



Effet thermocapillaire sur la convection mixte en canal ouvert

Lahcen Bammou, Kamal El Omari, Serge Blancher, Yves Le Guer, Brahim Benhamou

► To cite this version:

Lahcen Bammou, Kamal El Omari, Serge Blancher, Yves Le Guer, Brahim Benhamou. Effet thermocapillaire sur la convection mixte en canal ouvert. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421333

HAL Id: hal-03421333

<https://hal.science/hal-03421333>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Effet thermocapillaire sur la convection mixte en canal ouvert

LAHCEN BAMMOU^{1,2}, KAMAL EL OMARI¹, SERGE BLANCHER¹, YVES LE GUER¹, BRAHIM BENHAMOU³

1. *Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au génie Électrique (SIAME), EA Fédération IPRA-CNRS, Université de Pau et des Pays de l'Adour (UPPA),*
2. *Laboratoire de Mécanique, Procédés de l'Energie et de l'Environnement (LMP2E), ENSA, B.P. 1136 - 80000 Agadir - Maroc*
3. *Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Énergétique (CNRST-URAC27), Université Cadi Ayyad - Dépt. de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech 40001, Maroc.*

Résumé :

L'écoulement laminaire tridimensionnel de convection mixte d'un liquide dans un canal horizontal chauffé uniformément par le bas et dont la surface supérieure est libre est étudié numériquement par la résolution des équations de Navier-Stokes et de l'énergie en prenant en compte les effets de thermocapillarité (effet Marangoni). Lorsque les forces induites par les courants de convection naturelle et forcée sont du même ordre de grandeur (pour un nombre de Richardson $Ri=O(1)$), les résultats montrent un développement des instabilités sous forme de rouleaux convectifs longitudinaux stationnaires semblables à ceux rencontrés pour des écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard. Le nombre et la distribution spatiale de ces rouleaux le long du canal dépendent des conditions de l'écoulement.

Abstract :

The three-dimensional laminar mixed convection of a liquid in a horizontal channel heated uniformly from below and for which the upper surface is free is studied numerically by solving the Navier-Stokes and energy equations taking into account the thermocapillarity effects (Marangoni effect). When the forces induced by natural and forced convection are of the same order of magnitude (for Richardson number $Ri = O(1)$), the results show a development of instabilities in the form of steady longitudinal convective rolls similar to those encountered for the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow. The number and spatial distribution of these rolls along the channel depend on the flow conditions.

Mots clefs : convection mixte ; effet Marangoni ; canal horizontal

1 Introduction

La convection mixte dans les écoulements à surface libre présente un intérêt considérable en raison de ses nombreuses applications industrielles au sein des dispositifs de refroidissement par évaporation, ou dans les échangeurs de chaleur compacts. La diversité des paramètres thermophysiques qui interviennent lors du couplage des phénomènes complexes de transferts de chaleur et de masse lors de ces écoulements explique la relative abondance d'études théoriques et expérimentales.

La plupart des études sur la convection mixte ont été réalisées dans le cas de canaux à parois rigides chauffés par le bas, qui portent également le nom d'écoulements de type Poiseuille-Rayleigh-Bénard. Une revue bibliographique complète de travaux effectués dans ces configurations est présentée par Nicolas [8]. Dans le cas d'un canal ouvert (surface supérieure libre) les travaux disponibles dans la littérature sont relativement peu nombreux. Une étude expérimentale a été effectuée par Wang et al. [11] pour déterminer les conditions hydrodynamique et thermique d'un écoulement dans un canal ouvert uniformément chauffé par le bas et étudier l'effet de flottabilité sur le développement de la

couche limite thermique. Mais les auteurs n'ont pas tenu compte des effets thermocapillaires dus à la variation de la tension de surface avec la température.

La présente étude s'intéresse à la simulation numérique de la convection mixte lors de l'écoulement d'eau dans un canal horizontal à surface libre chauffé uniformément par le bas. Lorsque les forces induites par les courants de convection naturelle et forcée sont du même ordre de grandeur (soit $Ri = Ra/(Pr.Re^2) = O(1)$), des instabilités se développent sous la forme de rouleaux convectifs longitudinaux stationnaires semblables à ceux rencontrés pour des écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard. L'objectif est d'étudier, l'impact de paramètres tels que les nombres de Marangoni et de Rayleigh, ainsi que celui du rapport d'aspect du canal (qui varie avec l'épaisseur du film liquide) sur les motifs de l'écoulement et les échanges thermiques.

2 Description et formulation du problème

Nous considérons un écoulement de liquide (nombre de Prandtl $Pr=7$) dans un canal rectangulaire horizontal de hauteur H , de largeur $10H$, de longueur $50H$, et dont la surface supérieure est libre (Figure 1). On définit le rapport d'aspect transversal par Γ =largeur/hauteur.

Les parois latérales du canal sont adiabatiques, la paroi horizontale du bas est adiabatique sur une longueur $2H$ mesurée à partir de la section d'entrée du canal. Au delà, la paroi est maintenue à une température uniforme T_c supérieure à la température d'entrée du liquide T_0 ($T_c > T_0$). L'origine du repère est placée à la distance $2H$ de la section d'entrée du canal.

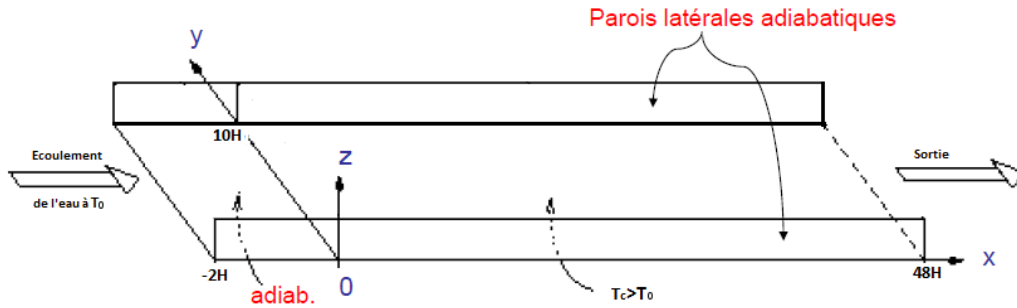


FIGURE 1 – Géométrie de la configuration retenue et conditions aux limites

Le fluide est supposé newtonien, incompressible et en écoulement laminaire stationnaire. Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes sauf pour la masse volumique qui est approchée dans le terme de gravité en considérant l'hypothèse de Boussinesq : $\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))$.

La surface libre est supposée plane, et est soumise à un échange convectif avec l'air ambiant caractérisée par un coefficient de transfert thermique h .

Les grandeurs utilisées pour adimensionner les variables sont la hauteur du canal H , la vitesse moyenne d'entrée U_{moy} , et l'écart de la température d'entrée d'eau $T_c - T_0$.

Compte tenu des hypothèses simplificatrices décrites ci-dessus, le système résolu numériquement peut être adimensionnalisé sous la forme suivante :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} + \frac{Ra}{Pr Re^2} \theta \vec{k} \quad (2)$$

$$\vec{v} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 \theta \quad (3)$$

Ainsi les paramètres adimensionnels qui apparaissent dans les équations sont : le nombre de Reynolds $Re = \frac{U_{moy} H}{\nu}$, le nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g \beta (T_c - T_0) H^3}{\nu \alpha}$, le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ et la

température réduite $\theta = \frac{T - T_0}{T_c - T_0}$.

Les conditions aux limites adimensionnées sont :

- En $z = 0$, $\vec{v} = \vec{0}$; pour $x \in [-2, 0]$, $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ et pour $x \in [0, 48]$, $\theta = 1$;
- En $z = 1$,

La condition cinématique à la surface libre :

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{Ma}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{Ma}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \text{et} \quad V_z = 0 \quad (4)$$

La condition thermique à la surface libre : $\frac{\partial \theta}{\partial z} = -Bi\theta$

- En $y = 0$ et $y = 10$, $\vec{v} = \vec{0}$ et $\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$;
- En $x = -2$, $V_x = V_{\frac{1}{2}pois(y,z)}$, $V_y = V_z = 0$ et $\theta = 0$; avec $V_{\frac{1}{2}pois(y,z)}$ le profil de vitesse défini par un demi-profil de Poiseuille [9].

Avec $Ma = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{H \Delta T}{\mu \alpha}$, le nombre de Marangoni et $Bi = \frac{hH}{\lambda}$, le nombre de Biot. Pour quantifier le transfert thermique, nous définissons les nombres de Nusselt local et moyen respectivement par :

$$Nu_l = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)_{z=0} \quad \text{et} \quad Nu_{moy} = \frac{1}{S} \int_S Nu_l dS \quad \text{où } S \text{ la surface chauffée du fond du canal.}$$

3 Résolution numérique et validation

La résolution numérique du problème est faite à l'aide du code TAMARIS développé au laboratoire SIAME [4, 3] au sein duquel ont été implémentées les conditions aux limites décrites ci-dessus. La discrétisation numérique utilise la méthode des volumes finis à maillage hybride pouvant contenir différents types de cellules tridimensionnelles (3D). Les valeurs de toutes les variables (vitesses, pression et température) sont prises au centre des cellules. Les schémas de discrétisation spatiale sont du second ordre. Pour les flux diffusifs, un schéma centré est utilisé avec une correction de la non orthogonalité du maillage. Les flux convectifs sont traités par le schéma non linéaire haute résolution CUBISTA [1]. Ce schéma issu d'une approche NVD (Normalised Variable Diagram) introduit une quantité minimale de diffusion numérique tout en étant strictement borné. Le couplage vitesse-pression est assuré par l'algorithme SIMPLE [10]. Les systèmes linéaires obtenus sont résolus par l'algorithme GMRES pré-conditionné par une décomposition ILU.

Plusieurs études de validation du code dans différentes situations ont été précédemment menées [3, 5]. Dans le cas de cette étude, nous avons effectué une validation dans le cas test de l'écoulement Poiseuille-Rayleigh-Bénard (PRB) stationnaire présenté par M. Médale et al. [7] avec une paroi supérieure rigide à $\theta = 0$. Une concordance quantitative des résultats a été obtenue, avec l'emploi d'un maillage non uniforme composé uniquement d'hexaèdres, de résolution $n_x = 128$, $n_y = 176$ et $n_z = 50$. C'est cette résolution de maillage qui a été choisie pour le reste de l'étude. La figure 2 montre les profils longitudinaux des composantes adimensionnées de la vitesse et de la température réduite, et ce, le long de l'axe pour les coordonnées $y=5$, $z=0.5$. Une validation du code sur des écoulements de type Marangoni a été réalisée sur une cavité rectangulaire à surface libre de rapport de forme $\Gamma = 1$ et de parois latérales maintenues à une différence de température constante ∇T . Les paramètres de l'écoulement sont fixés à $Re=2000$, $Pr=30$, $Ma = 6.10^2$ et $Ra=0$ (absence de flottabilité). Une bonne concordance a été obtenue en comparant avec les travaux de Carpenter et al. [2] et de Kuhlmann et al. [6]. Dans le tableau 1 nous donnons les valeurs obtenues pour le Nusselt moyen sur les deux parois, ainsi que la valeur de la vitesse au centre de la surface libre.

4 Résultats

Pour étudier l'influence de l'effet thermocapillaire et des instabilités thermoconvectives sur le transfert thermique nous examinons plusieurs résultats numériques pour différents paramètres du problème,

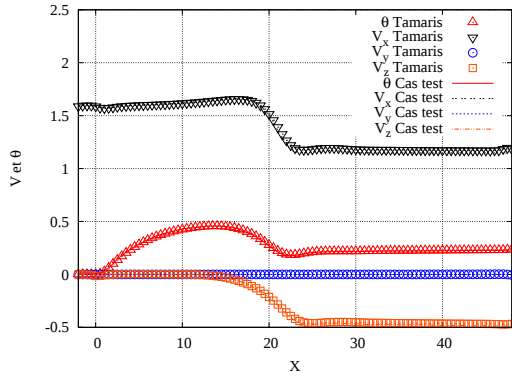


FIGURE 2 – Profils longitudinaux des grandeurs adimensionnées V_x , V_y , V_z et θ le long de l'axe ($y=5$, $z=0,5$). Comparaison avec le cas test [7].

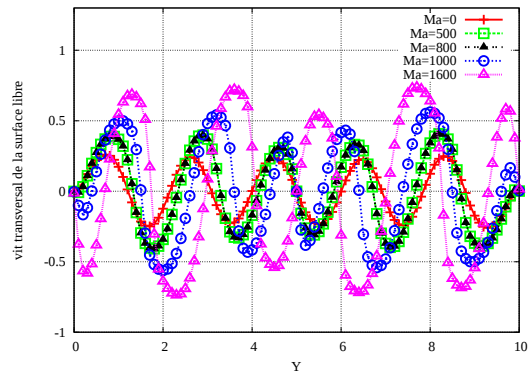


FIGURE 3 – Variations transversales à $x = 30$ et $z = 1$ de la vitesse V_y pour différents Ma ($\Gamma=10$).

Auteur (Maillage)	$u(0,0.5)$	$Nu_{x=0.5}$	$Nu_{x=-0.5}$
Carpenter and Homsy[2]	-179	4.17	4.14
Kuhlman (115x115)[6]	-175.90	4.546	4.545
Kuhlman (211x211)[6]	-175.93	4.546	4.545
Tamaris (121x121)	-174.38	4.543	4.543

TABLE 1 – Résultats du cas test de validation pour un écoulement thermocapillaire dans une cavité rectangulaire ouverte de parois latérales maintenues à une différence de température constante ; Comparaison avec la littérature [2, 6] ($Re=2000$, $Pr=30$, $Ra=0$ et $Ma = 6.10^4$, $\Gamma = 1$)

mais nous nous limitons dans cette communication aux effets des nombres de Marangoni, de Rayleigh et du rapport d'aspect transversal du canal. Les résultats numériques sont obtenus pour un nombre de Reynolds $Re=15$, un nombre de Prandtl $Pr=7$ et un nombre de Biot $Bi=16$ maintenus fixes.

4.1 Effet du nombre de Marangoni

Les variations de la tension superficielle avec la température (ou effet Marangoni ou encore effet thermocapillaire) génèrent des écoulements au niveau de la surface libre, des zones chaudes vers les zones froides. La figure 3 illustre les variations transversales à $x=25$ de la vitesse V_y pour différentes valeurs de Ma et pour $Re=15$, $Ra=5000$ et $\Gamma=10$. On constate que V_y croît avec l'augmentation de Ma , ce qui montre bien que c'est l'effet Marangoni qui induit un écoulement superficiel superposé à l'écoulement de base. La figure 4 présente une coupe transversale de l'écoulement à une abscisse $x=30$ et montre l'effet Marangoni sur les rouleaux longitudinaux. Sous l'effet des forces thermocapillaires, les rouleaux proches des parois latérales s'agrandissent lorsque le nombre de Marangoni augmente ; ce qui induit à $Ma=1200$ la fusion des rouleaux du centre dans les rouleaux adjacents et la naissance de deux autres rouleaux au bord du canal. Pour étudier l'influence des forces thermocapillaires sur le transfert thermique, nous présentons sur la figure 5 la variation du nombre de Nusselt moyen à la paroi chauffée en fonction du nombre de Marangoni. On constate que le Nu moyen croît généralement avec l'augmentation du nombre de Ma et cela est dû à l'augmentation de vitesse de rotation des rouleaux qui favorise le transfert convectif de la chaleur. On remarque qu'à $Ma=1000$, il y a une diminution du nombre du Nu moyen et cela peut s'expliquer par la compression des rouleaux centraux ce qui induit une diminution de la vitesse de rotation à cause des frottements visqueux.

4.2 Effet du nombre de Rayleigh

Afin de mettre en évidence l'effet du nombre de Rayleigh sur le développement des rouleaux longitudinaux, nous présentons sur la figure 6 le champ de la température au niveau de la surface libre pour

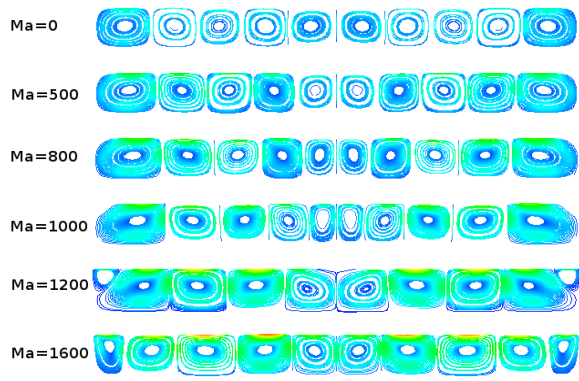


FIGURE 4 – Coupe transversale verticale à l'abscisse $x=30$ pour différents Ma ($\Gamma=10$).

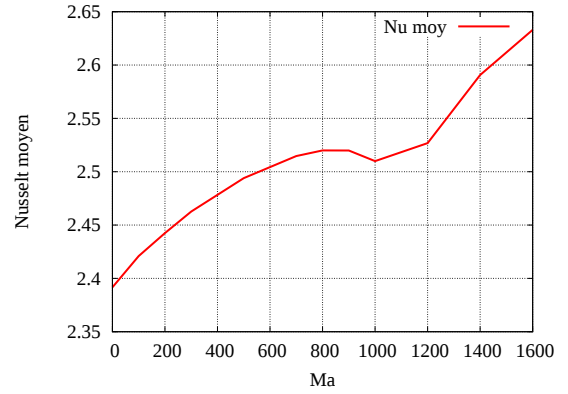


FIGURE 5 – Variation du Nu moyen à la paroi chauffée en fonction du nombre de Ma ($Ra=5000$ et $\Gamma=10$)

un nombre de Biot $Bi=16$. Les paramètres de l'écoulement sont fixés à $Re=15$, $Ma=500$ et $\Gamma=10$. On constate que l'augmentation du Ra déplace la naissance des rouleaux longitudinaux vers l'entrée. Ceci est particulièrement vrai pour les rouleaux centraux, alors que les rouleaux proches des parois latérales se forment pratiquement à la même abscisse x . Le nombre de rouleaux augmente avec Ra et passe de 10 rouleaux pour de faibles Ra à 12 rouleaux pour $Ra=12500$.

Du point de vue du transfert thermique, nous présentons dans le tableau 2 la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh. On constate que Nu moyen croît avec l'augmentation du Ra et ceci peut s'expliquer par l'apparition de la convection naturelle proche de l'entrée pour les grands nombres de Rayleigh. effectivement, plus le nombre de Rayleigh est grand, plus la surface concernée par les rouleaux de convection naturelle est plus étendue, ce qui augmente le transfert globale à partir de cette surface.

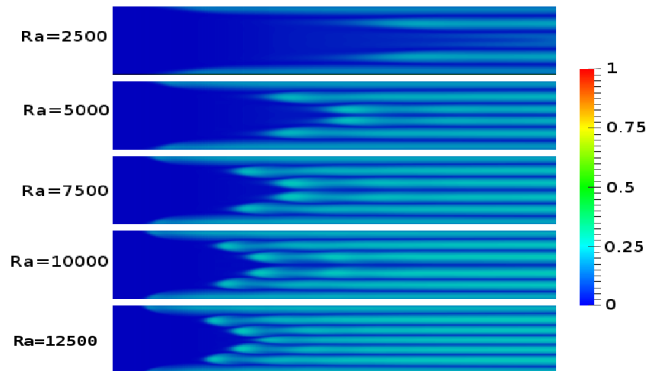


FIGURE 6 – Influence de Ra sur l'apparition des rouleaux longitudinaux ($Re=15$, $Bi=16$, $Ma=500$ et $\Gamma=10$)

Ra	2500	5000	7500	10000
Nu_m	1.93	2.49	2.79	2.98

TABLE 2 – Evolution du nombre de Nusselt moyen pour différents Ra .

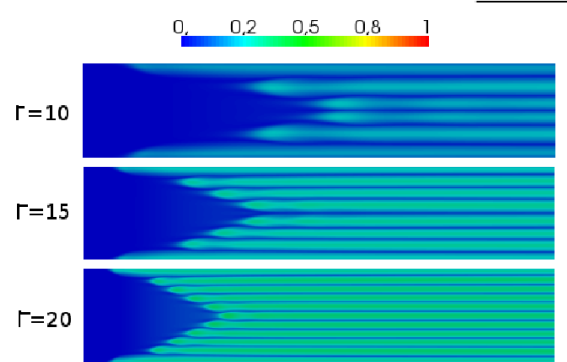


FIGURE 7 – Champ de température au niveau de la surface libre pour différents rapport d'aspect Γ .

Γ	10	15	20
Nu_m	2.49	3.45	4.30

TABLE 3 – Evolution du nombre de Nusselt moyen pour différents Γ .

4.3 Effet de rapport d'aspect du canal

Pour étudier l'effet du rapport d'aspect Γ du canal sur les rouleaux longitudinaux, nous présentons sur la figure 7 le champ de température au niveau de la surface libre pour différents rapports d'aspect. Les paramètres de l'écoulement sont fixés à $Re=15$, $Bi=16$, $Ma=500$ et $Ra=5000$. Il apparaît qu'en augmentant le rapport d'aspect Γ , le nombre de rouleaux augmente et la longueur d'apparition des rouleaux du centre diminue, et cela est dû au confinement du canal qui tend à stabiliser l'écoulement de base. Le tableau 3 présente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Γ . On observe que Nu moyen croît avec l'augmentation de Γ , et ceci est dû à l'augmentation du nombre de rouleaux qui favorisent le transfert convectif de la chaleur.

5 Conclusions

Dans le présent travail, nous avons étudié numériquement la convection mixte d'un écoulement laminaire dans un canal horizontal à surface libre. Les résultats ont montré que les rouleaux longitudinaux sont significativement affectés par les forces thermocapillaires ainsi que par le nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect Γ du canal. L'étude montre par ailleurs l'influence de ces différents paramètres sur le transfert de chaleur illustré par l'évolution du nombre de Nusselt. Ce travail est en cours d'extension pour tenir compte de l'évaporation au niveau de la surface libre.

Remerciements - Ce travail a été réalisé avec le soutien du programme de bourse de recherche CNRST-Maroc et du programme Volubilis de coopération Maroc-France (Action Intégrée n° MA/09/214-Maroc, MA/09/213-France)

Références

- [1] ALVES M.A, OLIVEIRA P.J et PINHO F.T : 2003 A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **41** 47–75.
- [2] Carpenter B. M. et Homsy G. M. : 1990 High Marangoni number convection in a square cavity : Part II. *Phys. Fluids A* **2** 137
- [3] EL OMARI K. et LE GUER Y. : 2010 Alternate rotating walls for thermal chaotic mixing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53(1-3)** 123–134.
- [4] EL OMARI K. et LE GUER Y. : 2009 A numerical study of thermal chaotic mixing in a two rod rotating mixer. *Computational Thermal Science*, **1** 55–73.
- [5] EL OMARI K. et LE GUER Y. : 2010 Thermal chaotic mixing of power-law fluids in a mixer with alternately rotating walls. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **165(11-12)** :641–651, 2010.
- [6] Kuhlmann H. C. et Altensoeder S. 2008 Three-dimensional flow instabilities in a thermocapillary-driven cavity. *PHYSICAL REVIEW E* **77**, 036303
- [7] MEDALE M. , NICOLAS X. , GLOCKNER S. et GOUNAND S. : 2010 Vers une solution numérique de référence pour un écoulement 3D de convection mixte : démarche et résultats. *Actes du congrès SFT Le Touquet*, pages 209–214.
- [8] NICOLAS X. : 2002 Bibliographical review on the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flows : the mixed convection flows in horizontal rectangular ducts heated from below. *International Journal of Thermal Sciences*, **41(10)** 961–1016.
- [9] NICOLAS X., LUIJKX J. M. et PLATTEN J. K. : 2000 Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **43(4)** 589–610.
- [10] PATANKAR S. V. : 1980 Numerical heat transfer and fluid flow. *Taylor and Francis*, **41** 47–75.
- [11] WANG G., NCROPERA F. I. et ISKANTA R. V. : 1983 Mixed convection heat transfer in a horizontal openchannel flow with uniform bottom heat flux. *Journal of Heat Transfer*, vol 105/817.