HAL open science

Décomposition modale et analyse du rayonnement acoustique d'une couche de mélange

Ge Song, Jean-Christophe Robinet, Xavier Gloerfelt

▶ **To cite this version:**

Ge Song, Jean-Christophe Robinet, Xavier Gloerfelt. Décomposition modale et analyse du rayonnement acoustique d'une couche de mélange. CFM 2011 - 20e Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421466

HAL Id: hal-03421466

https://hal.science/hal-03421466v1

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Décomposition modale et analyse du rayonnement acoustique d'une couche de mélange

Ge Song, Jean-Christophe Robinet, Xavier Gloerfelt

. *Laboratoire DynFluid, Arts & Métiers ParisTech, 151 Bd. de l'Hôpital, 75013 Paris*

Résumé :

La dynamique d'une couche de mélange à co-courant ainsi que son rayonnement acoustique sont étudiés à travers une décomposition sur une base de modes globaux ainsi qu'une décomposition en modes de Koopman de l'opérateur non linéaire. Le mode de Koopman associé au premier sous-harmonique est dominant dans le rayonnement acoustique. Le mécanisme de génération de bruit est donc interprété par une combinaison linéaire des modes non linéaire issus de l'opérateur de Koopman.

Abstract :

The dynamics of a coflow mixing layer as well as its noise production are investigated through a global mode decomposition of the linearized simulation and its nonlinear generalization called Koopman mode. The Koopman mode associated with the first subharmonic is dominant in the acoustic radiation. The sound generation mechanism is then interpreted as a linear combination of the nonlinear modes resulting from the Koopman operator.

Mots clefs : **aéroacoustique ; modes de Koopman**

1 Introduction

Depuis l'étude de Brown & Roshko [1], la présence des structures cohérentes a été mis en evidence dans les écoulements turbulents même à grands nombres de Reynolds. La description de telles structures est essentielle dans notre compréhension de l'aérodynamique des écoulements. L'analyse des instabilité qui se développent dans l'écoulement a permis de caractériser la dynamique de ces structures cohérentes. Quelques études numériques sont également pertinentes au sujet actuel. Par exemple, Colonius *et al.* [2] ainsi que Bogey *et al.* [3] ont étudié le rayonnement acoustique dû aux appariements tourbillonnaires dans une couche de mélange par simulation numérique directe 2-D. Compte tenu de l'inhomogéneité de l'écoulement en champ proche, l'analyse des structures à l'origine du bruit est délicate. L'utilisationd'une décomposition modale peut permettre de mieux comprendre les mécanismes d'émission du bruit. Différentes techniques peuvent être utilisées : une décomposition en modes globaux pour la dynamique linéarisée, une POD (Holmes *et al.* [4]) ou une décomposition basée sur les modes de Koopman (Rowley *et al.* [5]) pour les écoulements non linéaires. En particulier, cette dernière décomposition apparaît un outil prometteur pour décrire la dynamique des écouclements non linéaires complexes. L'objectif de cette étude est d'extraire la dynamique d'une couche de mélange à co-courant ainsi que son rayonnement acoustique par une décomposition basée sur les modes globaux ainsi qu'une décomposition basée sur les modes Koopman de l'opérateur non linéaire. Des clichés issus de la simulation numérique directe sont utilisés pour obtenir les modes propres de l'opérateur de Koopman afin d'étudier le rayonnement acoustique en régime non linéaire.

2 Formulation mathématique

Afin d'étudier le comportement des petites perturbations autour d'un champ de base $\mathbf{q_b}$, le champ instantané est décomposé ainsi : $\mathbf{q} = \mathbf{q}_b + \mathbf{q}'$, où $\mathbf{q}'$ est le champ fluctuant. Les équations de Navier-Stokes compressibles obtenues, appelées NonLinear Disturbance Equations (NLDE), sont exprimées

sous une forme perturbative (Morris *et al.* [6])

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E_e}'}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F_e}'}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{E_v}'}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{F_v}'}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

avec pour inconnues les fluctuations sous la forme conservative suivante

$$\mathbf{U}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho_b u' + \rho' u_b + \rho' u' \\ \rho_b v' + \rho' v_b + \rho' v' \\ e' \end{pmatrix} \tag{2}$$

les flux eulériens et les flux visqueux pour les perturbations sont respectivement $\mathbf{E_e}'$, $\mathbf{F_e}'$, $\mathbf{E_v}'$ et $\mathbf{F_v}'$ ([6]). Le vecteur de perturbation $\mathbf{q}' = (\rho', u', v', p')^t$ est obtenu à partir de $\mathbf{U}'$ en utilisant (2), enfin la perturbation de pression p' peut être déduite de : $e' = p'/(\gamma - 1) + (\rho_b + \rho')(u'u_b + v'v_b) + 1/2(\rho_b + \rho')(u'^2 + v'^2) + 1/2\rho'({u_b}^2 + {v_b}^2)$.

3 Algorithme numérique

Les équations discrétisées sont avancées en temps en utilisant un schéma de Runge-Kutta optimisé d'ordre 4. Les dérivées spatiales sont calculées en utilisant un schéma Dispersion Relation Preserving (DRP) optimisé de Tam & Webb sur 11 points. Un filtre sélectif sur 11 points est ajouté pour dissiper les oscillations parasites hautes fréquences. Les conditions de rayonnement et de sortie de fluide de Tam & Dong sont appliquées pour permettre la sortie des perturbations aérodynamiques et acoustiques. Enfin, une zone éponge constituée par un filtre Laplacien et d'un étirement du maillage est itilisée en aval du domaine de calcul afin de dissiper les structures tourbillonnaires.

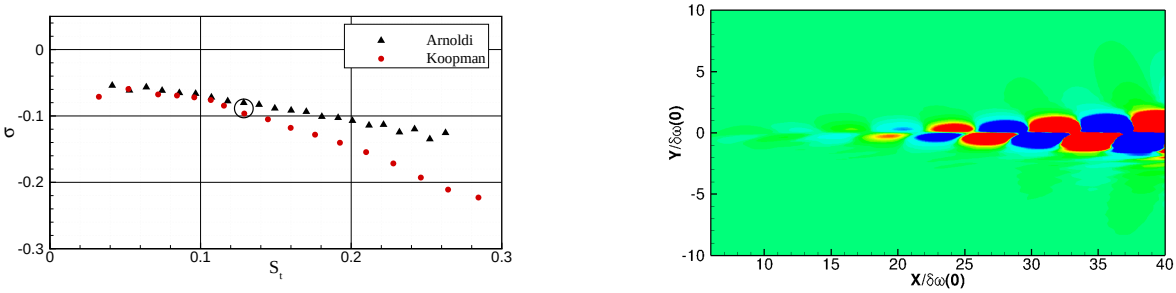
4 Configuration

Nous considérons une couche de mélange présentant un profil de vitesse longitudinale $u_b(y)$ en tangente hyperbolique : $u_b(y) = 1 + R \tanh(2y/\delta_\omega(0))$, où $\delta_\omega(0)$ désigne l'épaisseur de vorticité initiale de la couche de cisaillement, ici, $\delta_\omega(0) = 1.6 \times 10^{-3}$ m . U_1 et U_2 sont des vitesses des écoulements lent et rapide. Le rapport de vitesse $R = \Delta U/2\bar{U}$ quantifie l'ordre de grandeur relatif du cisaillement déstabilisant $\Delta U = U_2 - U_1$ par rapport à la vitesse de convection $\bar{U} = (U_1 + U_2)/2 = 100$ m/s. Dans notre étude, nous nous plaçons dans le cadre d'une couche de mélange à co-courant avec $R = 0.6$. Puisque seul le mouvement relatif est important, le nombre de Mach utilisé pour caractériser les effets de compressiblité est le nombre de Mach convectif : $M_c = \Delta U/2c_0 = 0.18$. Le nombre de Reynolds basé sur $\delta_\omega(0)$ et ΔU est $Re = \delta_\omega(0)\Delta U/\nu = 11408$. Les temperatures des deux écoulements sont égales. La viscosité moléculaire, μ, et la conductivité thermique, k, sont prises constantes. Le rapport des chaleurs spécifique est 1.4.

5 Analyse globale de la dynamique spatio-temporel linéaire du paquet d'onde

5.1 Dynamique linéaire : modes globaux/modes de Koopman

Afin d'étudier le rayonnement acoustique d'une couche de mélange, nous nous proposons d'extraire la dynamique à travers une décomposition modale. Dans un premier temps, nous nous concentrons sur la dynamique linéaire. Cette analyse nous permettra de valider les méthodes numériques non linéaires basées sur l'operateur de Koopman. En effet, les modes globaux et les modes de Koopman sont confondus dans le cadre d'un opérateur linéaire. Ainsi, le vecteur perturbation est recherché sous la forme modale : $\mathbf{q}'(x, y, t) = \hat{\mathbf{q}}(x, y)\, e^{-i\omega t}$, où $\hat{\mathbf{q}}(x, y)$ représente la structure spatiale du mode et ω son comportement temporel. En particuler, ω_r et ω_i sont respectivement la pulsation et le taux d'amplification temporel. Une façon simple pour extraire de tels modes est d'utiliser les clichés issus de la simulation numérique directe linéarisée. La LDNS est réécrite sous la forme d'un système dynamique $\mathbf{q}'(x, y, t + \Delta t) = \mathcal{A}(\Delta t)\, \mathbf{q}'(x, y, t)$. Une approximation des modes propres de $\mathcal{A}(\Delta t)$ est alors



a) b)

FIGURE 1 – (a), Spectre des modes globaux issus de l'algorithme d'Arnoldi et de Koopman ; (b), Vorticité de la perturbation de vitesses de la fonction propre associéé à $St = 0.132$.

déterminée à travers une séquence de $N + 1$ clichés :

$$\mathcal{S}_N = \left[\mathbf{q}'(t=0), \mathcal{A}(\Delta t)\,\mathbf{q}'(t=0), ..., \mathcal{A}^N(\Delta t)\,\mathbf{q}'(t=0)\right] \tag{3}$$

En notant (λ_r, λ_i) les valeurs propres de $\mathcal{A}(\Delta t)$, nous avons : $\omega_r = \log\lambda_r/\Delta t$, $\omega_i = \log\lambda_i/\Delta t$. Dans ce contexte, la méthode la plus efficace est basée sur l'algorithme d'Arnoldi reposant sur une orthonormalisation de $\mathcal{S}_N$. Parallèlement, l'algorithme pour extraire les modes de Koopman repose sur une projection de la dynamique directement sur $\mathcal{S}_N$, rendant ce dernier moins stable que la méthode précédente. Ainsi, dans un cadre linéaire, nous validons les modes de Koopman en prenant comme référence les modes globaux issus d'un algorithme d'Arnoldi. Dans la suite de l'étude, afin de mesurer l'énergie des perturbations en régime compressible, le produit scalaire est adapté en prenant compte de la fluctuation de pression (Rowley *et al.*) [7]

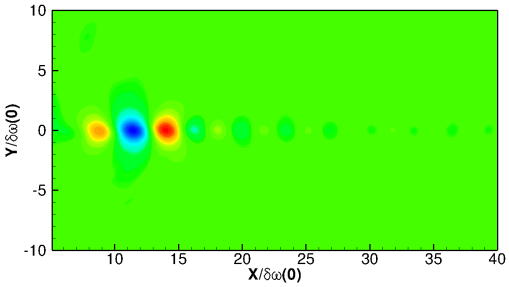
$$< \mathbf{q_1}', \mathbf{q_2}' >= \int_\Omega \left[\frac{1}{2}\rho_b(u_1{}'u_2{}' + v_1{}'v_2{}') + \frac{p_1{}'p_2{}'}{p_b(\gamma-1)}\right] dV \tag{4}$$

5.2 Spectre et fonctions propres

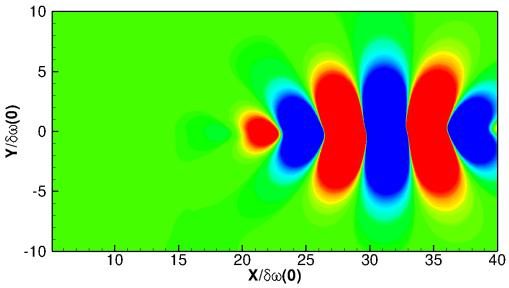
La séquence $\mathcal{S}_N$ est construite à partir de 250 clichés obtenus par l'introduction d'une perturbation à divergence nulle à $x = 10\delta_\omega(0)$ au temps initial. L'advection du paquet d'onde créé est ainsi observée au cours de la simulation numérique. Le nombre $N = 250$ permet de converger une branche de modes globaux de type de Kelvin-Helmholtz via l'algorithme d'Arnoldi. Cette dernière est illustrée via le spectre (1a), et la vorticité de la perturbation de la fonction propre associée au nombre de Strouhal $St = f\delta_\omega(0)/\bar{U} = 0.132$ est également représentée (1b). Nous remarquons que le taux d'amplification de chaque valeur propre est négatif, signifiant que tous les modes sont atténués temporairement. Ceci est cohérent avec le caractère globalement stable de l'écoulement. L'algorithme de Koopman fait apparaître une branche similaire dont la convergence semble plus délicate. Néanmoins, les fréquences et les structures spatiales semblent en accord avec l'algorithme d'Arnoldi. De manière à s'assurer de la bonne description de la dynamique linéaire en espace et en temps de notre écoulement via les modes de Koopman, nous nous proposons de projeter cette dernière sur une base réduite de modes globaux obtenus par les deux algorithmes précédents. La méthode est décrite dans Alizard & Robinet [8].

5.3 Dynamique du paquet d'onde

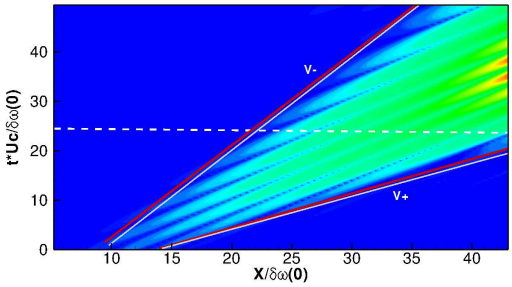
Maintenant, nous projetons la dynamique du paquet d'onde sur la base de modes globaux issus des deux algorithmes décrit précédemment, via une orthonormalisation de ces derniers. L'évolution de ce paquet d'onde est représentée sur la figure 2. Nous remarquons que cette dynamique est bien captée par les deux bases modales, validant ainsi les modes globaux issus de l'algorithme basé sur l'opérateur de Koopman.



a)

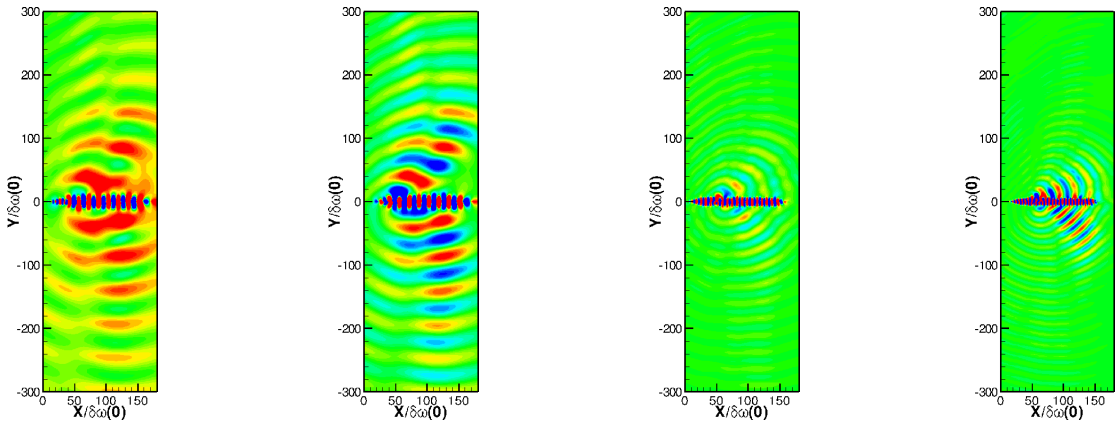


b)



c)

FIGURE 2 – (a), Composante de la fluctuation de pression à $t = 0$; (b), Composante de la fluctuation de pression à $t = 25$; (c), Evolution spatio-temporelle de la fluctuation de pression du paquet d'onde prise à $y = 0$, la ligne horizontale est associée au paquet d'onde à $t = 25$. Le paquet issu de la DNS linéarisée est illustrée en contour, ses bords désignés par $V+$ et $V-$ sont représentés en rouge pour les modes globaux issus de l'algorithme d'Arnoldi, en gris pour l'algorithme associé à l'opérateur de Koopman.



a) b) c) d)

FIGURE 3 – (a), Champ de fluctuation de pression issu de DNC, les niveaux sont de -80 Pa et à 80 Pa ; (b), Fluctuation de pression associée au mode $f_0/2$, les niveaux sont de -20 Pa et à 20 Pa ; (c), Fluctuation de pression associée au mode f_0, les niveaux sont de -5 Pa et à 5 Pa ; (d), Fluctuation de pression associée au mode $3f_0/2$, les niveaux sont de -2 Pa et à 2 Pa.

De ce fait, malgré une convergence moins efficace des modes globaux issus de la méthode numérique basée sur l'opérateur de Koopman, nous pouvons tout de même être confiant sur la capacité de cet algorithme pour capter la dynamique linéaire d'une perturbation superposée à l'écoulement. Nous pouvons donc maintenant nous intéresser au régime non linéaire basé sur les modes de Koopman.

6 Dynamique spatio-temporal non linéaire : modes Koopman

6.1 Paramètres de la simulation

D'après les études précédentes, en particuler celles de Bogey *et al.* [3], le rayonnement acoustique est attribué à l'appariement tourbillonnaire. De cette manière, nous nous plaçons dans une configuration où un tel évènement est favorisé. La couche de mélange est ainsi excitée en entrée du domaine de calcul par une combinaison de deux ondes à la fréquence f_0 et son permier sous-harmonique $f_0/2$, où f_0 désigne la fréquence de l'onde la plus instable obtenue par une analyse locale. L'excitation est introduite sur la perturbation transversale : $v'(y) = [\alpha_1 \sin \omega t + \alpha_2 \sin(\omega t/2 + \pi/2)] \exp\left(-y^2/\Delta y^2\right)$, où les amplitudes de ces deux fréquences sont respectivement $\alpha_1 = 2 \times 10^{-4}$ et $\alpha_2 = 10^{-4}$ m/s.

6.2 Rayonnement acoustique et modes de Koopman

La DNC met en évidence pour cette gamme de paramètre un rayonnement acoustique illustré dans la figure 3a). Le champ des observables de la perturbation, désigné par $\mathcal{G}^p(\mathbf{q}')$ est développé en terme de fonctions propres de l'opérateur de Koopman désignés par $\phi_j(\mathbf{q}')$: $\mathcal{G}^p(\mathbf{q}') = \sum_{j=1}^{N} \phi_j(\mathbf{q}')\, v_j$. Une centaine de clichés est donc utilisée pour obtenir ces dernières. Les modes sont alors triés suivant leur énergie des perturbations représentée sur la figure 4 (Rowley *et al.* [7]). Nous observons que la décomposition modale fait apparaître notamment un mode de Koopman rayonnant : $f_0/2$, qui présente un maximum d'énergie montré sur la figure 3b). Les intéractions due aux effets non linéaires sont également observées ($3f_0/2$, $2f_0$), mais conduisent à des modes de Koopman possédant des niveaux de bruit beaucoup moins importants, voir négligeables (figures 3c) et 3d)).

7 Conclusions

La dynamique linéaire et non linéaire d'une couche de mélange subsonique à co-courant a été étudiée respectivement par le calcul des modes globaux et de modes de Koopman. Ces calculs ont été réalisés par une méthode basée sur une décomposition dans une base de Krylov engendrée par une méthode

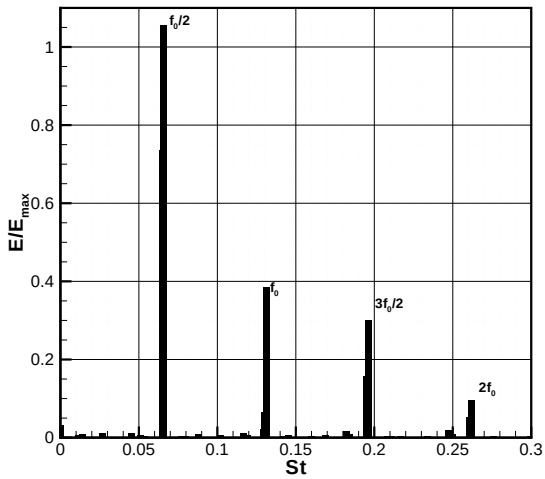


FIGURE 4 – Energie des perturbations des modes de Koopman en fonction de St.

de clichés. Les résultats montrent que le mode de Koopman à la fréquence $f_0/2$ est dominant dans la dynamique et contribue principalement au rayonnement acoustique de l'écoulement. Ces résultats sont en accord avec la simulation numérique complète de la dynamique.

Références

[1] G.L. Brown and A. Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 64 :775–816, 1974.

[2] T. Colonius, SK. Lele, and P. Moin. Sound generation in a mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 330 :2761–2778, 1997.

[3] C. Bogey, C. Bailly, and D. Juvé. Numerical simulation of sound generated by vortex pairing in a mixing layer. *AIAA Journal*, 38(12) :2210–2218, 2000.

[4] P. Holmes, J.L. Lumley, and G. Berkooz. *Turbulence, Coherent structures, Dynamical systems and symmetry.* Cambridge University Press, 1996.

[5] C. W. Rowley, I. Mezic, S. Bagheri, P. Schlatter, and D.S. Henningson. Spectral analysis of nonlinear flows. *J. Fluid Mech.*, pages 1–13, 2009.

[6] P.J. Morris, L.N. Long, A. Bangalore, and Q. Wang. A parallel three-dimensional computational aeroacoustics method using nonlinear disturbance equations. *J. Comput. Phys*, 133 :56–78, 1997.

[7] C.W. Rowley, T. Colonius, and R.M. Murray. Model reduction for compressible flows using pod and galerkin projection. *PHYSICA D*, 189 :115–129, 2004.

[8] F. Alizard and J.-C. Robinet. Modeling of optimal perturbations in flat plate boundary layer using global modes : benefits and limits. *TCFD*, DOI : 10.1007/s00162-010-0200-z, 2010.