



**HAL**  
open science

## Schéma bas-Mach précis pour des écoulements à interface

Nicolas Grenier, Philippe Villedieu, Jean-Paul Vila

► **To cite this version:**

Nicolas Grenier, Philippe Villedieu, Jean-Paul Vila. Schéma bas-Mach précis pour des écoulements à interface. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421314

**HAL Id: hal-03421314**

**<https://hal.science/hal-03421314>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Schéma bas-Mach précis pour des écoulements à interface

N. GRENIER<sup>a,b</sup>, P. VILLEDIEU<sup>a,c</sup>, J.-P. VILA<sup>a,c</sup>

a. ONERA / DMAE, 31055 Toulouse

b. CNES / DLA, 91023 Evry

c. INSA Toulouse / GMM, 31077 Toulouse

## Résumé :

*Dans ce travail, étendant certaines idées déjà utilisées dans les systèmes de dynamiques des gaz, un schéma numérique pour un modèle bifluide qui reste robuste et précis quelque soit la valeur du nombre de Mach est présenté. Les deux principales caractéristiques de ce schéma sont une formulation centrée du terme de pression dans l'équation de quantité de mouvement et l'introduction d'un petit terme correctif stabilisant dans l'expression de la vitesse convective. Divers exemples numériques sont présentés pour illustrer le bon comportement du schéma dans le régime bas nombre de Mach.*

## Abstract :

*In this work, extending some ideas already used for the gas dynamic systems, we propose a numerical scheme for a two-fluid model which remains robust and accurate whatever the value of the Mach number. The two main ingredients are a centred formulation of the pressure term in the momentum equation and the introduction of a small corrective stabilizing term in the expression of the convection velocity. Various numerical examples are presented to assess the good behaviour of the scheme in the Low-Mach regime.*

**Mots clefs :** modèle bi-fluide, compressible, bas nombre de Mach, ballottement

## 1 Introduction

Le ballottement est un phénomène important dans certaines applications car il peut modifier substantiellement le comportement d'un réservoir où il se produit ou lui causer des dommages : par exemple dans les moyens de transport (dans les fusées, avions, pétroliers, gaziers) ou dans des installations de stockage (via le risque sismique).

Le modèle utilisé est basé sur une « formulation à deux fluides » (les deux fluides sont supposés être présents simultanément en tout point de l'espace) et il est supposé, dans un cadre général, l'existence d'une équation d'état compressible pour le gaz et le liquide. D'un point de vue numérique, un des grands avantages de ce genre de modèle est que l'interface ne doit pas être explicitement localisée mais est simplement capturée par le schéma : cela correspond à la zone précise du maillage où la fraction de vide augmente de 0 à 1.

Dans la plupart des problèmes impliquant le phénomène de ballottement, la vitesse du fluide est très faible devant la vitesse du son dans le milieu, spécifiquement dans la phase liquide. Au niveau discret cela conduit à un problème mal conditionné. Tous les schémas numériques classiques pour les systèmes de la dynamique des gaz compressibles sont connus pour très mal se comporter quand le nombre de Mach est beaucoup plus petit devant 1 à cause d'une dissipation numérique excessive.

Dans une première partie, étendant certaines idées déjà utilisées dans les systèmes de dynamiques des gaz, un schéma numérique pour un modèle bifluide qui reste robuste et précis quelque soit la valeur du nombre de Mach sera introduit. Dans une deuxième partie, divers exemples numériques sont présentés pour illustrer le bon comportement du schéma dans le régime bas nombre de Mach : ballottement linéaire dans un réservoir rectangle et dans un dièdre, bulle d'air ascendante dans une colonne d'eau...

## 2 Description du modèle

### 2.1 Forme générale des équations

Le modèle est basé sur les équations de conservation de la masse pour les deux fluides et pour la quantité de mouvement du mélange (virtuel). L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho}_i \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

Où  $\mathbf{V}$  est la vitesse du mélange et  $\tilde{\rho}_i = \alpha_i \rho_i$ , avec  $\alpha_i$  la fraction volumique de fluide  $i$  et  $\rho_i$  sa densité. L'équation de quantité de mouvement du mélange est :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + p \mathbf{I}) = \text{div}(\tau_v + \tau_c) + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

où  $\rho = \tilde{\rho}_1 + \tilde{\rho}_2$  est la densité de mélange,  $p$  la pression de mélange,  $\tau_v$  et  $\tau_c$  les tenseurs des contraintes visqueuses et capillaires, et  $\mathbf{g}$  l'accélération de la gravité. L'expression de  $\tau_v$  et  $\tau_c$  sont détaillées dans [1]. Par simplicité, la pression dans chaque fluide est supposée ne dépendre que de sa densité, ce qui n'est pas une hypothèse restrictive dans le cadre des applications envisagées dans ce travail. L'équation d'état du fluide  $i$  est :  $p_i = p_i(\rho_i)$ . Le problème est de choisir une équation d'état pour le mélange virtuel qui dégénère correctement quand un seul fluide est présent localement and mène à un modèle mathématique bien posé (système hyperbolique à lois de conservation). Une façon simple de satisfaire ces contraintes consiste à imposer un équilibre local de pression entre les deux fluides (relation de fermeture isobare). Cela donne :

$$p(\tilde{\rho}_1, \tilde{\rho}_2) = p_1(\tilde{\rho}_1 \alpha_1^*) = p_2(\tilde{\rho}_2 \alpha_2^*) \quad (3)$$

où  $\alpha_1^*$  et  $\alpha_2^*$  sont les solutions du système d'équations algébriques suivant :

$$\begin{cases} \alpha_1^* + \alpha_2^* = 1 \\ p_1(\tilde{\rho}_1 \alpha_1^*) = p_2(\tilde{\rho}_2 \alpha_2^*) \end{cases} \quad (4)$$

Finalement le modèle complet s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{\rho}_1}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho}_1 \mathbf{V}) = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_2}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho}_2 \mathbf{V}) = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + p \mathbf{I}) = \text{div}(\tau_v + \tau_c) + \rho \mathbf{g} \end{cases} \quad (5)$$

Il est important de mentionner que le système (5) n'est pas un modèle général à deux fluides car il n'implique qu'une seule vitesse et qu'une seule pression. En particulier, il doit être noté, que par construction ce modèle n'est pas capable de prendre en compte une vitesse relative entre les deux fluides à l'intérieur de la région interfaciale artificielle. Ceci peut conduire à des effets non physiques si l'interface est trop diffuse.

## 2.2 Équations d'état

Le modèle introduit ci-dessus est valide quelles que soient les équations d'état pour les fluides. Cependant, si pour les deux fluides  $p_i$  dépend linéairement de  $\rho_i$ , alors le système (4) peut être résolu explicitement. Mais en général un algorithme de Newton doit être utilisé pour résoudre (4) et calculer  $\alpha_1^*$  et  $\alpha_2^*$  pour  $\tilde{\rho}_1$ ,  $\tilde{\rho}_2$  donnés.

Dans tous les cas tests numériques considérés dans la deuxième partie, le nombre de Mach de l'écoulement est très faible (les deux fluides peuvent être donc considéré comme quasi-incompressible). Il a donc été possible d'utiliser les équations d'état linéarisées suivantes :

$$\begin{cases} p_1(\rho_1) = p_0 + c_1^2(\rho_1 - \rho_{10}) \\ p_2(\rho_2) = p_0 + c_2^2(\rho_2 - \rho_{20}) \end{cases} \quad (6)$$

avec  $c_1, c_2, \rho_{10}, \rho_{20}, p_0$ , étant des constantes positives.  $p_0$  correspond à la pression moyenne dans l'écoulement,  $\rho_{10}, \rho_{20}$  à la densité de chaque fluide à la pression  $p_0$ , et  $c_i$  aux vitesses du son dans les fluides.

### 3 Méthode numérique

Le système d'équations (5) est un système à lois de conservations qui peut être écrit sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \text{div}(F_i(\mathbf{W})) = \text{div}(F_d + F_c) + S(\mathbf{W}) \quad (8)$$

où  $\mathbf{W} = (\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V})$ ,  $F_d$  est le flux de diffusion,  $F_c$  est le flux capillaire,  $S(\mathbf{W})$  le terme source défini par  $S(\mathbf{W}) = (0, 0, \rho \mathbf{g})$  et  $F_i$  le flux fluide parfait défini par  $F_i(\mathbf{W}) = (F_{i,1}(\mathbf{W}), F_{i,2}(\mathbf{W}), F_{i,3}(\mathbf{W}))$ , avec  $F_{i,k}(\mathbf{W}) = (\rho_1 V_k, \rho_2 V_k, \rho V_k)$ .

Dans ce travail une méthode Volumes Finis sur maillages non structurés est utilisée pour la discrétisation de (10). Soit  $K$  une cellule donnée du maillage, avec une cellule voisine  $K_e$ , part et d'autre d'une arête  $e$ . La normale  $\mathbf{n}_{e,K}$  à cette arête  $e$  est orientée sortante relativement à  $K$ . Les mesures  $m_K, m_{\partial K}$  et  $m_e$  correspondent respectivement au volume de la cellule  $K$ , à la surface de celle-ci et à la surface de la face  $e$ .

Le schéma Bas-Mach proposé peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \rho_{i,K}^{n+1} = \rho_{i,K}^n - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \left( (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^- \rho_{i,Ke}^{n+1} + (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^+ \rho_{i,K}^{n+1} \right) m_e \\ \rho_K^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} = \rho_K^{n+1} \mathbf{V}^n - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \left( (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^- \rho_{Ke}^{n+1} \mathbf{V}_{Ke}^n + (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^+ \rho_K^{n+1} \mathbf{V}_K^n + p_e^{n+1} \mathbf{n}_{e,K} \right) m_e \end{cases} \quad (9)$$

où

$$\begin{cases} p_e^{n+1} = \frac{1}{2} (p_K^{n+1} + p_{Ke}^{n+1}) \\ \mathbf{V}_e^n = \frac{1}{2} (\mathbf{V}_K^n + \mathbf{V}_{Ke}^n) \\ (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^- = \min(\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K}, 0) - \gamma_e \max(p_{Ke}^{n+1} - p_K^{n+1}, 0) \\ (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^+ = \max(\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K}, 0) - \gamma_e \min(p_{Ke}^{n+1} - p_K^{n+1}, 0) \end{cases} \quad (10)$$

L'exposant  $n$  est relatif à la discrétisation temporelle du schéma de même que le pas de temps  $\Delta t$ .  $m_K$  et  $m_e$  correspondent respectivement à la surface de la cellule et à la longueur des arêtes (en 2 dimensions). Il est important de souligner que le terme de pression discrétisé resté centré tandis que le terme de vitesse est décentré : un terme stabilisant dépendant du gradient de pression local est ajouté à la vitesse convective. Le coefficient  $\gamma_e$  doit être adapté pour assurer la stabilité du schéma sous les conditions détaillées ci-après.

Introduisons l'énergie libre totale  $E_K^n$  (définie par  $E = \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^2 + F(\rho_1, \rho_2)$  où  $F$  est l'énergie libre massique du mélange diphasique) dans la cellule  $K$ . Il peut être démontré [2] que la stabilité non-linéaire de ce schéma semi-implicite (défini par (9) et (10)) est garantie car l'estimation de l'énergie libre locale

$$\begin{aligned} E_K^{n+1} - E_K^n &\leq - \frac{\Delta t}{m_K} \sum_{e \in \partial K} \left( (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^- E_{Ke}^{n+1} + (\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K})^+ E_K^{n+1} \right) m_e \\ &\quad - \frac{\Delta t}{2m_K} \sum_{e \in \partial K} \left( \mathbf{V}_K^n p_{Ke}^{n+1} + p_K^{n+1} \mathbf{V}_K^n \right) \cdot \mathbf{n}_{e,K} m_e - \frac{\Delta t}{2m_K} \sum_{e \in \partial K} \gamma_e \left( p_{Ke}^{n+1} + p_K^{n+1} \right) \left( p_{Ke}^{n+1} - p_K^{n+1} \right) m_e \end{aligned} \quad (11)$$

est satisfaite sous les conditions suffisantes suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_e \geq \max \left( \frac{1}{\rho_K^{n+1}} \frac{\Delta t m_{\partial K}}{2m_K}, \frac{1}{\rho_{Ke}^{n+1}} \frac{\Delta t m_{\partial Ke}}{2m_{Ke}} \right) \\ \frac{2\Delta t}{m_K} \left[ \sum_{e \in \partial K} -(\mathbf{V}_e^n \cdot \mathbf{n}_{e,K}) - \frac{\rho_{Ke}^{n+1}}{\rho_K^{n+1}} m_e \right] \leq 1 \end{array} \right. \quad (12)$$

Ces conditions de stabilité appellent quelques remarques. Tout d'abord, la stabilité du schéma (9) résulte de la décroissance temporelle de l'énergie libre totale sommée au niveau discret sur l'ensemble du maillage (éq. 11). D'autre part, il doit être noté que la condition de stabilité (12b) est une condition de type Courant-Friedrichs-Lewy mais qui n'implique pas la vitesse du son. A bas nombre de Mach, celle-ci est moins restrictive que la condition CFL usuelle. Cette condition moins restrictive découle de la formulation implicite du schéma pour les équations de conservation de la masse. La condition de stabilité (12a) permet de caractériser la valeur minimale de  $\gamma_e$  (dépendant de chaque couple de cellules  $\{K, K_e\}$  sur une arête  $e$  et de chaque pas de temps  $\Delta t$ ) pour assurer la stabilité du schéma (9).

Finalement il est important de souligner qu'à chaque pas de temps la résolution du schéma (9) est beaucoup plus facile qu'un schéma complètement implicite. En effet, les équations de conservation de la masse peuvent être résolues au début de chaque pas de temps par une méthode de Newton et les valeurs ainsi mises à jour de la densité peuvent être utilisées pour résoudre l'équation de conservation de la quantité de mouvement qui est explicite par rapport à la vitesse de mélange.

Pour accroître la précision du schéma (9), une approche MUSCL selon Van Leer est utilisée. Cela consiste à remplacer l'évaluation des flux  $\mathbf{F}_{i,k}(\mathbf{W}_K, \mathbf{W}_{K_e}, \mathbf{n}_{e,K})$  par  $\mathbf{F}_{i,k}(\mathbf{W}_K^e, \mathbf{W}_{K_e}^e, \mathbf{n}_{e,K})$  où  $\mathbf{W}_K^e$  se rapporte à la valeur interpolée et limitée de la solution discrète dans la cellule  $K$  au milieu de l'arête  $e$ .

## 4 Cas tests numériques

Pour valider le comportement correct du schéma numérique (9) présenté ci-dessus dans le régime bas-Mach, des cas-tests bidimensionnels vont être conduits. Les résultats sont aussi comparés avec ceux du schéma explicite de type Godunov décrit dans [1]. Les deux schémas ont été utilisés au 2<sup>nd</sup> ordre en espace (MUSCL) sur tous les cas-tests.

### 4.1 Ballotement linéaire dans une cuve rectangulaire

Le domaine de calcul est un réservoir rectangulaire rempli avec un liquide et un gaz et soumis à l'accélération de la gravité  $\mathbf{g}$  et à une accélération transverse  $\mathbf{a}_0$ .

Le gaz a une densité  $\rho_1=1 \text{ kg.m}^{-3}$  (sa vitesse du son est telle que  $c_1=300 \text{ m.s}^{-1}$ ) tandis que le liquide a une densité  $\rho_2=1000 \text{ kg.m}^{-3}$  (et  $c_2=1200 \text{ m.s}^{-1}$ ). La pression de référence  $p_0$  est égale à  $10^5 \text{ Pa}$ . Les dimensions du réservoir sont  $h_{\text{eau}}/L=1$  et  $h_{\text{réservoir}}/L=2,25$ .

Comme un faible ratio  $a_0/g=0,01$  est imposé, l'élévation de surface libre  $\xi$  peut être calculées analytiquement grâce à la théorie potentielle.

$$\xi(x, t) = \frac{a_0}{g} \left( x - \frac{L}{2} + \sum \frac{4}{Lk_{2n+1}^2} \cos(\omega_{2n+1}t) \cos(k_{2n+1}x) \right) \text{ avec } k_n = \frac{n\pi}{L}, \omega_n^2 = \frac{g k_n (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \coth k_n (h_{\text{réservoir}} - h_{\text{eau}}) + \rho_2 \coth(k_n h_{\text{eau}})} \quad (14)$$

Une étude de convergence en maillage est conduite : le maillage grossier est uniforme dans la direction X avec 50 cellules dans la largeur du réservoir. Dans la direction Y, le maillage est raffiné par blocs autour de l'interface (où les cellules ont un ratio d'aspect égal à 1) et est composé de 25 cellules. Le maillage moyen est composé de 100x47 cellules tandis que le maillage fin comporte 200x96 cellules. Ainsi le déplacement de l'interface (environ 1 cm de chaque côté) est complètement inclus dans 2 cellules pour le maillage fin tandis que l'interface se déplace dans la moitié d'une cellule du maillage grossier.

Les résultats sont présentés dans la figure 1 où l'élévation de surface libre sur les deux murs latéraux est comparée à la solution analytique. Tandis que le schéma Semi-Implicite Bas-Mach montre un excellent comportement qualitatif, même dans le cas du maillage grossier, le schéma Explicite Godunov présente un comportement correctement uniquement avec une résolution fine. Une analyse de l'écoulement montre que le nombre de Mach effectif est d'environ  $6.10^{-5}$ , ce qui explique les piètres résultats du schéma de Godunov.

L'amélioration procurée par le schéma Semi-Implicite Bas-Mach est aussi évidente en terme

d'effort calculatoire : tandis que le schéma Explicite est limité par un nombre CFL acoustique égal à 0,5 (ainsi le temps CPU pour cette simulation est d'environ 397 heures sur un Intel Woodcrest 3GHz), le schéma Semi-Implicite peut-être utilisé avec un nombre CFL plus grand (dans ce cas-test, une CFL de 100 donne un temps CPU de 20,5 heures).

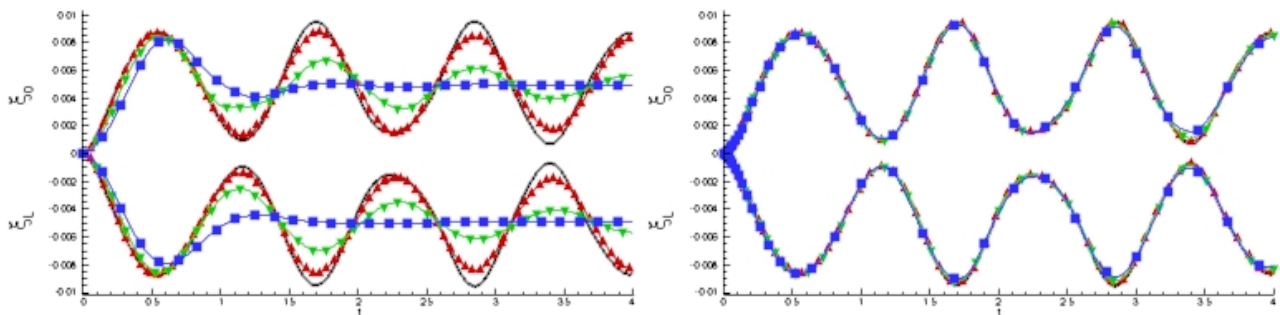


FIG. 1 – Élévation de surface libre. Gauche : schéma Explicite Godunov. Droite : schéma Semi-Implicite Bas-Mach. Carrés bleus : 50x25. Gradients verts : 100x47. Deltas rouges : 200x96.

## 4.2 Ballotement linéaire dans un dièdre

Ce second test 2D est conduit pour comparer les résultats numériques à des données expérimentales. Le domaine est maintenant un dièdre rempli avec un liquide et un gaz et soumis à l'accélération de la gravité ( $g=9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ) et à une brève accélération transverse ( $a_0=0,1g$ ) pendant 0,1s.

Le dièdre possède un angle de  $41^\circ$  et une hauteur de  $h_{\text{dièdre}}=0,1 \text{ m}$ . La hauteur du liquide est de  $0,053 \text{ m}$ . La densité de référence du gaz est  $\rho_1=1,205 \text{ kg.m}^{-3}$  (sa viscosité cinématique est  $\nu_1=1,5.10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  et sa vitesse du son est  $c_1=340 \text{ m.s}^{-1}$ ). La densité du liquide (référéncé SF-0.65) est  $\rho_2=766 \text{ kg.m}^{-3}$ , sa viscosité est  $\nu_2=6,9.10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  et sa vitesse du son est  $c_2=1800 \text{ m.s}^{-1}$ . Les calculs sont d'abord effectués en fluide parfait.

Le maillage est uniforme dans chaque direction : chaque arête horizontale et verticale est divisée en 80 cellules. Le déplacement de l'interface est inclus dans environ 6 cellules sur le coté droit (il est plus faible que sur le coté gauche). Avec cette discrétisation, la géométrie de ce dièdre et le taux de remplissage, la discrétisation résultante de l'interface est d'environ 40 cellules, ce qui est suffisant pour propager les premiers modes d'oscillation intéressants pour cette étude.

Une analyse de l'écoulement montre que le nombre de Mach le plus restrictif (dans l'eau) est égal à  $8.10^{-5}$ .

L'observation de la figure 2 montre qu'à bas nombre de Mach le schéma Explicite Godunov est extrêmement dissipatif tandis que le schéma Bas-Mach semble être bien adapté pour ces vitesses du son.

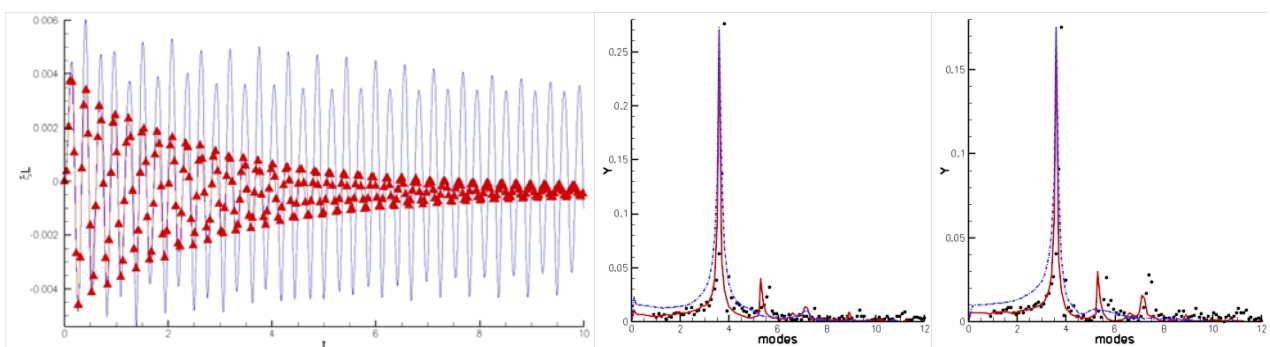


FIG. 2 – Figure de gauche : élévation de surface libre sur le mur droit. Ligne rouge avec symboles delta : schéma Explicite Godunov. Ligne bleue : schéma Semi-Implicite Bas-Mach. Figures du milieu et de droite : transformée de Fourier sur le mur gauche et sur le mur droit. Ligne rouge : schéma Explicite Godunov. Ligne bleue pointillée : schéma Semi-Implicite Bas-Mach. Points noirs : résultats expérimentaux [3].

En conduisant une analyse par transformée de Fourier rapide (FFT) sur les résultats précédents, il peut être remarqué que les deux schémas capturent correctement le mode principal de l'écoulement sur les deux murs latéraux. Mais les deuxièmes et troisièmes modes sont bien reproduits uniquement par le schéma Bas-Mach.

L'effort calculatoire pour ce cas-test est d'environ 205 heures de temps CPU pour le schéma Explicite Godunov tandis que le temps est proche de 32 heures pour le schéma Bas-Mach (même processeur que

précédemment). Ce qui démontre encore l'intérêt pour ce dernier schéma.

### 4.3 Bulle ascendante

Dans ce cas test, l'écoulement implique de grandes déformations de l'interface et des effets visqueux et capillaires. Le régime choisi est caractérisé par un nombre de Reynolds égal à 1000, un nombre de Bond de 200 et un nombre de Mach de  $3 \cdot 10^{-3}$ . Le ratio de densité est égal à 1000.

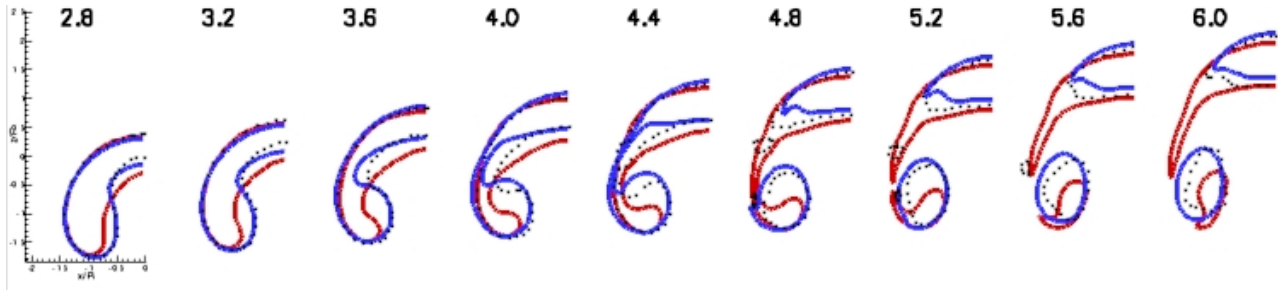


FIG. 3 – Isocontours de fraction volumique  $\alpha=0,5$  à différents instants adimensionnels  $t^*=t(g/R)^{0,5}$ . Ligne bleue : schéma Bas-Mach. Ligne rouge : schéma Godunov. Points noirs : solution Level-Set [4].

Les résultats (fig. 3) montrent un bon accord du schéma Bas-Mach avec la formulation Level-Set de [4] (les différences observées ne permettent pas de tirer de conclusion sur la meilleure reproduction par une formulation ou l'autre des phénomènes physiques en jeu, ce cas test numérique bidimensionnel n'existant pas expérimentalement).

## 5 Conclusion

Dans ce papier un modèle à interface diffuse pour la simulation d'écoulements diphasiques à bas nombre de Mach a été présenté. Le comportement asymptotique correct du schéma dans le régime bas-Mach a été validé sur plusieurs cas-tests. Une première vérification a été conduite avec succès sur un cas de ballonnement linéaire dans un réservoir rectangulaire où une solution analytique est disponible. Le ballonnement dans un dièdre a aussi été étudié en régime linéaire et les résultats ont été comparés à des données expérimentales avec un bon accord. D'autres développements, en cours, permettront d'inclure des effets thermiques et de l'échange de masse.

## Remerciements

Ce travail a été supporté par le CNES dans le cadre du projet COMPERE. N. Grenier a été financé par une bourse post-doctorale CNES.

## Références

- [1] Chantepedrix, G., Villedieu, P., and Vila, J.-P., 2002. "A compressible model for separated two-phase flows computations". In Proceedings of the 2002 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. FEDSM2002-31141
- [2] Schied, N., Grenier, N., Villedieu, P., and Vila, J.-P., Low-Mach scheme. (manuscrit en préparation).
- [3] Chantepedrix, G., 2004. "Modélisation et simulation numérique d'écoulements diphasiques à interface libre. Application à l'étude des mouvements de liquides dans les réservoirs de véhicules spatiaux.". Thèse, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- [4] Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S., 1994. "A level set approach for computing solutions to incompressible twophase flow". Journal of Computational Physics, 114, pp. 146–159.