



HAL
open science

Modélisation nonlinéaire des écoulements et transferts de la cellule active d'un moteur thermoacoustique

Catherine Weisman, Diana Baltean-Carlès, Patrick Le Quéré, Luc Bauwens

► To cite this version:

Catherine Weisman, Diana Baltean-Carlès, Patrick Le Quéré, Luc Bauwens. Modélisation nonlinéaire des écoulements et transferts de la cellule active d'un moteur thermoacoustique. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421242

HAL Id: hal-03421242

<https://hal.science/hal-03421242>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation nonlinéaire des écoulements et transferts de la cellule active d'un moteur thermoacoustique

C. Weisman^{a,b}, D. Baltean-Carlès^{a,b}, P. Le Quéré^a, L. Bauwens^c

a. LIMSI-CNRS, BP133 91403 ORSAY Cedex

b. Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, 75252 PARIS Cedex 05

c. University of Calgary, Dept of Mechanical and Manufacturing Eng., AB AB T2N 1N4 Calgary, Canada

Résumé :

Les phénomènes locaux nonlinéaires sont au cœur de la conception des machines thermoacoustiques. Cette étude est basée sur une analyse Faible Mach de l'amplification d'onde par effet thermoacoustique. L'écoulement dans la cellule active (stack et échangeurs de chaleur) acoustiquement compacte, est compressible, visqueux, et conducteur de chaleur. Il est couplé à un modèle d'acoustique linéaire dans les deux parties de résonateur entourant la cellule. Les simulations numériques sont appliquées à l'analyse énergétique des transferts dans la cellule active.

Abstract :

Detailed analysis of nonlinear local phenomena is important for appropriate design of thermoacoustic systems. This study is based on a low Mach number analysis of thermoacoustic wave amplification. The active cell (stack and heat exchangers) is acoustically compact, and the corresponding flow model is compressible, viscous and heat conducting. It is coupled with linear acoustics in the resonator. Numerical simulations are performed to analyse energy exchange in the active cell.

Mots clefs : thermoacoustique ; simulation numérique ; modèle faible mach

1 Introduction

Un moteur thermoacoustique à ondes stationnaires est un système constitué d'un long tube résonant, fermé à une extrémité et chargé à l'autre extrémité, à l'intérieur duquel est placée la cellule active thermoacoustique. Cette dernière est composée de deux échangeurs séparés par une structure poreuse ou par un empilement de plaques (stack), qui est le siège des échanges surfaciques de chaleur. Par l'intermédiaire des échangeurs, on impose une différence de température entre l'entrée et la sortie de la cellule active. Lorsque cette différence de température est suffisamment importante, une instabilité thermoacoustique se déclenche, et toute perturbation initiale de pression est amplifiée.

Les études et les dimensionnements des systèmes thermoacoustiques complets s'effectuent actuellement en utilisant des modèles 1D linéaires [8], [9]. Cependant, les études fines des échanges dans la cellule active requièrent l'usage de modèles multidimensionnels nonlinéaires, à cause des couplages étroits entre les champs aérodynamiques et thermiques. Plusieurs études récentes ont été consacrées à la modélisation des échangeurs et à l'étude des effets de bords thermiques.

Les rares travaux de simulations 2D existant dans la littérature ont été effectués avec des codes commerciaux [6], [10], et chaque simulation requiert un temps de calcul très long, pour une résolution assez grossière de la géométrie. Ceci est dû aux importantes disparités d'échelles spatiales et temporelles inhérentes à ces machines. L'approximation Faible Mach utilisée dans cette étude permet d'effectuer un zoom sur la cellule active, et de mailler finement celle-ci. L'analyse est réalisée à la fois dans la cellule active et dans les résonateurs, et le couplage est effectué au moyen d'une analyse multi-échelles

avec développements asymptotiques raccordés [4]. La résolution numérique des équations sur la cellule active est réalisée à l'aide d'un code volumes finis, qui permet de tenir compte, à chaque pas de temps, du couplage entre la cellule active et les résonateurs.

Dans la suite, on présente brièvement le modèle utilisé (pour plus de détails, voir [4]), la mise en œuvre numérique et les résultats correspondant à un cas expérimental décrit dans la littérature [1].

2 Modèle physique

Le dispositif expérimental simplifié que l'on cherche à modéliser est constitué d'un long résonateur, fermé à l'extrémité gauche et chargé à l'extrémité droite. La cellule active thermoacoustique, positionnée à l'intérieur du résonateur, est composée de deux échangeurs de chaleur séparés par un stack. Les échangeurs sont également constitués d'empilements de plaques, avec des propriétés thermo-physiques distinctes de celles des plaques du stack, un espace inter-plaques et une longueur également différentes. La géométrie du système est présentée sur la figure 1. Le fluide est initialement au re-

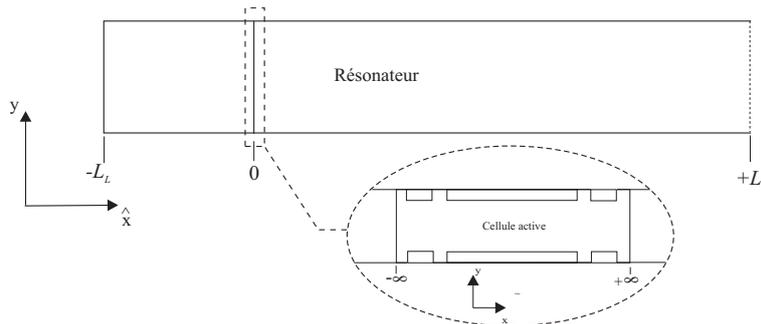


FIGURE 1 – géométrie du moteur simplifié

pos, sous pression, et à température constante fixée par l'échangeur froid, égale à la température ambiante. On choisit cet état comme référence, ce qui fixe la température, la pression, ainsi que toutes les propriétés thermophysiques de référence du fluide. L'échelle de temps acoustique est liée à la longueur du résonateur \tilde{L}_{res} et à la vitesse du son du fluide \tilde{c}_{ref} par $\tilde{t}_{ref} = \tilde{L}_{res}/\tilde{c}_{ref}$, qui représente la demi-période acoustique du résonateur non chargé (deux extrémités fermées), sans cellule active, et rempli de fluide à la température froide. Lorsque le moteur fonctionne en régime établi, correctement chargé, la distance balayée par le fluide en mouvement est de l'ordre de la longueur du stack \tilde{L}_{stack} . Ceci permet d'introduire une vitesse de référence $\tilde{U}_{ref} = \tilde{L}_{stack}/\tilde{t}_{ref}$ et donc un nombre de Mach de référence $M = \tilde{U}_{ref}/\tilde{c}_{ref} = \tilde{L}_{stack}/\tilde{L}_{res}$. Pour des stacks courts par rapport au résonateur, $M \ll 1$ constitue un petit paramètre qui permet d'effectuer une analyse asymptotique. Afin de modéliser à la fois les échanges fins à l'intérieur de la cellule active et la propagation acoustique dans le résonateur on introduit deux échelles spatiales caractéristiques, \tilde{L}_{stack} dans la cellule active et \tilde{L}_{res} dans le résonateur.

2.1 Résonateur

On choisit un repère dans le résonateur tel que la position de la cellule active soit caractérisée par $\hat{x} = 0$. Dans ce repère la cellule active a une longueur négligeable. Le diamètre étant très grand devant l'épaisseur de couche limite visqueuse, et petit devant la longueur du résonateur, l'écoulement dans le résonateur est, au premier ordre d'approximation, unidimensionnel, non visqueux et isentropique, donc gouverné par les équations de l'acoustique linéaire non-dissipative pour un gaz parfait. La solution analytique des équations sans dimension est obtenue par la méthode des caractéristiques, en tenant compte du fait que la température à l'ordre dominant est constante de chaque côté de la cellule active, chaude du côté gauche et froide du côté droit. L'extrémité gauche du tube $\hat{x}_L = -l_L$ est fermée, et à son extrémité droite, $\hat{x}_R = l_R$ est placée une charge telle que $p^{(1)}(\hat{x}_R, t) = fu^{(0)}(\hat{x}_R, t)$, où $p^{(1)}$ représente le terme d'ordre 1 dans le développement de la pression en fonction du nombre de Mach, et $u^{(0)}$ représente la vitesse à l'ordre dominant. L'écriture de ces conditions aux limites peut être ramenée en $\hat{x} = 0^-$ et $\hat{x} = 0^+$, en suivant les caractéristiques.

2.2 Cellule active

Dans la cellule active la longueur de référence est \tilde{L}_{stack} . Le modèle simplifié est obtenu à partir des équations de Navier-Stokes compressibles et de la loi d'état des gaz parfaits pour le domaine fluide, en effectuant un développement asymptotique au second ordre des variables, \vec{u}, p, T, ρ . La gravité est négligée. L'approximation obtenue est la même que celle développée dans [3], [7] : A ce stade de l'analyse, on montre que les termes du développement en pression à l'ordre M^0 et à l'ordre M^1 sont des fonctions du temps seulement, et sont homogènes sur toute la cellule active. Le terme $p^{(1)}$ n'intervient pas dans le système d'équations obtenues à l'ordre dominant, ce qui fait dire que la cellule active est acoustiquement compacte. La masse volumique et la température varient à l'ordre dominant.

2.3 Raccordement et équations du modèle

A l'échelle du résonateur, la variable adimensionnée (extérieure) est $x = \tilde{x}/\tilde{L}_{res}$, et la cellule active, de longueur négligeable est repérée par 0^- ou 0^+ selon qu'on s'approche du côté gauche ou droit ; à l'échelle de la cellule active, la variable adimensionnée (intérieure) est $x = \tilde{x}/\tilde{L}_{stack}$, le résonateur a une longueur qui tend vers ∞ et donc les extrémités gauche et droite de la cellule active correspondent respectivement à $x \rightarrow -\infty$ et $x \rightarrow \infty$. En raccordant les deux solutions, toute variable physique doit approcher la même limite en ces points. A l'ordre 1, on obtient $p^{(0)} = 1$. Le raccord à l'ordre M fournit des conditions limites sur les frontières verticales de la cellule active : La vitesse longitudinale et la pression acoustique pour $x \rightarrow \pm\infty$ vérifient les équations données en $\hat{x} = \pm 0$ par le suivi des caractéristiques, et les vitesses transversales s'annulent. En considérant la périodicité verticale du stack, on limite le domaine d'étude à une tranche située entre deux demi-plaques. Sur les frontières horizontales, on impose alors des conditions adiabatiques pour la température et d'annulation de la composante normale de la vitesse. A l'interface solide/fluide (plaques du stack et échangeurs) on impose la continuité de la température et du flux de chaleur, ainsi que des conditions d'adhérence pour la vitesse.

A l'ordre dominant, les équations sans dimension dans la cellule active sont :

$$\frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho^{(0)} \vec{u}^{(0)} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho^{(0)} \vec{u}^{(0)})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^{(0)} \vec{u}^{(0)} \otimes \vec{u}^{(0)}) = -\nabla p^{(2)} + \frac{1}{Re} \nabla \cdot \tau \quad (2)$$

$$\rho^{(0)} \left[\frac{\partial T^{(0)}}{\partial t} + (\vec{u}^{(0)} \cdot \nabla) T^{(0)} \right] = \frac{1}{Pe} \nabla^2 T^{(0)} \quad (3)$$

$$\rho^{(0)} T^{(0)} = p^{(0)} = 1 \quad (4)$$

où $\tau = \mu[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^t - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \vec{u})I]$. Les nombres de Reynolds et de Péclet sont basés sur l'état de référence, k et μ sont constantes.

Dans les plaques solides (stack), l'équation de conduction de la chaleur adimensionnée est :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Pe_s} \Delta T, \quad (5)$$

où le nombre de Péclet solide $Pe_s = Pe \tilde{\alpha}_s / \tilde{\alpha}_{ref}$, $\tilde{\alpha}_{ref}$ et $\tilde{\alpha}_s$ étant la diffusivité thermique à l'état de référence respectivement dans le fluide et dans le solide. Les échangeurs de chaleur sont considérés comme des plaques solides maintenues à température constante donnée, d'une géométrie différente de celle du stack.

En intégrant l'équation de l'énergie sur le domaine occupé par la cellule active et en tenant compte de l'équation de continuité, on obtient la dernière équation permettant de lier les vitesses en entrée et sortie de la cellule active au flux de chaleur.

Une perturbation de pression de type bruit aléatoire est introduite comme condition initiale, et on part d'un fluide au repos. Pour l'initialisation du calcul, on peut supposer que la température est

chaude à gauche de l'échangeur chaud, froide à droite de l'échangeur froid, et que la distribution de température est linéaire entre les deux échangeurs de chaleur. Cette distribution correspond à l'hypothèse communément utilisée, en particulier pour les analyses 1D.

3 Solution Numérique

Le domaine de simulation est représenté sur la Figure 2. Il est en général très allongé car les longueurs du stack et des échangeurs sont grandes devant la hauteur séparant deux demi-plaques. D'autre part, comme la cellule active se raccorde à l'infini avec les solutions dans le résonateur, la longueur de la cellule active est choisie aussi grande que nécessaire, afin de retrouver un écoulement longitudinal en entrée et sortie. En pratique, les simulations sont ici calculées pour un domaine d'environ 5 fois la longueur du stack.

La solution numérique utilise un code volumes finis. Le traitement des termes diffusifs est implicite, tandis que la convection est explicite. L'algorithme est d'ordre 2 en espace et en temps. Un maillage décalé, cartésien et irrégulier (raffiné près de toutes les parois) est utilisé. Pour assurer la continuité, l'algorithme utilise une méthode à pas fractionnaire dérivée de la méthode de projection utilisée pour les écoulements incompressibles adaptée pour des densités variables. Les équations d'Helmoltz obtenues pour la température et les composantes de la vitesse sont résolues par un algorithme ADI. L'équation pour la correction de pression dynamique est résolue avec une méthode multi-grilles. La présence du stack et des échangeurs est traitée avec une variable de phase qui fait la différence entre le solide et le fluide et assure la continuité de la température et du flux de chaleur aux interfaces solide/fluide.

A chaque pas de temps, la propagation acoustique dans le résonateur fournit des deux côtés de la cellule active des relations entre la vitesse et la pression acoustique. Le bilan d'énergie sur la cellule active constitue la troisième relation qui complète les conditions nécessaires en vitesse. Les trois variables (vitesse à gauche et à droite de la cellule active et pression acoustique), obtenues en résolvant ces trois équations sont également conservées pour les besoins de simulation ultérieure, ce qui constitue une discrétisation temporelle de la solution analytique dans les résonateurs.

4 Résultats

Les résultats correspondent aux expériences de Atchley [2]. Le résonateur est un tube de 1 m de longueur, contenant de l'hélium sous pression, la pression variant de 1 à 5 MPa, à la température froide (ambiante) égale à 293K. La longueur du stack, composé de plaques en inox, est de 3.5 cm. Ceci correspond à un nombre de Mach de référence $M = 0.035$. L'épaisseur des plaques est de 0.28mm et l'espacement interplaques est 0.77 mm. Les échangeurs sont constitués de plaques en nickel. Le nombre de plaques constituant les échangeurs et leur épaisseur sont distincts des caractéristiques du stack, de telle sorte que des valeurs moyennes sont calculées pour une représentation dans la tranche de cellule active étudiée. L'épaisseur des plaques des échangeurs est de 0.31 mm en moyenne, l'espacement interplaques étant de 0.73 mm. La longueur de l'échangeur chaud est 7.6 mm, celle de l'échangeur froid est 2.18 cm. La période acoustique du résonateur non chargé (deux extrémités fermées), sans cellule active, et rempli de fluide à la température froide est égale à 2 ms. La distance entre les échangeurs et le stack est choisie égale à un espace interplaques du stack.

Le maillage utilisé pour les simulations est 2048×32 . Pour la phase initiale d'amplification, on a utilisé des pas de temps de environ $1/100^{ème}$ de la période. Avec ces paramètres, on a montré que la convergence des solutions est bonne. Les résultats présentés ici sur la phase d'amplification nécessitent environ 1h sur une NEC-SX8.

Deux simulations de la phase initiale d'amplification sont représentées sur les figures 2 et 3 correspondant à deux valeurs de la pression moyenne, \bar{P}_{ref} . Pour ces simulations, la température de l'échangeur a été fixée telle que la différence de température imposée soit de $586K = 2\bar{T}_{ref}$. On a fait varier la charge f de façon à bien observer la phase d'amplification. Lorsque la valeur de f est trop importante (ce qui correspond à un tube fermé aux deux extrémités sans charge), le signal est amplifié très rapidement. Pour observer la suite du signal, il est alors nécessaire de réduire considérablement le pas de temps, et les vitesses atteignent des niveaux non physiques. En pratique, on choisit une valeur de f qui permet d'observer l'amplification du signal, et telle que l'amplification ne soit pas trop

importante. Les résultats des simulations ont été confrontés avec ceux de [2] par comparaison avec

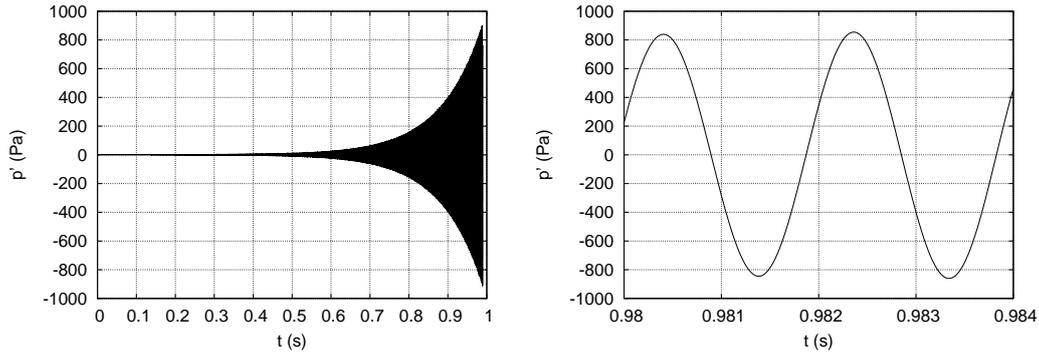


FIGURE 2 – $\tilde{P}_{ref} = 440kPa$, pression acoustique fonction du temps (détail : figure de droite)

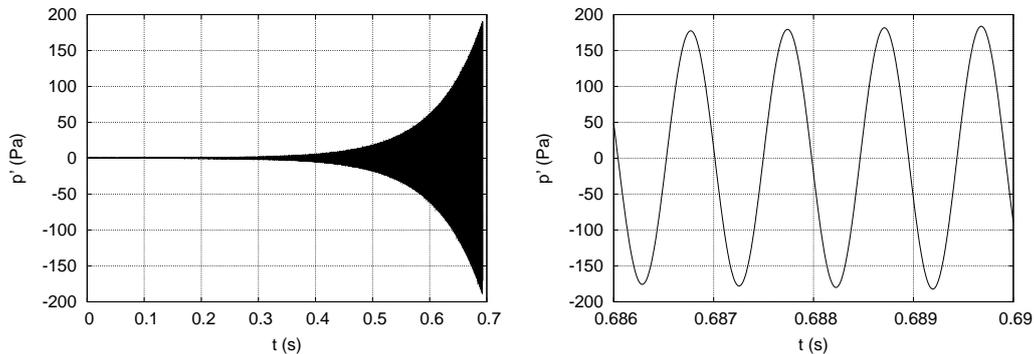


FIGURE 3 – $\tilde{P}_{ref} = 150kPa$, pression acoustique fonction du temps (détail : figure de droite)

les courbes marginales expérimentales, donnant le seuil des instabilités en fonction de la différence de température imposée le long du stack et de la pression moyenne du fluide. Sur ces courbes marginales théoriques, tracées pour les deux premiers modes, il apparaît plusieurs zones. Pour des valeurs de pression moyenne assez élevées seul le mode 1 (fondamental) est instable, tandis que pour de faibles pressions moyennes, seul le mode 2 (premier harmonique) est instable.

La figure 2 (gauche) montre l'évolution de la pression totale en fonction du temps pour une forte pression moyenne (440 kPa, la valeur de f adimensionnée choisie est $f = 40$). Le détail (figure de droite) de la fin de la simulation montre que la période apparente est de 2.15 ms, ce qui correspond au mode 1 (fondamental), en accord avec les résultats de [2].

La figure 3 correspond à la pression moyenne faible (150 kPa, $f = 17$). Sur le détail (figure 3 (droite)) de la fin de la simulation, on voit que c'est le deuxième mode qui est instable (période apparente proche de 1ms, ce qui identifie le premier harmonique), en accord avec les résultats de [2].

Sur le cas de la figure 3, on estime la puissance acoustique disponible en sortie de cellule active (c'est à dire en sortie du moteur) :

$$P_{ac} = \frac{S}{\tau} \int_{\tau} p' u dt \quad (6)$$

où τ désigne la période acoustique, et S la section du tube entier. Pour lisser le bruit numérique, la moyenne est calculée sur 5 périodes. La période acoustique variant légèrement pendant l'amplification, les 5 périodes sont choisies en détectant les passages par zéro du signal via une interpolation linéaire par morceaux. L'intégrale est ensuite approchée par la méthode des trapèzes composites. Sur la figure 4, on a représenté l'évolution de la puissance (dimensionnée) en sortie de cellule active sur l'échelle de temps de l'amplification. On vérifie également que la puissance acoustique à gauche de la cellule active est nulle, car la vitesse et la pression acoustique sont déphasées exactement de $\pi/2$.

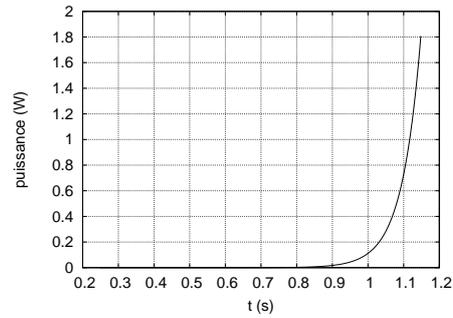


FIGURE 4 – cas $\tilde{P}_{ref} = 440kPa$, puissance acoustique développée en sortie de moteur

5 Conclusion

Un modèle faible Mach a été développé pour l'étude de l'amplification d'onde par effet thermoacoustique. Ce modèle considère l'écoulement à la fois au sein de la cellule active thermoacoustique (stack et échangeurs de chaleur), et dans les deux parties de résonateur entourant cette cellule. Les simulations numériques ont été réalisées sur une tranche bidimensionnelle de la cellule active bornée par deux demi-plaques de stack. Le couplage avec une solution analytique de l'acoustique résonante intervient au niveau des conditions de vitesse en entrée et sortie du domaine. On a ainsi pu simuler le démarrage d'un moteur thermoacoustique. Suivant les conditions de l'expérience simulée, différents modes résonants sont instables, ce qui est cohérent avec les résultats de l'expérience de référence. La puissance acoustique a été estimée. Une analyse énergétique sur un cas avec saturation de l'onde, permettant une estimation du rendement du moteur, est actuellement en cours.

Remerciements

Les simulations numériques ont été effectuées sur la NEC-SX8 de l'IDRIS-CNRS, projet No. 90599.

Références

- [1] Atchley, A.A., Bass, H.E., Hofler, T.J., Lin, H.T. 1992 Study of a thermoacoustic prime mover below onset of self-oscillation. *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 734-743
- [2] Atchley, A.A, Kuo, F. M. 1994 Stability curves for a thermoacoustic prime mover. *J. Acoust. Soc. Am.* **95** 1401-1404
- [3] Bauwens, B. 1996 Oscillating flow of a heat-conducting fluid in a narrow tube. *J. Fluid Mech.* **324** 135-161
- [4] Hireche, O., Weisman, C., Baltean-Carlès, D., Le Quéré, P., Bauwens, L. 2010 Low Mach number analysis of idealized thermoacoustic engines with numerical solution. *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 3438-3448
- [6] Lycklama à Nijeholt, J.A., Tijani, M. E. H., Spoelstra, S. 2005 Simulation of a traveling-wave thermoacoustic engine using Computational Fluid Dynamics. *J. Acoust. Soc. Am.* **118** 2265-2270
- [7] Paolucci, S. 1982 On the filtering of sound from the Navier-Stokes equations. *Sandia National Laboratories report SAND* **82** 8257
- [8] Rott, N. 1969 Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes. *Z. Angew. Math. Phys.* 230-243
- [9] Swift, G. W. 1988 Thermoacoustic engines. *J. Acoust. Soc. Am.* **84** 1145-1180
- [10] Yu, G.Y., Luo, E.C., Dai, W., Hu, J.Y. 2007 Study of nonlinear processes of a large experimental thermoacoustic-Stirling heat engine by using computational fluid dynamics. *J. Appl. Phys.* **102** 074901-074907