



**HAL**  
open science

## Déferlement de vague : approche multi-pas

Alioune Nar Sambe, Frédéric Golay, Damien Sous, Philippe Fraunie, Richard Marcer

► **To cite this version:**

Alioune Nar Sambe, Frédéric Golay, Damien Sous, Philippe Fraunie, Richard Marcer. Déferlement de vague : approche multi-pas. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03421234

**HAL Id: hal-03421234**

**<https://hal.science/hal-03421234>**

Submitted on 9 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Déferlement de vague : approche multi-pas

A. N. SAMBE<sup>a,b,c</sup>, F. GOLAY<sup>b</sup>, D. SOUS<sup>a</sup>, P. FRAUNIE<sup>a</sup>, R. MARCER<sup>c</sup>

a. *Laboratoire de Sondages Electromagnétiques de l'Environnement Terrestre, Université du Sud Toulon-Var, La Garde, France.*

b. *Institut de mathématique de Toulon, Université du Sud Toulon-Var, La Garde.*

c. *Principia, La Ciotat*

## Résumé :

*Nous simulons numériquement le déferlement de vagues par un modèle d'écoulement multi fluide à faible Mach grâce à une formulation explicite efficacement parallélisable. Le modèle repose sur un schéma par volumes finis de type Godunov du second ordre en temps et en espace et éventuellement un raidissement de l'interface. Nous introduisons une approche multi-pas qui autorise de conséquents gains en temps de calcul. Cette approche est validée par la simulation de la propagation de vague solitaire 2D et par des confrontations expérience /simulation de la rupture de barrage 3D avec obstacle.*

## Abstract :

*A fast and parallel two phase flows model has been developed for 3D air-water flows with finite volume discretization on unstructured grids. An artificial compressibility approach allows a fast fully explicit scheme with efficient parallel implementation using subdomain decomposition. The numerical model is based on a low Mach number preconditioning and a second order Riemann solver for advection equation. Some improvements are presented here, as front sharpening and multi time stepping, which induce more accuracy and reduce the CPU time. It allows three-dimensional applications. Then numerical simulations are presented for 2D wave propagation and compared with experiments in the case of 3D dam breaking.*

**Mots clefs :** Déferlement de vague, volumes finis, écoulement air-eau, raidissement d'interface, Adam-Bashforth, multi-pas.

## 1 INTRODUCTION

Les écoulements multi-fluides sont omniprésents aussi bien dans l'industrie que le domaine environnemental. Une difficulté de la simulation numérique d'un tel écoulement réside, entre autre, dans la capacité à décrire précisément l'interface entre les fluides. Cette étape est cruciale, car elle peut devenir très consommatrice en temps de calcul ou générer par diffusion une interface non-physique [18]. Nous présentons ici un modèle bi-fluide tridimensionnel performant. Il a été validé numériquement et expérimentalement [13], amélioré par l'introduction d'une loi d'état isotherme [9] et récemment expérimenté dans le cas d'un déferlement sur pente avec ou sans macro-rugosité [21]. Nous présentons maintenant quelques améliorations du schéma numérique utilisé. Dans un premier temps nous abordons le problème de la diffusion de l'interface. Nous cherchons à éliminer cette diffusion par l'utilisation d'une méthode de compression. Le but est de conserver une interface fine sans avoir recours à des techniques de reconstruction d'interface comme les méthodes VOF [17]. Ensuite, nous présenterons une modification de la technique d'intégration en temps du solveur, qui est basée sur l'intégration d'Adams-Bashforth multi-pas, dans laquelle le pas de temps est ajusté à la taille locale du maillage. Cette technique est particulièrement efficace dans le cas où le maillage présente une grande disparité de taille de maille [4]. La première partie de cet article rappelle les équations constitutives ; la deuxième partie présente les méthodes numériques utilisées et en particulier la compression d'interface et l'intégration multi-pas ; enfin, dans la dernière partie on présente la simulation numérique d'une propagation 2D et on confronte la rupture 3D de barrage à l'expérience.

## 2 MODELE PHYSIQUE

On utilise un modèle bi-fluide non-visqueux conduisant à un système hyperbolique de lois de conservation. La fraction de masse du mélange est convectée, quant à elle, par une équation non-conservative pour éviter les oscillations du schéma [1]. De plus une description compressible à faible nombre de Mach autorise une approche complètement explicite et donc aisément parallélisable. Si  $\rho$  désigne la masse volumique,  $\vec{u}$  la vitesse,  $p$  la pression,  $\varphi$  la fraction d'eau du mélange ( $0 < \varphi < 1$ ) et  $g$  la gravité, alors négligeant la tension superficielle, le modèle d'Euler compressible s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) &= 0 & ; & & \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) + \nabla p &= \rho \vec{g} & ; & & \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \varphi &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

(a) (b) (c)

Dans ce modèle, la pression dépend de la masse volumique et de la fraction  $p = p(\rho, \varphi)$ . Si  $c$  désigne la vitesse du son, il est généralement admis qu'un écoulement est considéré comme incompressible si le nombre de Mach ( $M = \|\vec{u}\|/c$ ) est inférieur à 1/10. Dans notre cas il est beaucoup plus faible (de l'ordre de 1/400 ~ 1/1600), si bien que la condition de Courant-Friedrich-Levy (CFL) du schéma explicite impose un pas de temps réductoirement petit. C'est pourquoi nous utilisons une loi de pression artificielle, où la vitesse du son est fixée approximativement à 20 m.s<sup>-1</sup>, soit dans le cas isotherme :

$$p = c_0^2 (\rho - (\varphi \rho_A + (\varphi - 1)\rho_w)) + p_0, \quad (2)$$

Plus de détails sur l'influence du choix de la loi d'état se trouvent dans [9].

## 3 MODELE NUMERIQUE

### 3.1 Généralités

Nous utilisons une approximation par volumes finis avec un solveur exact de Riemann (schéma de Godunov). Pour éviter les oscillations et préserver les discontinuités de contact (1-c) est écrite sous forme non conservative. La version conservative (également implémentée) nécessite l'introduction d'une autre loi d'état [2, 7]. Afin de capturer précisément l'interface, nous utilisons un schéma d'ordre deux en espace et en temps (MUSCL). Pour plus de détails on se reportera à [9].

### 3.2 Raidissement de l'interface

Contrairement aux méthodes de reconstruction d'interface (comme la méthode VOF), les méthodes de capture décrivent aisément l'interface [5], mais au prix souvent de la génération d'une zone de mélange, non-physique, due à une diffusion numérique de l'interface. Cette diffusion, importante en zone de forts gradients, peut être atténuée en augmentant l'ordre de la méthode, ou bien ajoutant des techniques de raidissement d'interface [6, 15, 20, 22]. La plupart du temps, comme proposé initialement par Harten [12], le transport artificiel de la fraction  $\varphi$  tends à forcer la valeur extrême 0 ou 1. Nous utilisons le modèle validé par [17], où un terme de pénalisation numérique est ajouté à (1-c) :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \varphi + \nabla \cdot \left( \frac{1}{4} \eta \varphi^2 (1 - \varphi)^2 \right) = 0 \quad (3)$$

Ce terme n'a aucune influence sur les milieux homogènes eau ou air, mais pénalise la zone de mélange. Dans l'approche volumes finis, cela revient (grâce à l'intégration de Green) à ajouter un terme au calcul du flux entre les cellules. De part notre expérience, les pas de temps intermédiaires ne sont pas nécessaires.

### 3.3 Algorithme multi pas

Précédemment nous utilisons une intégration en temps de type Runge-Kutta, si bien que le pas de temps était déterminé par la plus petite cellule du maillage, ce qui est préjudiciable dans le cas de raffinement de maillage et les calculs intermédiaires de flux entre les cellules étaient perdus. C'est pourquoi nous avons implémenté une méthode d'intégration en temps de type Adams-Bashforth couplée à une gestion astucieuse des pas de temps locaux. Cette approche originale a été testée initialement avec succès dans le cas des éléments finis discontinus en magnéto-hydro-dynamique par [4]. Le domaine de stabilité de la méthode d'Adams-Bashforth est plus restreint (on se limitera à l'ordre 2), mais autorise des gains en temps de calcul

conséquents [8].

### 3.3.1 Intégration en temps d'Adams-Bashforth

Pour simplifier la présentation, on se place dans le cas de (1) sans terme source et en formulation conservative. Après approximation par volumes finis, intégration spatiale sur chaque cellule et utilisation de la formule de Green, le système d'équations (1) peut être réécrit sous la forme :

$$\frac{\partial w(t)}{\partial t} = F(t, w) \quad (4)$$

où  $w(t)$  représente le vecteur des inconnues conservatives sur chaque cellule et  $F(t, w)$  le flux numérique calculé à la frontière des cellules voisines. Dans notre cas, utilisant un schéma de Godunov, le flux est la solution d'un problème de Riemann. Afin d'intégrer (4) sur un intervalle de temps  $[0, T]$ , on discrétise l'intervalle tel que  $t_0 < t_1 < \dots < t_n < \dots$  et :

$$w(t_{n+1}) - w(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} F(t, w) dt \quad (5)$$

La méthode d'Adams-Bashforth d'ordre  $s$  consiste à remplacer  $F$  par un polynôme d'interpolation du même ordre [11], elle est stable à l'ordre 2 et 3 pour une CFL  $< 1$  [3] :

$$F(t, w) \approx \sum_{k=0}^{s-1} L_k(t) F(t_{n-k}, w(t_{n-k})) \quad (6)$$

où  $L_k(t)$  représente les coefficients du polynôme de Lagrange. On peut remarquer que cette approximation explicite ne nécessite que des flux précédemment calculés et stockés. Par intégration des coefficients (par exemple par Gauss), l'équation (5) devient :

$$w(t_n + \Delta t_n) = w(t_n) + \sum_{k=0}^{s-1} b_k(\Delta t_n) \left( \int_{t_n}^{t_{n+1}} L_k(t) dt \right) F(t_{n-k}, w(t_{n-k})) \quad (7)$$

### 3.3.2 Approche multi pas

Soit  $h_{C_i}$  le diamètre d'une cellule défini par le rapport de son volume sur la surface de son contour. En fonction de ce diamètre, le maillage est partitionné en quelques groupes de cellules, tels que :

$$2^n h_{min} \leq h_{C_i} < 2^{n+1} h_{min} \quad (8)$$

où  $h_{min}$  est le diamètre minimal ( $h_{max}$  le diamètre maximal) et  $n$  le niveau d'une cellule  $C_i$ , noté  $niv(C_i) = n$  et  $N = \text{Log}_2(h_{max}/h_{min})$  le nombre maximal de niveaux. En fonction de son niveau, le pas de temps local sur chaque cellule est alors  $\Delta t(C_i) = 2^{Niv(C_i)} \Delta t_n$ , où  $\Delta t_n$  est le plus petit pas de temps associé à la condition CFL de la plus petite cellule du maillage. Par ailleurs, on définit le niveau d'une face par le niveau minimum des deux cellules adjacentes. L'algorithme multi-pas est alors :

Pour  $i=1$  à  $2^N$  faire

    Soit  $j$  le plus grand entier tel  $2^j$  divise  $i$

    Pour chaque face  $S$  telle que  $niv(S) \leq j$  faire

        Calcul de l'intégrale du flux sur un intervalle de temps  $2^{niv(C_i)} \Delta t_n$

        Distribution aux cellules voisines

    Fin Pour

    Mise à jour des cellules de niveau  $\leq j$

Fin pour

On peut noter qu'ainsi le flux est estimé plus souvent sur les petites cellules que sur les grandes. Pour plus de détails, on se référera à [4].

## 4 RESULTATS

### 4.1 Propagation d'une vague solitaire

Dans ce premier cas test, on propage une vague solitaire de hauteur 0.6m dans un domaine de calcul de 25m sur 1m d'eau et 4m d'air sur une durée de 2.5s. La condition initiale est définie par Tanaka [23] (Figure 1). On utilise un maillage hexaédrique régulier avec deux tailles de maille ( $\Delta x = \Delta y = 0.02m$  ou  $0.04m$ ).

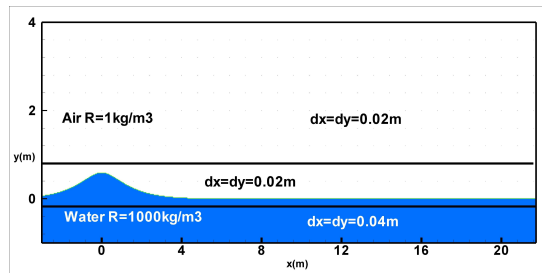


FIG. 1 – Domaine de calcul, maillage et configuration initiale (bleu-eau, blanc-air)

On compare les résultats de simulation réalisées avec une intégration en temps d'ordre 2 de type Runge-Kutta (RK2) ou Adams-Bashforth (AB2) ou Adams-Bashforth multi-pas (AB2M) sur un même ordinateur (12 Itanium II 1.5 GHz). Si on observe l'amplitude de la vague à  $t=2s$ , on constate un écart par rapport à RK2 de 0.004% pour AB2 et 0.115% pour AB2M, ce qui valide l'implémentation. Pour un maillage de 127000 mailles et une simulation sur 2.5s, le schéma RK2 nécessite 20h53mn, AB2 11h48mn et AB2M 7h35mn. Soit un gain de 2.7 pour un résultat identique ce qui prouve la pertinence de la méthode!

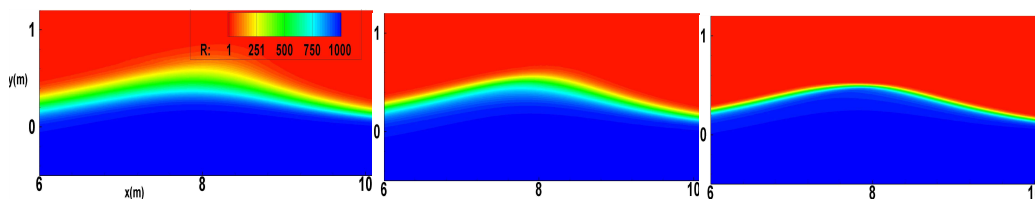


FIG. 2 – Densité à  $t=2s$  (zoom): influence du coefficient de raidissement  $\eta = 0; 0.125; 1$ .

Sur la figure 2, qui représente l'iso-densité du milieu air-eau, on constate aisément que l'utilisation d'un terme de raidissement améliore notablement la définition de l'interface. De plus, on améliore la conservation de la masse 0.83% de perte pour  $\eta = 0$  et 0.12% pour  $\eta=0.125$ , sans aucune conséquence sur le temps de calcul.

### 4.2 Rupture 3D de barrage avec obstacle

Nous présentons les premiers résultats obtenus dans le cas test de la rupture 3D d'un barrage détaillé dans [14, 16, 24]. Dans un domaine fermé, une hauteur d'eau est lâchée et déferle sur un obstacle. Une instrumentation appropriée mesure en quelques endroits la hauteur d'eau et la pression sur l'obstacle. Cette simulation avec 850000 mailles réparties sur 12 processeurs nécessite 1 jour  $\frac{1}{2}$  de calcul. Les données expérimentales sont utilisées pour tester la validité des méthodes numériques, notamment en comparant les résultats obtenus avec et sans compression d'interface.

Les premiers résultats qualitatifs sont présentés sur la figure 3 pour évaluer le comportement du modèle par rapport aux enregistrements vidéo de Kleefsmann et al. [16]. Le calcul présenté ici est réalisé avec la technique de compression d'interface présentée plus haut. La position et la forme de surface libre obtenue numériquement à  $t=0,4s$  et  $0.56s$  est en bon accord qualitatif avec les résultats expérimentaux de [16].

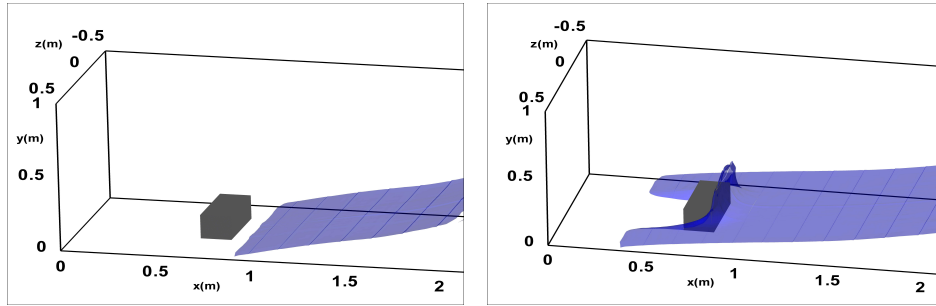


FIG. 3 – Surface libre à  $t=0,4s$  et  $t=0,56s$ . La surface libre est définie par  $\varphi=0,5$ .

Une comparaison quantitative est ensuite effectuée sur les pressions et hauteurs d'eau. Nous reprenons les points de mesure P1 et H2 utilisés par Kleefsman et al. La figure 4 montre la confrontation des résultats numériques obtenus avec et sans compression d'interface. On constate tout d'abord la bonne concordance générale entre la simulation numérique et l'expérience sur une jauge de pression et une mesure de hauteur d'eau au cours du temps (figure 4). L'utilisation de la méthode de compression permet de mieux décrire les impacts et de représenter plus fidèlement l'amplitude des variations de pression et de hauteur d'eau en particulier lors du retour de l'onde.

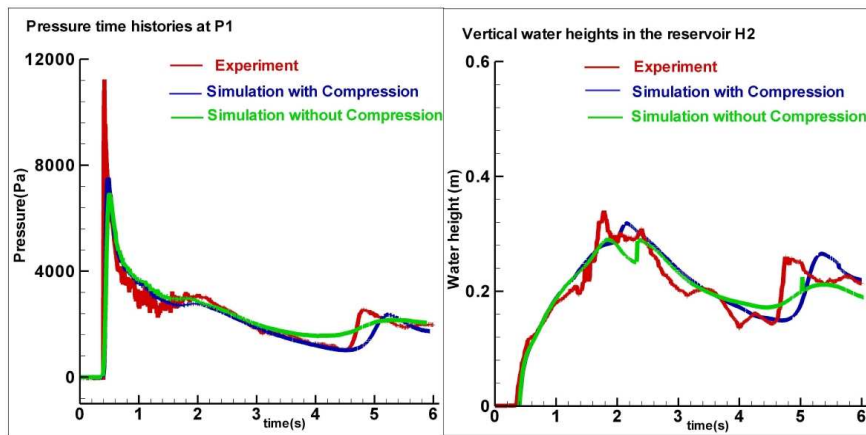


FIG. 4 – Comparaison entre les données expérimentales [16] et les résultats avec et sans compression d'interface: Pression en P1 (gauche) et hauteur d'eau en H2 (droite) au cours du temps.

## 5 CONCLUSION

Nous avons présenté la simulation numérique de la propagation d'une vague solitaire avec un modèle d'Euler bi-fluide conduisant à un système hyperbolique de lois de conservation. Le modèle numérique, précédemment décrit par [9, 21], a été amélioré par l'introduction d'une compression de l'interface et une gestion multi échelle des pas de temps locaux sur un schéma d'Adams-Bashforth. On constate, par comparaison avec des expériences, une amélioration conséquente de la précision et une diminution du temps de calcul. Ces premiers résultats nous encouragent maintenant à poursuivre cette démarche vers le développement de techniques de raffinement de maillages dynamiques [10] couplées à la méthode multi-pas.

Remerciements : Ce travail est supporté par le projet ANR TSUMOD ANR-05-CATT-O16. Les calculs ont été réalisés sur le cluster financé par la région PACA et le conseil général du Var. Les auteurs souhaitent également remercier le programme IDAO du CNRS-INSU et le programme PEA ECORS de SHOM pour leur soutien financier et scientifique.

## Références

- [1] Abgrall R., How to prevent pressure oscillations in multicomponent flow calculations: a quasi-conservative approach, *J. Comput. Phys.*, 125(1), 150–160, 1996.
- [2] Allaire G., Clerc S., Kokh S., A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids, *J. of comp. Phys.*, 181, 577-616, 2002.

- [3] Allahviranloo T., Ahmady N., Ahmady E., Numerical solution of fuzzy differential equations by predictor–corrector method, *Information Sciences*, 177, 1633–1647, 2007.
- [4] Altmann C., Belat T., Gutnic M., Helluy P., Mathis H., Sonnendrücker E., Angulo W., Hérard J-M., A local time-stepping discontinuous Galerkin algorithm for the MHD system, *ESAIM*, 28, pp. 33-54, 2009.
- [5] Basset O., Simulation numérique d'écoulements multi fluides sur grille de calcul, thèse, École des Mines de Paris, Paris, 2006.
- [6] Cassidy D.A., Edwards J.R., Ming T., An investigation of interface-sharpening schemes for multi-phase mixture flows, *J. of Comput. Physics*, 228, 16-1, 5628-5649, 2009.
- [7] Chanteperdrix G., Villedieu P., Vila J-P, A compressible model for separated two-phase flows computations, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, July 2002 (ASME: Montreal, Canada).
- [8] Deriaz E., Kolomenskiy D., Stability of explicit numerical schemes for convection-dominated problems, preprint arXiv:1007.3313, Juillet 2010.
- [9] Golay F, Helluy P., Numerical schemes for low Mach wave breaking, *Int. J. of Comp. Fluid Dyn.*, 21, 2, 69–86, 2007.
- [10] Golay F., Numerical entropy production and error indicator for compressible flows, *C.R. Mécanique*, 337 (4), pp 233-237, 2009.
- [11] Hairer E., Nørsett S. P., Wanner G., Solving ordinary differential equations I: Nonstiff problems (2nd ed.), Berlin: Springer Verlag, ISBN 978-3-540-56670-0, 1993.
- [12] Harten A., The artificial compression method for computation of shocks and contact discontinuities. I. Single conservation laws, *Comm. Pure Appl. Math.* 611–638, 1977.
- [13] Helluy P., Golay F., Caltagirone J.P., Lubin P., Vincent S., Drevrard D., Marcer R., Fraunié P., Seguin N., Grilli S., Lesage A.N., Dervieux A., Allain O., Numerical simulation of wave breaking, *M2AN*, Vol.39 n°3, pp 591-607, 2005.
- [14] Issa R., Violeau D., 3D dam breaking, SPH European Research Interest Community SIG
- [15] Kaceniauskas A., Development of Efficient Interface Sharpening Procedure for Viscous Incompressible Flows, *Informatica*, Vol. 19, No. 4, 487–504, 2008.
- [16] Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B., A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems, *J. Comput. Phys.*, 206, 363–393, 2005
- [17] Kokh S., Aspects numériques et théoriques de la modélisation des écoulements diphasiques compressibles par des méthodes de capture d'interface, thèse, Université de Paris 06, Paris, France, 2001.
- [18] Kokh S., Allaire G., Numerical simulation of 2D two-phase flows with interface, in *Godunov Methods: Theory and Applications*, E.F. Toro ed., Kluwer Academic/Plenum, Dordrecht/New York, 2007.
- [19] Li Y., Raichlen F., Discussion of “breaking criterion and characteristics for solitary waves on slope”, *J. Water, Port, Coast. And Oce. Engrg*, 124,6, 329-333, 1998.
- [20] Olsson E., Kreiss G., A conservative level set method for two phase flow, *Comput. Phys*, 210:225-246, 2005.
- [21] Sambe A N, Sous D, Golay F, Fraunié P, Marcer R, Numerical wave breaking over macro-roughness, *European Journal of Mechanic B/Fluid*, à paraître, 2011.
- [22] Strubelj L., Tiselj I., Two-fluid model with interface sharpening, *Int. J. Numer. Meth. Engng* , 85:575–590, 2011.
- [23] Tanaka M., The stability of solitary waves, *Phys. Fluids*, .29:3,650-655, 1986.
- [24] Vincent S., Balmigère G., Caltagirone J-P., Meillot, E., Eulerian–Lagrangian multiscale methods for solving scalar equations-Application to incompressible two-phase flows, *J. Comp. Phys.*, 229, 73–106, 2010.