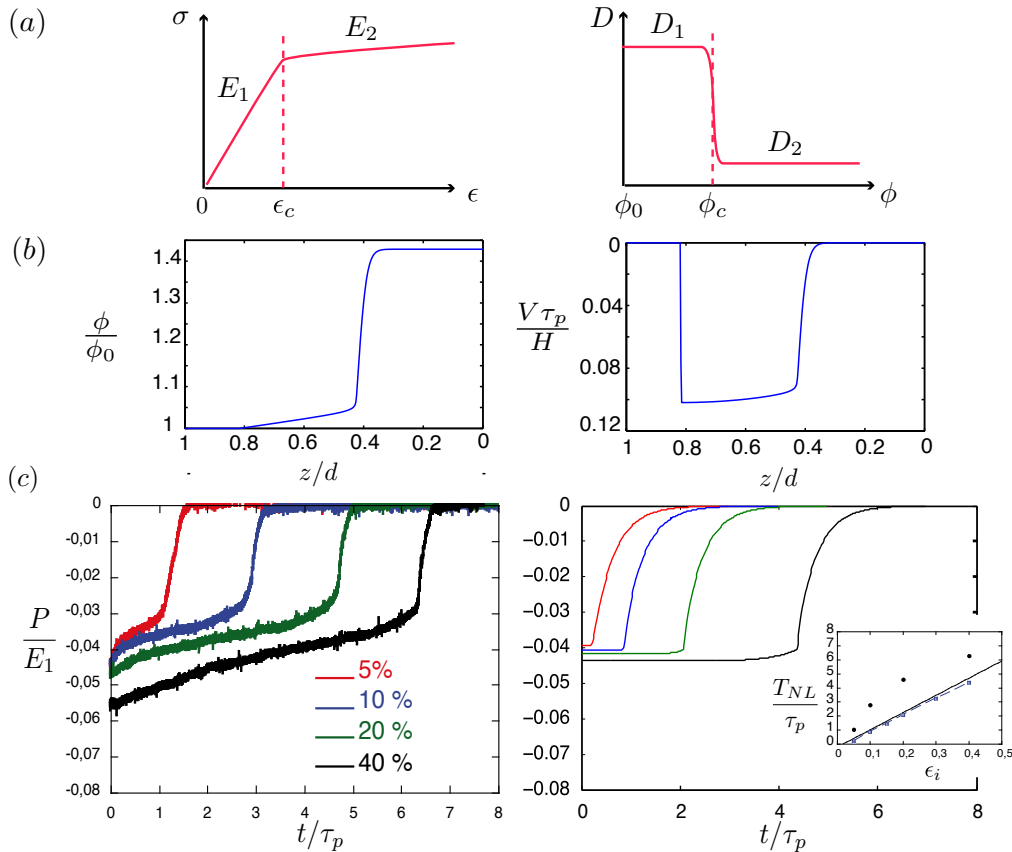


FIG. 4 – a) Modélisation de la loi de comportement non linéaire de la mousse et coefficient de diffusion effectif associé. b) Profils de concentration et de vitesse lors de la décompaction obtenus numériquement ( $\epsilon_c = 4\%$ ,  $\epsilon_i = 40\%$ ,  $E_2/E_1 = 0.01$ ). c) Comparaison expérience/modèle pour la relaxation de pression. L'insert donne le temps de décompaction expérimental en fonction de la compaction initiale (ronds), ainsi que le temps prédit numériquement par le modèle (carrés,  $E_2/E_1 = 0.01$ ) et l'expression asymptotique dans le cas  $E_1 \gg E_2$  (ligne).

Une résolution numérique complète du problème (5-6) confirme ce scénario. Les profils de vitesse et de concentration sont proches de ceux prédits par l'analyse asymptotique précédente et compatibles avec les observations expérimentales (Fig. 4a). De même, on retrouve une relaxation de pression qui présente deux temps distincts comme dans l'expérience (Fig. 4b). En revanche, des différences quantitatives importantes existent entre le modèle et l'expérience. Le principal désaccord concerne le temps total de décompaction. Dans le modèle, ce temps est toujours contrôlé par le temps poroélastique  $\tau_p = \eta H^2/(E_1 k)$ , même aux grandes compressions. On peut en particulier montrer que pour  $D_1 \gg D_2$ , le temps de décompaction varie comme :  $\tau_{NL}^{asympt} \approx [(\phi_i - \phi_0)/(2\epsilon_c \phi_i)]\tau_p$ , indépendamment de la valeur de  $D_2$  (Fig. 4b, insert). Expérimentalement en revanche, le temps de décompaction est plus long et semble contrôlé par le module d'Young le plus mou ( $E_2$ ) (ronds noirs sur l'insert de la figure 4b). Il est difficile de comprendre quelles sont les hypothèses du modèle

qui font défauts. Ses prédictions sont en effet très robustes vis-à-vis d'ajout d'ingrédients (ajout d'un terme de contrainte visqueuse dans la phase fluide, saut de pression à la surface libre, inertie). Le même type de dynamique longue est également trouvée en supprimant le confinement de la mousse, ce qui élimine l'hypothèse d'un frottement éventuel aux parois. Il est possible que des termes nouveaux doivent être pris en compte dans les équations diphasiques, notamment du fait des forts gradients de vitesse observés, sur une taille comparable à la taille des cellules. Nous mettons en place une visualisation des déformations en volume par une méthode iso-indice pour mesurer plus finement le champ de déformation et approfondir cette question.

## 5 Conclusion

Notre étude a mis en évidence l'existence de front de décompaction dans des mousses poroélastiques fortement déformées. Cette dynamique est reliée à la réponse mécanique fortement non-linéaire de ce matériau cellulaire. Il est intéressant de remarquer qu'il existe formellement une analogie entre notre système et l'évaporation d'une solution de polymères près de la transition vitreuse. Dans ce cas, au niveau de la surface libre, la concentration en polymères est élevée et dépasse la transition vitreuse, ce qui augmente fortement le coefficient de diffusion du solvant (le module « élastique » est grand). Il peut alors se former une « croûte » d'épaisseur nanométrique au niveau de la surface libre [10, 11], qui est analogue à notre région de vitesse constante près de la surface libre de la mousse.

## Références

- [1] Biot M. A. 1941 General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* **12**, 155-165.
- [2] Terzaghi K. 1943 *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley, New York.
- [3] Wang H.F. 2000 *Theory of Linear Poroelasticity with applications to Geomechanics and Hydrogeology*. Princeton University.
- [4] Coussy O. 2003 *Poromechanics*. Wiley.
- [5] Scherer G. W. 1996 Bending of gel beams : Effect of deflection rate and Hertzian indentation. *J. Crys. Solids* **201**, 1-25.
- [6] Hebraud P., Lequeux F. & Palierne J. F. 2000 Role of permeation in the linear viscoelastic response of concentrated emulsions. *Langmuir* **16**, 8296-8299.
- [7] Dawson M. A., McKinley G. H. & Gibson L. J. 2008 The Dynamic Compressive Response of Open-Cell Foam Impregnated With a Newtonian Fluid. *J. Appl. Mech.* **75**, 041015.
- [8] Gibson L. J. & Ashby M. F. 1999 *Cellular solids* (Cambridge University Press, Cambridge, UK).
- [9] Jackson R. 2000 *The Dynamics of Fluidized Particles*. Cambridge University Press.
- [10] de Gennes P-G. 2002 Solvent evaporation of spin cast films : "crust" effects. *Eur. Phys. J. E* **7**, 31.
- [11] Okuzono T., Ozawa K. & Doi M. 2006 Simple model of skin formation caused by solvent evaporation in polymer solutions. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 136103.