



HAL
open science

Sur le remodelage par rotation du tissu osseux

Vittorio Sansalone, Salah Naïli, Antonio Dicarlo

► **To cite this version:**

Vittorio Sansalone, Salah Naïli, Antonio Dicarlo. Sur le remodelage par rotation du tissu osseux. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421410

HAL Id: hal-03421410

<https://hal.science/hal-03421410>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Sur le remodelage par rotation du tissu osseux

V. Sansalone^a, S. Naili^a, A. DiCarlo^b

a. Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 61, Avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil, France

b. LaMS - Modelling & Simulation Lab, Università degli Studi Roma Tre, Via Corrado Segre, 6, I-00146 Roma, Italy

Résumé :

Tout au long de la vie, le tissu osseux subit un constant remaniement qui lui confère ses extraordinaires propriétés mécaniques couplant raideur, résistance et légèreté. Ce processus de réorganisation de la microstructure du matériau osseux, guidé par des phénomènes de natures mécanique et chimique, est connu sous le nom de remodelage osseux. Dans ce papier, nous étudions le remodelage osseux dans le cadre de la théorie de la réorganisation matérielle. Le matériau osseux étant modélisé comme un milieu élastique orthotrope, localement le remodelage osseux est décrit par une rotation de ses axes principaux. Des calculs analytiques et des simulations numériques ont été développés pour étudier le remodelage osseux d'un milieu bidimensionnel sous application d'une contrainte donnée et l'état d'équilibre atteint suite au remodelage.

Abstract :

The amazing mechanical properties of bone, coupling stiffness, strength and lightweight, are due to a lifelong stress- and chemistry-driven reorganization of the bony material, known as bone remodeling. In this study, we model bone remodeling using the theory of material remodeling. Modeling bone material as an elastic orthotropic medium, remodeling is described as a rotation of its principal axes. Numerical simulations illustrate the stress-driven remodeling of a two-dimensional body. Moreover, it is shown that both analytical and numerical results agree in predicting the remodeling equilibrium.

Mots clefs : tissu osseux ; remodelage ; rotation

1 Introduction

Les extraordinaires propriétés mécaniques du tissu osseux, couplant raideur, résistance et légèreté, sont dues à un constant remaniement que le tissu osseux subit tout au long de la vie. Ce processus, connu sous le nom de remodelage osseux, est essentiel pour le bon fonctionnement du tissu osseux lors de la croissance mais aussi lorsque l'âge adulte est atteint. Par exemple, la capacité du tissu osseux à se remodeler et à se reconstruire est cruciale suite à des fractures ou lors de la pose de prothèses. Par ailleurs, des pathologies graves sont liées à un dysfonctionnement de ce processus tels que l'ostéoporose ou l'ostéopétrose. Il est intéressant de noter que, suite à des séjours prolongés dans un environnement en micro-gravité, le tissu osseux des astronautes montre une structure semblable à celle d'un os ostéoporotique (densité et résistance réduites). Tous cela montre les natures hétérogènes, à la fois mécanique et biochimique, des *stimuli* régissant le remodelage osseux. En effet, le remodelage osseux est le résultat de l'action des cellules osseuses qui, régulièrement, détruisent et reconstruisent le matériau osseux en fonction des *stimuli* mécaniques et biochimiques qu'elles reçoivent de leur environnement. Appréhender le problème du remodelage osseux demande des études sises à plusieurs échelles et mobilisant des compétences variées. Nous nous intéressons dans cette étude à l'échelle du tissu. Ainsi, l'activité cellulaire à la base du remodelage osseux doit être traduite de façon pertinente à l'échelle du milieu continu. À cette échelle, le remodelage osseux peut être décrit par l'évolution des propriétés mécaniques du matériau. Le temps caractéristique du remodelage se mesurant en mois,

cette évolution peut être décrite comme une suite d'états d'équilibre. Si les forces mécaniques trouvent naturellement leur place dans une théorie mécanique du remodelage osseux, les *stimuli* biochimiques doivent, eux aussi, être pris en compte et leurs effets décrits convenablement. Un cadre théorique approprié pour décrire le remodelage osseux, prenant en compte les *stimuli* à la fois mécaniques et biochimiques, a été développé par [1], puis appliqué par [2] au tissu osseux. Partant de ces travaux, nous étudions ici le remodelage par rotation d'un milieu continu représentant le tissu osseux. Des calculs analytiques et des simulations numériques montrent la pertinence d'une telle approche. Dans l'exemple proposé, nous prenons comme prototype le tissu osseux cortical et étudions son remodelage suite à l'application d'une contrainte constante. Notamment, nous montrons l'évolution dans le temps des propriétés mécaniques d'un élément de ce tissu vers un état d'équilibre homéostatique.

2 Modèle de remodelage osseux

La théorie de la réorganisation matérielle, dont le cadre général a été développé initialement par [1], a été appliquée au cas du remodelage osseux par [2]. S'appuyant sur une formulation thermodynamique pertinente, justifiée par les échelles de temps en jeu, cette théorie permet de prendre en compte de façon astucieuse les effets des *stimuli* mécaniques et biochimiques contribuant au phénomène du remodelage osseux. Le tissu osseux est décrit à l'échelle du milieu continu comme un milieu élastique orthotrope dont les propriétés mécaniques peuvent évoluer dans le temps sous l'effet de forces mécaniques ou d'autres natures. Ici, nous nous intéressons à une classe particulière de remodelage osseux, à savoir le remodelage induit par une contrainte mécanique et donnant lieu à une rotation des axes principaux du matériau. L'état mécanique d'un point d'un tel milieu est ainsi décrit par sa position dans l'espace et par l'orientation de ses axes principaux, soit (\mathbf{x}, \mathbf{R}) .

Une écriture astucieuse du principe des puissance virtuelle prenant en compte les efforts généralisés liés au remodelage, permet d'écrire les lois de bilan pour les forces classiques et celles liées au remodelage :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{S} + \mathbf{b} &= 0 \quad \text{dans } \mathcal{B}, & \mathbf{S} \mathbf{n}_{\partial} &= \mathbf{t}_{\partial} \quad \text{sur } \partial \mathcal{B}, \\ \overset{\dot{}}{\mathbf{T}} + \overset{\circ}{\mathbf{T}} &= 0 \quad \text{dans } \mathcal{B}, \end{aligned} \quad (1)$$

où \mathcal{B} est le volume du milieu et $\partial \mathcal{B}$ sa surface de normale \mathbf{n}_{∂} ; en outre, \mathbf{S} est le tenseur des contraintes, \mathbf{b} est la force volumique, \mathbf{t}_{∂} la force surfacique ; enfin, $\overset{\dot{}}{\mathbf{T}}$ et $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$ sont les tenseurs des efforts intérieurs et extérieurs liés au remodelage. Ce dernier, en particulier, traduit l'effet mécanique des *stimuli* biochimiques. Les données de \mathbf{b} , \mathbf{t}_{∂} et $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$ traduisent les actions mécaniques et biochimiques exercées sur le milieu par son environnement.

Le comportement de ce milieu est supposé être élastique linéaire orthotrope. Par ailleurs, le remodelage est un phénomène dissipatif et la dissipation qui l'accompagne est caractérisée *via* le principe de dissipation. La donnée d'une énergie de déformation faisant intervenir la valeur actuelle du tenseur d'élasticité du matériau permet alors de préciser le principe de dissipation et d'en déduire une loi de comportement pour $\overset{\dot{}}{\mathbf{T}}$. Finalement, les lois de comportement pour \mathbf{S} et $\overset{\dot{}}{\mathbf{T}}$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{C} \mathbf{E}, \\ \overset{\dot{}}{\mathbf{T}} &= [\mathbf{S}, \mathbf{E}] + \overset{\ddagger}{\mathbf{T}}, \end{aligned} \quad (2)$$

où \mathbf{C} est le tenseur d'élasticité, \mathbf{E} est le tenseur des petites déformations et $[A, B] := AB - BA$ est le commutateur. La valeur actuelle du tenseur d'élasticité \mathbf{C} est obtenue par une rotation du tenseur d'élasticité initial \mathbf{C}_0 régie par le tenseur \mathbf{R} . Le tenseur $\overset{\ddagger}{\mathbf{T}}$ traduit la dissipation liée au remodelage qui est, en première approximation, supposée être une fonction linéaire de la vitesse de remodelage $\dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^{\top}$ (un point superposé désigne la dérivée temporelle et \star^{\top} désigne l'opérateur de transposition) *via* le tenseur de dissipation \mathbf{D} :

$$\overset{\ddagger}{\mathbf{T}} = \mathbf{D} (\dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^{\top}). \quad (3)$$

Les équations (1)-(3) constituent un système d'équations non linéaires régissant localement le problème du remodelage osseux par rotation des axes principaux d'élasticité du matériau. S'il existe une solution stationnaire de ce problème, celle-ci définit l'équilibre atteint par le remodelage du milieu, c'est-à-dire un état dans lequel les propriétés mécaniques du matériau (ici, l'orientation de ses axes principaux) n'évoluent plus.

2.1 Remodelage passif induit par une contrainte constante

Un cas particulièrement simple mais néanmoins représentatif du remodelage est celui du remodelage passif induit par une force constante, de direction et intensité données. Pour faire simple, on peut considérer un élément de matériau sujet uniquement à une contrainte axiale d'intensité σ selon une direction \mathbf{e}_σ , soit $\mathbf{S} = \sigma \mathbf{e}_\sigma \otimes \mathbf{e}_\sigma$, où \otimes désigne le produit tensoriel. Dans ce cas, la solution du problème du remodelage est donnée par la solution de l'équation d'évolution :

$$\mathbf{D}(\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^\top) = -[\mathbf{S}, \mathbf{E}], \quad (4)$$

avec la donnée d'une condition initiale sur \mathbf{R} décrivant l'orientation initiale des axes du matériau par rapport à un repère fixé $\{\mathbf{e}_i\}$ ($i = 1, \dots, 3$).

On peut remarquer que l'équilibre atteint par le remodelage ($\dot{\mathbf{R}} = 0$) est obtenu quand $[\mathbf{S}, \mathbf{E}] = 0$, c'est-à-dire quand les axes principaux des tenseurs des contraintes et des petites déformations deviennent parallèles. Puisque ce dernier dépend de l'orientation courante des axes principaux du matériau *via* le tenseur d'élasticité ($\mathbf{E} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{S}$), ceux-ci vont tourner (c'est-à-dire, \mathbf{R} va évoluer) en fonction du défaut d'alignement entre \mathbf{S} et \mathbf{E} et cela jusqu'à ce que les directions principales de ces tenseurs soient alignées. Il est important de remarquer que, de cette façon, une importante propriété de l'équilibre au remodelage [3] est obtenue sans introduire aucune recette *ad hoc* dans le modèle.

3 Résultats et discussion

À titre d'illustration, dans cette section on se restreint au cas bidimensionnel et on étudie le remodelage d'un élément de matériau sujet à une contrainte axiale dans la direction $\mathbf{e}_\sigma \equiv \mathbf{e}_1$.

En dimension deux le tenseur de rotation \mathbf{R} étant paramétré par un angle α , l'équation tensorielle (4) se réduit à une équation différentielle ordinaire scalaire :

$$d_0 \dot{\alpha} = \sigma^2 \varpi(\mathbf{C}, \alpha), \quad (5)$$

où $d_0 > 0$ est le coefficient scalaire paramétrant le tenseur de dissipation \mathbf{D} . Dans la figure 1 est tracée la fonction $\varpi(\alpha)$, proportionnelle à la vitesse de remodelage qui se traduit ici par $\dot{\alpha}$, sur l'intervalle $[0, 2\pi]$.

La fonction ϖ est une fonction trigonométrique de l'angle α , les coefficients y apparaissant étant combinaisons des coefficients élastiques du matériau (voir [2] pour l'expression précise de ϖ , eq. (44), et pour une discussion plus détaillée). Les valeurs des coefficients élastiques utilisées dans cette simulation sont prises comme en [2] et sont typiques du tissu osseux cortical. Il est évident que quatre points stationnaires existent, dans lesquels ϖ , donc $\dot{\alpha}$, s'annule. Une analyse plus détaillée de ces solutions montre que seuls deux de ces quatre points sont stables (en vert dans la figure) alors que les autres deux sont instables (en rouge). Après quelques manipulations, on peut montrer que les solutions stables vérifient l'équation :

$$c_1 \cos^2 \alpha = c_2, \quad (6)$$

où les coefficients c_1 et c_2 ne dépendent que des coefficients élastiques du matériau. Il est intéressant de remarquer que le point $\alpha = 0$ est instable.

Ce résultat est supporté par l'étude de l'évolution dans le temps de l'orientation α des axes du matériau en partant de différentes conditions initiales α_0 . La valeur α_0 représente le défaut initial d'alignement entre le premier axe principal du matériau (correspondant à la direction de raideur maximale) et la

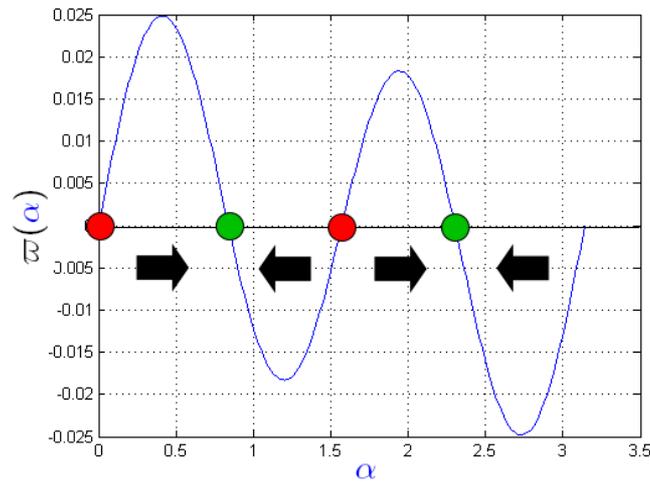


FIG. 1 – Milieu bidimensionnel sous contrainte constante uniaxiale : solution de l'équation (4) et points stationnaires stables (en vert) et instables (en rouge).

direction \mathbf{e}_1 d'application de la contrainte. Dans la figure 2 sont montrées les courbes $\alpha(t)$, t étant le temps, obtenues en résolvant l'équation (4) pour des conditions initiales $\alpha_0 = 10^{-n}$, avec $n = 0, 1, \dots, 6$. Cette figure montre qu'il existe un attracteur α_∞ indépendant de la valeur de α_0 . À noter que l'échelle temporelle de ce graphe, liée à la valeur du coefficient de dissipation d_0 et à l'intensité σ de la contrainte, est arbitraire (dans cette simulation, ces deux coefficients ont été choisis égaux à 1).

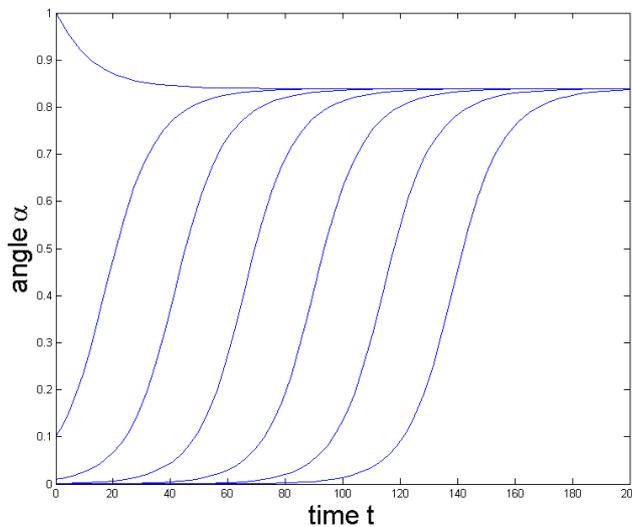


FIG. 2 – Évolution temporelle de α pour des conditions initiales $\alpha_0 = 10^{-n}$ ($n = 0, 1, \dots, 6$). L'échelle temporelle est arbitraire.

Plus généralement, on peut dire que, lors du remodelage, le système atteint plus au moins rapidement tel ou tel attracteur en fonction de la condition initiale α_0 . Lors de cette évolution, les axes d'orthotropie du matériau tournent de façon à ce que les axes principaux du tenseur des petites déformations \mathbf{E} s'alignent avec ceux (fixés) du tenseur des contraintes \mathbf{S} . Cette évolution est tracée dans la figure 3, où sont montrées des instantanées des axes principaux du tenseur \mathbf{E} (axes des ellipses dans la figure) à différents instants pour $\alpha_0 = 0.001$ (à gauche) et $\alpha_0 = 0.1$ (à droite). La couleur se dégrade du rouge au vert au fil du temps, l'ellipse correspondant à l'instant initial étant en rouge et celle correspondant à l'instant final en vert. On peut remarquer que la vitesse de remodelage pour $\alpha_0 = 0.001$ est plus

faible que pour $\alpha_0 = 0.1$. À noter que l'angle α définit l'orientation des axes principaux du matériau et ne correspond pas à l'orientation des axes principaux du tenseur \mathbf{E} , lesquels vont s'aligner avec ceux de \mathbf{S} (directions horizontale et verticale) pendant que l'angle α évolue.

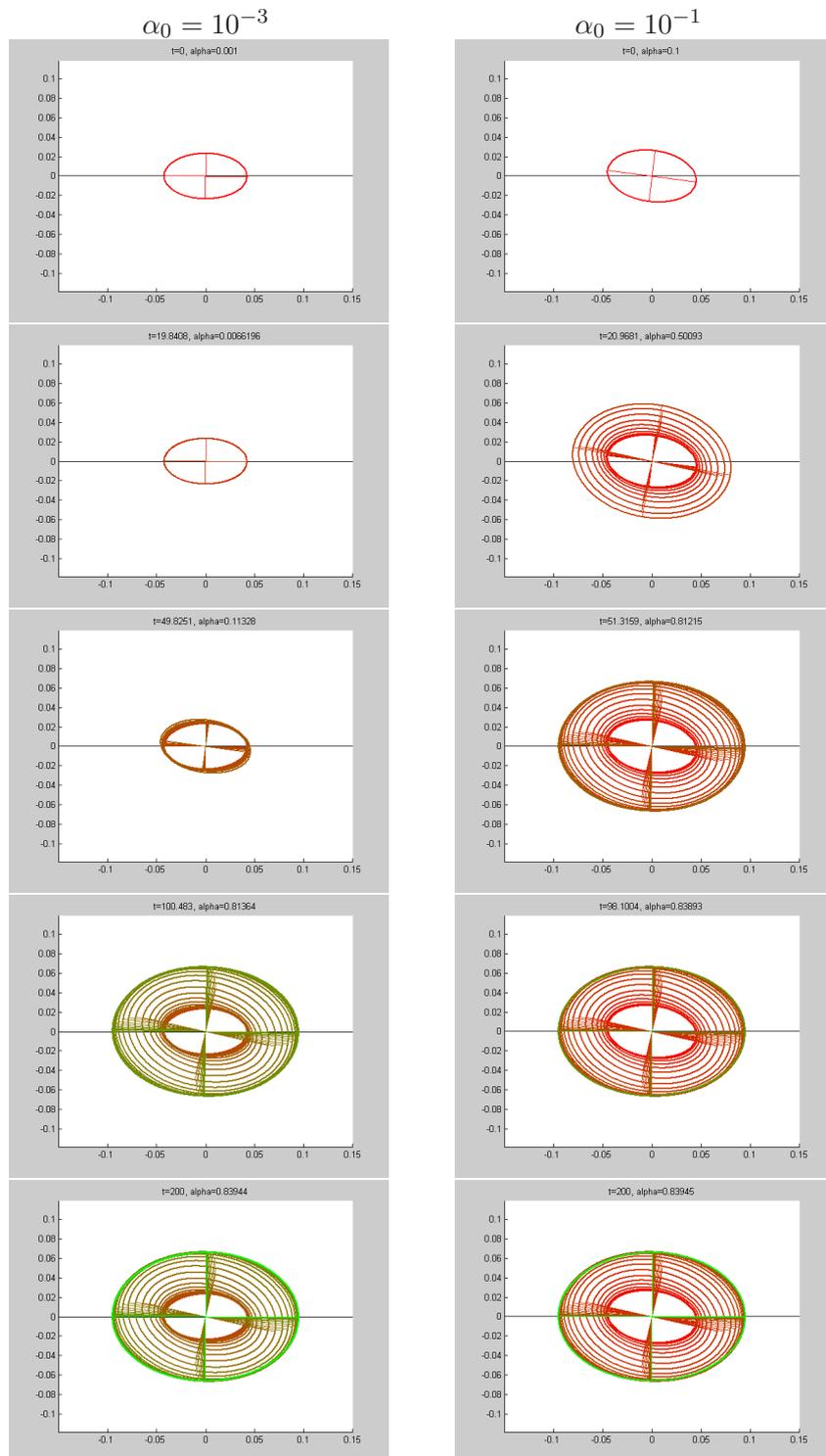


FIG. 3 – Orientation des axes principaux du tenseur \mathbf{E} à différents instants pour $\alpha_0 = 10^{-3}$ (à gauche) et $\alpha_0 = 10^{-1}$ (à droite).

4 Conclusions

La capacité du tissu osseux à adapter sa microstructure en fonction de son environnement est l'une des plus importantes et fascinantes caractéristiques de ce matériau. Vraisemblablement, des phénomènes mécaniques et chimiques divers interagissent dans la régulation du remodelage osseux [4] mais les effets précis des différents *stimuli* sont encore matière en débat dans la communauté scientifique. La plupart des modèles de remodelage osseux introduisent des lois phénoménologiques pour décrire l'évolution des propriétés mécaniques du tissu osseux (voir, par exemple, [5, 6]). Bien au contraire, une des caractéristiques principales de notre approche est de décrire le remodelage osseux sans introduire aucune prescription *ad hoc* mais en se basant uniquement sur les principes de la mécanique et de la thermodynamique des milieux continus. Ainsi, le remodelage est décrit par des lois de bilan obtenues par une formulation pertinente du principe des puissances virtuelles étendu aux efforts de remodelage et les lois de comportement sont obtenues *via* une écriture conséquente du principe de dissipation. Ce modèle se montre pertinent pour la description du remodelage osseux et, en particulier, est capable de prédire correctement l'état d'équilibre atteint par le matériau en présence d'un système de contraintes donné, montrant qu'en cet état les directions principales des contraintes et des déformations sont alignées [3]. En outre, l'évolution vers cet état d'équilibre étant régie par le défaut d'alignement entre ces directions principales, dans le voisinage de l'état d'équilibre l'évolution du système devient de plus en plus lente. Ainsi, quoique le modèle mathématique prédise un *point* d'équilibre au remodelage, il est possible d'identifier toute une *région* d'équilibre autour de ce point dans laquelle les propriétés mécaniques du matériau n'évoluent plus de façon remarquable.

Il faut noter que deux types de tissu osseux existent : le tissu osseux cortical, formant la coque extérieure des os, et le tissu osseux trabéculaire, sis à l'intérieur des extrémités des os longs. Les microstructures de ces deux tissus étant différentes (le tissu cortical, plutôt dense, est formé par des structures cylindriques dites ostéons, alors que le tissu trabéculaire, plutôt poreux, est formé par des trabécules enchevêtrées lui donnant un aspect spongieux), les phénomènes microscopiques régissant le remodelage des tissus cortical et trabéculaire ne sont pas les mêmes. Cependant, que ce soit pour le tissu cortical ou pour le trabéculaire, à l'échelle du tissu le remodelage osseux se manifeste (et peut être décrit) comme une évolution des propriétés mécaniques du tissu. Ainsi, la formulation proposée est pertinente à la fois pour les tissus cortical (auquel fait référence l'exemple traité dans ce papier) et trabéculaire, les différences entre les deux tissus se déclinant dans les coefficients caractérisant le comportement du matériaux et dans la donnée des actions extérieurs entraînant le remodelage. Donner des valeurs raisonnables pour ces paramètres, notamment pour le tenseur $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$, est souvent très délicat. Des travaux de recherche sont en cours visant à identifier ces paramètres pour les différents types de tissu osseux en utilisant des techniques d'homogénéisation.

Références

- [1] DiCarlo, A., Quiligotti, S. 2002 Growth and balance. *Mechanics Research Communications*, **29**(6) 449-456
- [2] DiCarlo, A., Naili, S., Quiligotti, S. 2006 Sur le remodelage des tissus osseux anisotropes. *C. R. Mécanique*, **334** 651-661
- [3] Cowin, S. 1986 Wolff's law of trabecular architecture at remodeling equilibrium. *J. Biomech. Eng.*, **108** 83-88
- [4] Lemaire, T., Capiiez-Lernout, E., Kaiser, J., Naili, S., Sansalone, V. 2011 What is the importance of multiphysical phenomena in bone remodelling signals expression? A multiscale perspective. *J. Mech. Behav. Biomed. Mat.*, **4**(6) 909-920
- [5] Adachi, T., Kameo, Y., Hojo, M. 2011 Trabecular bone remodelling simulation considering osteocytic response to fluid-induced shear stress. *Phil. Trans. R. Soc. A*, **368** 2669-2682
- [6] Cox, L.G.E., van Rietbergen, B., van Donkelaar, C.C., Ito, K., 2011 Analysis of bone architecture sensitivity for changes in mechanical loading, cellular activity, mechanotransduction, and tissue properties. *Biomech. Model. Mechanobiol.*, sous presse