HAL open science

Simulations numériques de phénomènes anisotropes pour la Fusion par Confinement Magnétique

Audrey Bonnement, Hervé Guillard, Boniface Nkonga, Richard Pasquetti

To cite this version:

Audrey Bonnement, Hervé Guillard, Boniface Nkonga, Richard Pasquetti. Simulations numériques de phénomènes anisotropes pour la Fusion par Confinement Magnétique. CFM 2011 - 20ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. hal-03420934

HAL Id: hal-03420934

https://hal.science/hal-03420934v1

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulations numériques de phénomènes anisotropes pour la Fusion par Confinement Magnétique [1]

A. Bonnement[a,b], H. Guillard[a,b], B. Nkonga[b,a], R. Pasquetti[b,a]

a. *INRIA Sophia-Antipolis, 2004 Route des Lucioles, 06902 Sophia Antipolis*
b. *Laboratoire J.A. Dieudonné, UMR 6621, Université de Nice-Sophia Antipolis, 06108 Nice*

Résumé :

Afin d'étudier le comportement du plasma dans le cadre de la FCM, nous considérons un système fluide, obtenu à partir du modèle cinétique Vlasov-Maxwell avec fermetures de Braginskii, d'où de fortes anisotropies suivant les lignes de champ magnétique. Des études numériques de phénomènes présentant cette particularité ont été menées, tout d'abord sur une équation de diffusion, avec un terme de rayonnement, et ensuite sur des systèmes de type Euler et Navier-Stokes. Les résultats obtenus sont présentés et analysés.

Abstract :

In order to study plasma for Magnetic Confinement Fusion, we consider a fluid system, given by the Vlasov-Maxwell kinetic model with the Braginskii closure. This system presents high anisotropy along the magnetic field lines. Some numerical studies have been done in this case, first on a diffusion equation with a radiative term and then on the Euler and Navier-Stokes like systems. Our results are presented and analyzed.

Mots clefs : Simulation des plasmas, fermetures de Braginskii, diffusion anisotrope.

1 Introduction

La Fusion par Confinement Magnétique (FCM) s'appuie sur le principe de production d'énergie des étoiles, lors de la fusion de deux éléments (par exemple, deuterium et tritium). Pour cela, ces deux éléments doivent être à des températures élevées, de l'ordre de 10^8 K, soit 10 keV, afin de favoriser la fusion. A cette température, un nouvel état de la matière apparaît : le plasma, dans lequel les atomes sont ionisés. La fusion par confinement magnétique consiste à utiliser le champ magnétique afin de confiner le plasma dans des chambres appelées tokamaks. Des phénomènes physiques complexes se déroulent dans le plasma, pouvant jouer un rôle décisif sur les performances des tokamaks. Le principe de FCM est par exemple développé en [1, 4].

Dans le cadre de ce travail, on s'intéresse plus particulièrement aux phénomènes qui ont lieu dans le plasma de bord, comme par exemple en [9]. Dans ce but, un modèle fluide a été établi à partir du modèle cinétique Vlasov-Maxwell avec les relations de fermeture de Braginskii [2]. Ce modèle est présenté dans le paragraphe 2.

Nos résultats numériques sont présentés dans les paragraphes 3 et 4, ceci pour différentes géométries de tokamaks (ITER, Tore-Supra). L'ensemble des résultats a été obtenu grâce à une méthode volumes/éléments finis (VF/EF), implémentée au sein du logiciel FluidBox [11]. Cette approche a été de plus comparée à une méthode d'élements spectraux (code SEM développé par R. Pasquetti).

1. Ce travail a été effectué dans le cadre de l'ANR ESPOIR et de l'Action d'envergure FUSION de l'INRIA. A. Bonnement remercie le Conseil Régional PACA qui cofinance sa thèse.

2 Modèle fluide

Le but est ici d'établir le modèle fluide utilisé pour étudier les phénomènes physiques ayant lieu dans le plasma de bord des tokamaks. Considérons le plasma constitué d'un mélange d'électrons et d'ions. Dans ce cas, l'état du plasma nous est donné grâce à la fonction de distribution $f_s(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$, l'indice s pouvant se référer aux électrons ou aux ions. On obtient donc l'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial}{\partial t} f_s + \mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{x}} f_s + \frac{\mathbf{F}_s}{m_s}.\nabla_{\mathbf{v}} f_s = C_s, \tag{1}$$

où $\mathbf{F}_s$ est la force de Lorentz exercée sur une particule de masse m_s, localisée en $\mathbf{x}$, avec une vitesse $\mathbf{v}$ et au temps t, et C_s le terme modélisant les collisions. Pour obtenir une *description fluide* du plasma, on ne considère pas les fonctions de distributions mais leurs moments sur l'espace des vitesses. Ainsi, en prenant les trois premiers moments de l'équation de Boltzmann (1), on obtient de nouvelles équations pour les densités de particules, n_s, les vitesses moyennées, $\mathbf{u_s}$, et les énergies, e_s :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_s \quad + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) \quad = 0 \tag{2.a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m_s n_s \mathbf{u}_s \quad + \nabla \cdot (m_s n_s < \mathbf{u}_s \otimes \mathbf{u}_s > + P_s) \quad = Z_s e n_s (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \wedge \mathbf{B}) + \mathbf{R}_s \tag{2.b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_s e_s \quad + \nabla \cdot (n_s e_s \mathbf{u}_s + P_s.\mathbf{u}_s) \quad = -\nabla \cdot \mathbf{q}_s + Z_s e n_s \mathbf{E}.\mathbf{u}_s + \mathbf{R}_s.\mathbf{u}_s + Q_s \tag{2.c}$$

Dans ces expressions, $\mathbf{R}_s$ est le moment qui résulte des collisions entre particules de différentes espèces, Q_s représente la chaleur générée par l'espèce s à cause des collisions avec les autres particules, P_s est le tenseur de pression et $\mathbf{q}_s$, le flux de chaleur. Les relations de fermeture données par Braginskii [2] permettent d'obtenir les formes de ces différents termes.
Nos développements algorithmiques pour résoudre le système (2) sont en cours pour la géométrie du tokamak ITER. Ci-après, nous nous intéressons à des problèmes modèles.

3 Diffusion anisotrope avec rayonnement

3.1 Modèle

Dans les tokamaks, l'énergie s'évacuant du plasma de coeur est très importante et peut donc affecter les composants de la structure du tokamak. De plus, la présence d'un rayonnement doit être prise en compte. Nous étudions les conséquences de tels processus radiatifs sur les profils de température. Dans le cas uni-dimensionnel, ce problème a été abordé en [5]. En modélisant le rayonnement par un terme de puits de chaleur non linéaire, on considère l'équation de température :

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t} T + \nabla \cdot \mathbf{q} = -CT^2 exp(-((T - \overline{T})/\Delta T)^2) \tag{3}$$

qui est obtenue à partir de l'équation de l'énergie (2.c) et où $\overline{T}$ est la température critique de rayonnement et ΔT un écart-type.

Usuellement, la densité de flux de chaleur $\mathbf{q}$ est donnée par la loi de Fourier en fonction de la conductivité thermique du matériau, K : $\mathbf{q} = -K\nabla T$. Dans le cas du plasma, nous sommes en présence d'un champ magnétique, et la diffusion est alors anisotrope :

$$\mathbf{q} = -K_{\parallel}\nabla_{\parallel} T - K_{\perp}\nabla_{\perp} T. \tag{4}$$

Les notations $\parallel$ et $\perp$ réfèrent respectivement aux composantes parallèle et perpendiculaire au champ magnétique. On parle de diffusion fortement anisotrope car le terme parallèle est nettement supérieur

à celui perpendiculaire : $K_{\parallel} \simeq 10^5 K_{\perp}$. Par ailleurs, le terme parallèle présente une non-linéarité en température : $K_{\parallel} \propto T^{\frac{5}{2}}$.
Les simulations numériques sur ce problème d'équation de la chaleur avec un tenseur de diffusion anisotrope et non-linéaire ont été menées sur des géométries axisymétriques afin de se rapprocher de la géométrie toroïdale des tokamaks. Elles ont été obtenues grâce au code de calcul FluidBox [11] avec une méthode d'éléments finis P1 et un schéma implicite en temps. Dans le cas sans rayonnement, nos résultats ont préalablement été validés par comparaison à des résultats obtenus par éléments spectraux.

3.2 Résultats numériques

3.2.1 Cas sans rayonnement

Dans un premier temps, nous nous sommes appuyés sur un cas test [12] proposé par le Center for Extended Magnetohydrodynamics Modeling (CEMM) en considérant la diffusion anisotrope mais avec un rayonnement nul. La condition initiale est donnée sous la forme d'un *pulse chaud* dans un système homogène en température, fig 1.a, et nous avons observé son comportement au cours du temps en présence d'une diffusion fortement anisotrope suivant un champ magnétique circulaire. Comme prévu, nous observons que le pulse chaud diffuse le long des lignes de champ magnétique, comme dicté par l'anisotropie du tenseur de diffusion, fig 1.

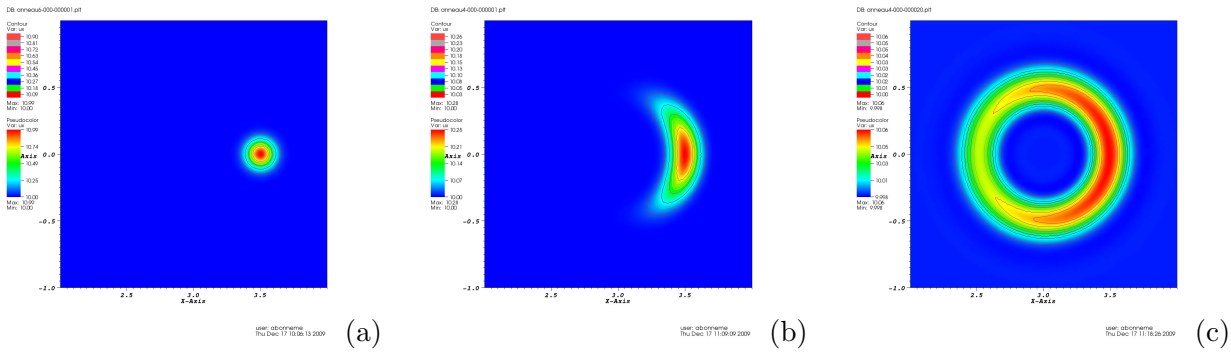

FIGURE 1 – Condition initiale de température et solutions à $t = \{0.005; 0.04\}$.

Cette étude a mis en évidence l'intérêt d'utiliser un maillage aligné sur le champ magnétique pour diminuer la diffusion numérique, ou bien d'utiliser une méthode d'ordre élevé, par exemple d'ordre 5 dans les résultats SEM.

3.2.2 Cas avec rayonnement

Deux résultats en présence du terme radiatif sont présentés sur la géométrie d'ITER, pour laquelle le champ magnétique est donné par le code d'équilibre CEDRES++ [6]. Les conditions aux limites retenues sont une densité de flux d'entrée constante au bord intérieur, modélisant l'énergie qui s'échappe du coeur du plasma, et une densité de flux de sortie au bord extérieur, proportionnelle à la température.
Dans le premier cas, on choisit comme condition initiale la solution stationnaire en l'absence de terme radiatif qui est quasi-linéaire, fig. 2.a. Ensuite, on choisit une température critique de rayonnement $\overline{T}$ de telle façon que $T(r_{min}) > \overline{T} > T(r_{max})$, i.e. $\overline{T} = 20$ et $\Delta T = 5$. Dans le second cas, on considère le même profil de température mais affecté par un pulse froid, fig. 2.c, et on choisit la température de rayonnement dans la gamme thermique de ce pulse froid, i.e. $\overline{T} = 9$ et $\Delta T = 1$. Les figures 2.b et 2.d montrent l'évolution du profil de température au cours de ces deux calculs.

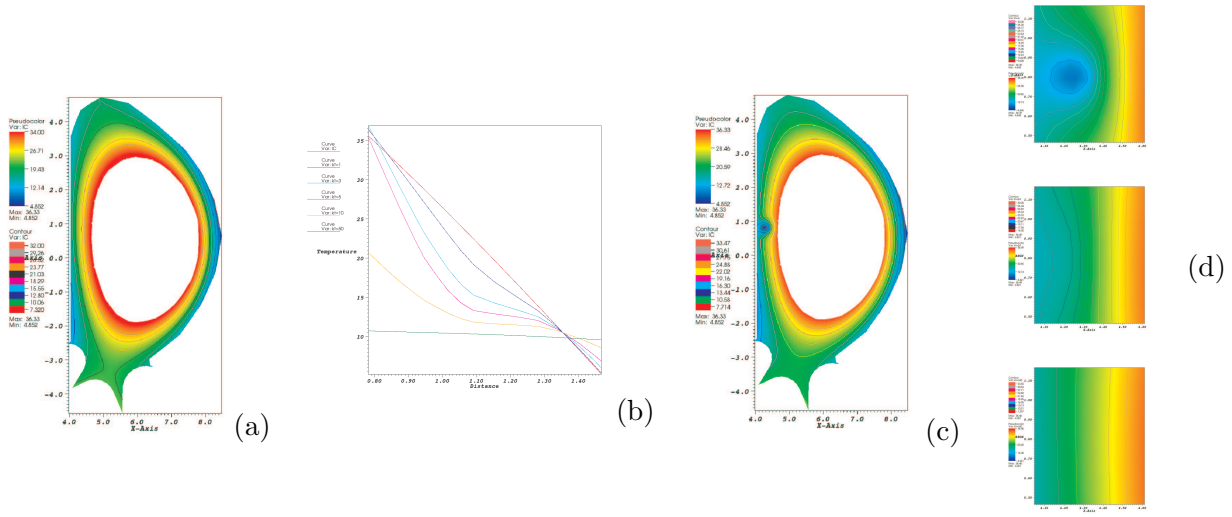

FIGURE 2 – Conditions initiales et évolution de la température pour les deux cas tests, respectivement (a,b) et (c,d).

Pour le premier cas, un *anneau radiatif* apparaît et se déplace radialement en direction du coeur du plasma, fig. 2.b. De plus, on peut observer qu'à l'équilibre la solution est constante au bord du plasma. Dans le second cas, on observe cette fois que le pulse s'étire suivant les lignes de champ et se propage vers l'extérieur du tokamak, fig. 2.d. En effet, le flux appliqué compense ce rayonnement très localisé. En observant les isothermes, il apparaît que la forte diffusion parallèle fait disparaître le pulse froid. A l'équilibre, le rayonnement et le pulse froid ont ainsi disparu.

4 Systèmes Euler, Navier-Stokes et Braginskii

4.1 Modèle

Cette seconde partie s'appuie sur le système (2), en négligeant les termes associés aux collisions et sans considérer les termes de force. Les relations de fermeture nous donnent : $P = pI + \Pi$. On considère donc un système proche de celui de Navier-Stokes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla.(\rho\mathbf{u}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho\mathbf{u} + \nabla.(\rho\mathbf{u}\otimes\mathbf{u} + pI) &= -\nabla.\Pi \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho e + \nabla.((\rho e + p)\mathbf{u}) &= -\nabla.\mathbf{q} - \nabla.(\Pi\mathbf{u}) \end{aligned} \tag{5}$$

Compte tenu des relations de fermeture de Braginskii, le tenseur des contraintes Π a une forme particulière :

$$\Pi = -\eta_0\Pi_0(\mathbf{B}, W) - \eta_2\Pi_2(\mathbf{B}, W) + \eta_4\Pi_4(\mathbf{B}, W). \tag{6}$$

Il peut ainsi être mis sous la forme d'une somme de tenseurs dépendant du champ magnétique $\mathbf{B}$ et du tenseur de déformation usuel : $W = (\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u} - \frac{2}{3}\nabla.\mathbf{u}I)$.

Les simulations numériques sur ce système ont été menées pour des géométries planes et axisymétriques. Les résultats ont été obtenus avec une méthode volumes finis couplée à des éléments finis P1 pour les termes de diffusion et un schéma de Godunov, basé sur un solveur de Riemann de type HLLc [10], explicite en temps. De même que précédemment, les résultats ont été comparés à ceux obtenus par éléments spectraux, stabilisés par une méthode de viscosité entropique [7].

4.2 Résultats numériques

La géométrie considérée dans cette partie est proche de celle du tokamak Tore-Supra. Le maillage est aligné sur les lignes de champ magnétique. Les conditions initiales considérées sont : vitesse nulle, densité et pression constantes dans le système. Les conditions aux limites sont des parois glissantes pour l'extérieur du tokamak, à l'exception du limiteur, dans la partie basse du tokamak où on impose des conditions aux limites absorbantes avec un nombre de Mach $M = 1$ (Condition de Bohm). Au niveau du coeur du plasma, la vitesse, la pression et la masse volumique sont données de façon cohérente avec les conditions initiales. Ceci est fait en appliquant une méthode classique en volumes finis, notamment décrites en [8, 10], qui consiste à créer des cellules fantômes en dehors de la géométrie.

4.2.1 Système Euler

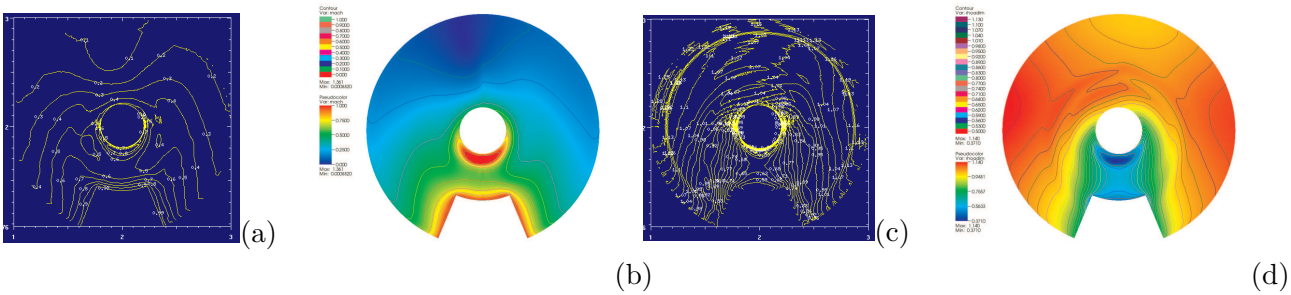

FIGURE 3 – Mach (a,b) et densité (c,d) à t=1, obtenus respectivement par des méthodes SEM et VF.

Pour nos premiers tests, nous avons considéré le système d'Euler axisymétrique. Ainsi, les termes de diffusion sont négligés dans le système (5). Les résultats obtenus par la méthode de volumes finis sont comparés à ceux obtenus par la méthode d'élements spectraux. Les profils de Mach et de densité sont donnés ici à un temps final adimensionné de 1, fig. 3. Comme voulu par les conditions de Bohm, le nombre de Mach est de 1 au limiteur dans les deux cas. Au fur et à mesure du calcul, un flux de matière apparaît entre le coeur du plasma où la vitesse est fixée et la paroi absorbante du limiteur. Si on compare les isocontours de densité pour les deux méthodes, on peut voir que les résultats obtenus au même temps sont similaires.

4.2.2 Systèmes Navier-Stokes et Braginskii

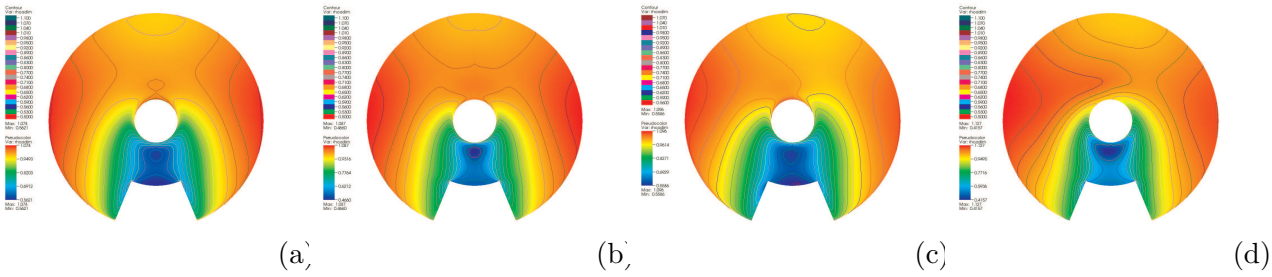

FIGURE 4 – Comparaison des profils de densité à t=1 avec des viscosités scalaire constante (a,c) et de Braginskii (b,c), respectivement en 2D plan et 3D axisymétrique.

Dans cette partie, on présente des résultats obtenus avec le code volumes finis pour le système (5), dans le cas de géométries plane ou axisymétrique, ainsi qu'en considérant une viscosité scalaire constante ou bien tensorielle (Braginskii). Dans le cas plan, les profils de densité à $t = 1$ sont donnés fig. 4.a pour le cas d'une viscosité constante et, fig. 4.b, pour la viscosité de Braginskii. Notons que dans le cas plan, le troisième tenseur de la viscosité de Braginskii donnée par (6) n'influe pas. Les figures 4.c et 4.d donnent les densités pour ces deux formes de viscosité en 3D axisymétrique.

Des phénomènes similaires par rapport au système d'Euler apparaissent, à savoir un flux de matière entre le coeur du plasma et le limiteur. Cependant, par rapport au système Euler, les fronts apparaissent sensiblement lissés. Par ailleurs, pour ces deux géométries, nous pouvons voir en comparant les isocontours de densité que les viscosités constante et de Braginskii donnent des résultats similaires, signe que les phénomènes de transports sont prépondérants. On observe cependant quelques différences dans la partie supérieure du plasma : au dessus du coeur, les isocontours ne présentent pas les mêmes formes.

5 Conclusions

Le travail mené ici a permis d'étudier certains phénomènes complexes qui ont lieu dans le plasma de bord des tokamaks.
L'étude de la diffusion anisotrope sur les phénomènes de rayonnement a révélé que ceux-ci peuvent influer sur la température dans le coeur du plasma et donc altérer les performance du tokamak. Cette étude a révélé la nécessité d'un maillage aligné sur les lignes de champ magnétique, surtout dans le cas d'une méthode éléments finis P_1, par rapport à des méthodes d'ordre élevé, comme les éléments spectraux.
La seconde partie du travail, sur les systèmes Euler puis Navier-Stokes et Braginskii, a permis de tenir compte d'une viscosité dépendant du champ magnétique. Les calculs Navier-Stokes et Braginskii ont conduit à une dynamique génerale similaire, gouvernée par les phénomènes de transport avec la matière qui circule entre le coeur du plasma et le limiteur, avec cependant, une petite incidence des phénomènes visqueux.
Des travaux sont actuellement en cours sur ce système d'équations mais avec l'introduction d'un terme source permettant de confiner le plasma.

Références

[1] Bigot B., 2005. Physique des plasmas. *Dunod.*

[2] Braginskii S.I., 1965. Transport processes in a plasma. *Review of Plasma Physics,* **1** 205-311.

[3] Fischer P.F., 2005. Anisotropic diffusion in a toroidal geometry. *Journal of Physics : Conference Series*, **16**.

[4] Freidberg J.P., 1987. Ideal Magnetohydrodynamics. *Springer.*

[5] Ghendrih Ph., Capes H. et Samain A., 1992. Radiative instability in a diverted plasma. *Phys. Fluids,* **4(5)** 1287-1293.

[6] Grandgirard V., 1999. Modélisation de l'équilibre d'un plasma de tokamak. *Thèse. Université de Besançon.*

[7] Guermond J.L. et Pasquetti R., 2010. Entropy viscosity method for high-order approximation of conservation laws. *Lecture Notes in computational Science and Engineering*, 76, Spectral and high order methods for partial differential equations, J.S. Hesthaven & E.M. Ronquist Eds, 411-418.

[8] Leveque R.J., 2002. Finite Volume Methods for Hyperbolic problems. *Cambridge University Press.*

[9] Tamain P., 2007. Etude des Flux de Matière dans le Plasma de Bord des Tokamaks : Alimentation, Transport et Turbulence. *Thèse. Université de Provence(Aix-Marseille I).*

[10] Toro E.F., 2006. Riemann Solvers and Numerical Methods for fluid dynamics - A practical introduction. *Springer - Verlag.*

[11] http ://ralyx.inria.fr/2008/Raweb/scalapplix/uid33.html

[12] http ://w3.pppl.gov/cemm/project.html