HAL open science

Approches diagrammatiques en musicologie computationnelle

Moreno Andreatta

▶ To cite this version:

Moreno Andreatta. Approches diagrammatiques en musicologie computationnelle. F. Jedrzejewski, C. Lobo et A. Soulez,. Ecrire comme composer : le rôle des diagrammes, Delatour France, p. 15-30, 2021. hal-03414029

HAL Id: hal-03414029
https://hal.science/hal-03414029v1

Submitted on 4 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approches diagrammatiques en musicologie computationnelle

Moreno Andreatta

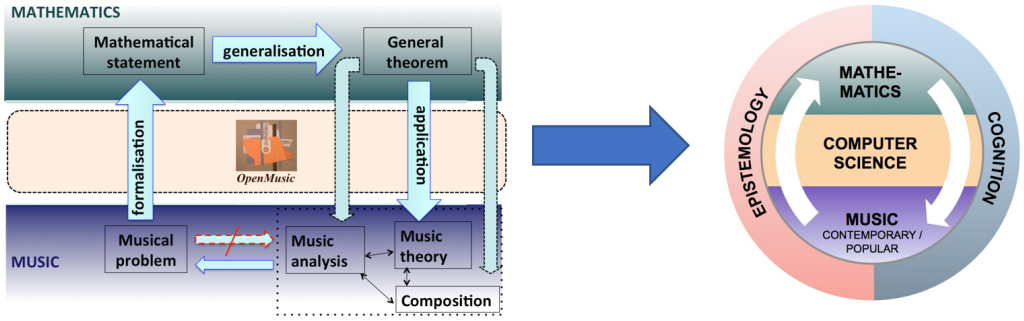
Si l'application de méthodes mathématiques en analyse musicale a accompagné l'émergence et le développement de la musicologie systématique en tant que branche autonome de la *Musikwissenschaft*, l'approche diagrammatique est, quant à elle, beaucoup plus récente. Parmi les différentes orientations de la musicologie computationnelle, le paradigme « transformationnel » s'est focalisé sur la dimension « non objectale » des constructions théoriques en musique, en ouvrant ainsi la voie à une véritable démarche catégorielle en analyse musicale. Cette formalisation diagrammatique ouvre des questions nouvelles susceptibles de réactiver le débat philosophique sur l'actualité de la pensée structurale en musique dans ses rapports profonds avec l'informatique musicale et les sciences cognitives.

1 De la musicologie systématique à la musicologie computationnelle

Les mathématiques accompagnent depuis toujours la réflexion sur les fondements théoriques de la musique. Quoique reléguées initialement au rôle de *Hilfswissenschaften* (ou « disciplines auxiliaires ») au moment de la constitution de la musicologie systématique par Guido Adler, vers la fin du XIXe siècle, elles sont devenues aujourd'hui incontournables dans l'analyse musicale computationnelle. Cela est dû, en particulier, à l'articulation profonde entre *formalisation théorique* et *modélisation informatique* des structures et processus musicaux, une articulation qui renforce la composante *computationnelle* de la musicologie systématique en tant que « recherche [*Aufstellung*] et [la] justification [*Begründung*] des principes les plus généraux » (Adler, 1885) à la base de chaque branche du système musical. Afin de mieux situer le problème de la formalisation diagrammatique des structures et processus musicaux dans une perspective musicologique et de pouvoir en étudier les implications épistémologiques et philosophiques, il est important d'insister sur ces *Hilfswissenschaften* dont la nature est étroitement liée aux méthodes utilisées par le *Working Musicologist* dans sa démarche systématique [1]. Et si l'acoustique figure en tête de liste parmi les disciplines auxiliaires, elle est immédiatement suivie par les mathématiques, ce qui montre qu'il y a chez Adler la conscience qu'une approche

1. Cette appellation est un clin d'œil à l'un des ouvrages de référence de la théorie mathématique des catégories (Mac Lane, 1971) et suggère l'intérêt d'une progressive appropriation d'outils catégoriels dans le travail musicologique vu comme une combinaison d'activité théorique et pratique analytique.

systématique en musicologie demande une autonomie des outils formels issus des mathématiques par rapport à la dimension purement physique (et, en particulier, acoustique). Remarquons également qu'ainsi présentée, la musicologie systématique n'est pas une simple extension de la *Musikwissenschaft* mais implique une réorientation complète de la discipline musicologique vers des questions fondamentales qui ne sont pas par nature d'ordre historique. Cette organisation de la discipline musicologique en deux branches, l'une de type « historique/critique » et l'autre qualifiée par Adler de « systématique/scientifique » offre un cadre conceptuel pour comprendre la naissance et le développement de la théorie de la musique en tant que discipline autonome dont les fondements reposent sur la pensée scientifique. De plus, si historiquement, les rapports entre mathématiques et musique sont conçus sous l'angle applicatif, dans un mouvement qui va des mathématiques vers la musique (« Musica est exercitium arithmeticæ », selon la célèbre définition de Leibniz [2]), on peut aisément renverser cette perspective.



Ex. 1 – Double schéma détaillant la « dynamique mathémusicale » issue d'une articulation entre les trois disciplines (la musique, l'informatique et les mathématiques), à la base respectivement du projet MISA (à gauche) et du projet SMIR (à droite).

En particulier, une formalisation diagrammatique des structures et processus musicaux permet de s'appuyer sur certains problèmes théoriques posés par la musique afin de montrer leur fécondité au sein des mathématiques. Ces problèmes peuvent en effet donner lieu à de nouveaux résultats mathématiques, résultats qui ont, à leur tour, des applications tout à fait inédites en musique. C'est précisément ce double mouvement, de la musique à la formalisation mathématique et des mathématiques aux applications musicales, qui constitue l'essence de ce que nous avons appelé une « dynamique mathémusicale [3] ». Les deux schémas suivants proposent une vue synoptique de cette dynamique qui a été à la base du projet MISA (« Modélisation informatique des structures algébriques en musique »), mené depuis 2004 au sein de l'équipe Représentations musicales de l'Ircam et, plus récemment, à l'Irma de

2. C'est ainsi que le mathématicien s'exprime dans une lettre adressée à son collègue Christian Goldbach, le 17 avril 1712. Voir Leibniz (1734, p. 240).

3. Voir Andreatta (2010).

Strasbourg dans le cadre d'un nouveau projet, appelé SMIR (*Structural Music Information Research*). Ce projet ouvre explicitement la recherche musicale au domaine de la *popular music* (rock, pop, jazz et chanson) tout en intégrant également les aspects épistémologiques et cognitifs (voir Ex. 1).

2 De la *Set Theory* à la *Transformational Theory*

Une analyse de la tradition ensembliste américaine en théorie musicale, ainsi que de sa version transformationnelle successive, montre la pertinence des deux schémas précédents dans l'étude d'une panoplie de problèmes musicaux [4]. Dans de multiples cas, l'on assiste à une anticipation de la part des théoriciens de la musique, analystes et compositeurs d'un certain nombre de concepts et constructions formelles que l'on retrouve de façon indépendante dans différentes branches des mathématiques. Ces constructions doivent beaucoup au rôle joué par le compositeur et théoricien de la musique Milton Babbitt au sein de celle qu'on appelle traditionnellement « l'école de Princeton » (Gleason, 2015). Babbitt a été en effet le premier à comprendre que

> la force de tout « *système* musical » ne reposait pas dans son appréhension en tant que contraintes universelles pour toute musique, mais en tant que constructions théoriques alternatives, enracinées à l'intérieur d'une communauté d'assomptions et de principes empiriques partagés, et *validés* par la *tradition*, l'*expérience* et l'*expérimentation* (Boretz, Cone, 1972) [5].

Comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises [6], dans sa démarche théorique, Milton Babbitt est clairement influencé par le courant philosophique du positivisme logique qui en constitue les fondements épistémologiques. Une comparaison des points de vue respectifs autour de la notion de « structure » est éclairante à ce propos :

Comme l'affirme Rudolf Carnap,

> Pour développer le concept de *structure* qui est au fondement de la théorie de la constitution, nous partons de la différence entre deux types de description des objets d'un domaine quelconque. Nous appelons ces deux types de description, *description de propriété* et *description de relation*. [...] La description de relation se trouve au commencement de tout le système de constitution et forme ainsi la base de la science dans son ensemble. En outre, le but de toute théorie scientifique est de devenir une pure description de relation quant à son contenu (Carnap 1928/2002).

4. Ces problèmes vont de la relation Z en musique (et ses liens avec la théorie de l'homométrie) jusqu'aux théories diatoniques et néo-riemanniennes (et leurs rapports avec le calcul spatial et la théorie des catégories). Voir Andreatta (2010 et 2018a) pour un aperçu des différents problèmes théoriques rencontrés dans le cadre respectivement du projet MISA et du projet SMIR.

5. Dans cette citation, ainsi que dans les citations suivantes, c'est nous qui soulignons certains passages.

6. Voir, en particulier, notre contribution à l'ouvrage *À la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie*, (Andreatta, 2012).

Ces propos consonnent avec la position de Milton Babbitt selon lequel le système dodécaphonique

> peut être caractérisé complètement en explicitant les *éléments*, les *relations* [...] entre ces éléments et les *opérations* sur les éléments ainsi reliés. [...] Toute considération sur les opérations du système doit procéder de la conscience de leur nature permutationnelle. (Babbitt, 1960)

D'autres comparaisons entre les textes des commentateurs du positivisme logique et ceux de la tradition américaine mettent en évidence la dimension profondément « scientiste » à la base des deux courants respectifs. Comme l'affirme Alfred J. Ayer :

> ll n'existe aucun domaine de l'expérience qui ne puisse, en principe, être placé sous la forme d'une loi scientifique, ni aucun type de connaissance spéculative du monde qui soit, en principe, au-delà du pouvoir de la science [...]. Les propositions de la philosophie ne sont pas de caractère factuel mais linguistique – c'est-à-dire qu'elles ne décrivent pas le comportement des objets physiques ou mentaux ; elles expriment des définitions, ou les conséquences formelles de définitions (Ayer, 1952).

Il s'agit d'une position théorique qui est tout à fait analogue à celle défendue par le compositeur de Princeton dans son célèbre article autour de la nature et les limites de la théorie de la musique en tant que discipline scientifique :

> il n'y a qu'une seule sorte de langage, une seule sorte de formulation verbale des « concepts » et d'analyse verbale de telles formulations : le langage « scientifique » et la méthode « scientifique ». [...] Progressivement du concept à la loi (généralité synthétique), nous arrivons au système de lois déductivement interreliées qu'est une théorie énonçable sous la forme d'un ensemble mis en relation d'axiomes, de définitions et de théorèmes – les preuves qui ont été dérivées au moyen d'une logique adéquate. Une théorie musicale se réduit, ou devrait se réduire, à une telle théorie formelle quand les prédicats et les opérations non interprétés sont substitués aux termes et opérations faisant référence aux observables musicaux (Babbitt, 1961/1972).

Comme nous l'avons montré à maintes reprises [7], le concept de *structure* est essentiel si l'on veut comprendre la puissance d'une approche diagrammatique en musique, approche que l'on retrouve à la fois dans l'école américaine mais également dans une tradition européenne que j'ai proposé d'appeler « l'école formelle française [8]. » Pour cela, on peut analyser l'évolution du concept de structure ma-

7. À partir de notre thèse de doctorat (Andreatta, 2003) ainsi que dans les études théoriques successives (Andreatta 2008, 2012, 2014a, 2015).

8. À cette tradition appartiennent de propositions théoriques de figures majeures de la musicologie systématico-computationnelle européenne (d'Edmond Costère à André Riotte en passant par Pierre Barbaud, Henri Pousseur, Anatol Vieru et Iannis Xenakis). L'appellation « française » ne concerne évidemment pas la dimension géographique d'appartenance des figures évoquées mais suggère plutôt la réception de ces propositions théoriques, en France en particulier, par rapport à d'autres pays européens (Andreatta, 2014b). Voir également l'ouvrage récent de Franck Jedrzejewski pour une étude exhaustive de plusieurs parmi ces propositions théoriques (Jedrzejewski, 2019).

thématique au sein de l'algèbre moderne à partir du « programme d'Erlangen » de Felix Klein (1872) jusqu'aux développements les plus récents sur la théorie mathématique des catégories, en passant par l'axiomatique hilbertienne et l'expérience bourbakiste [9]. Notre approche computationnelle de type *paradigmatique* au problème de la classification de structures musicales, approche qui est désormais intégrée dans l'environnement informatique « MathsTools » d'*OpenMusic* [10], peut être considérée comme une véritable transposition en musique du programme de Klein qui consiste à étudier la géométrie en fonction des structures algébriques qui opèrent sur celle-ci. À chaque espace géométrique correspond, ainsi, un groupe de transformations, si bien que la géométrie euclidienne n'est qu'un choix possible d'un groupe de transformations et des invariants associés. Le formalisme de Hilbert et l'approche structurale de Bourbaki sont deux moments de la pensée mathématique contemporaine qui ont influencé de façon décisive la naissance et l'évolution de la théorie de la musique au sens moderne. Cela permet notamment de comprendre la nature algébrique aussi bien de la *Set Theory* d'Allen Forte que de la *Transformational Theory* de David Lewin. L'architecture *paradigmatique* proposée dans l'environnement « MathsTools » d'*OpenMusic* permet ainsi à l'analyste de choisir son propre critère d'équivalence entre des structures d'accords en utilisant comme *paradigmes* d'analyse les différents groupes que l'on peut choisir de faire opérer sur l'espace musical [11].

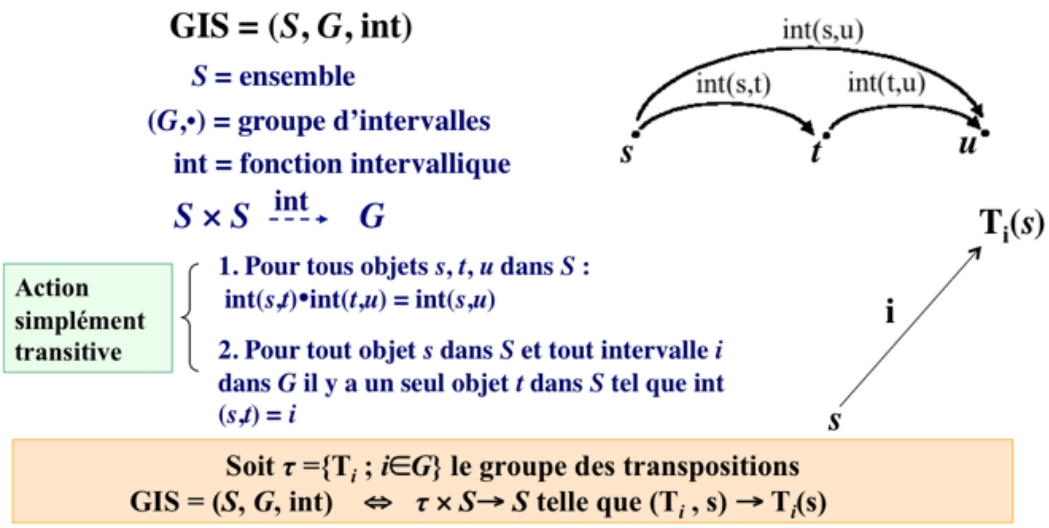
Le dépassement du cadre strictement ensembliste de la *Set Theory* par l'approche transformationnelle, avec la prise en compte du caractère spatial des formes temporelles, constitue un véritable tournant en analyse musicale. Pour cela, il a été nécessaire tout d'abord de cerner la nature « non objectale » de la notion d'intervalle en musique. Un intervalle devient ainsi un élément d'un groupe, comme le montre la structure de *Generalized Interval System* introduite par David Lewin (voir Ex. 2) [12].

9. Nous renvoyons le lecteur à des ouvrages dont la réflexion à la fois historique et philosophique a des résonances tout à fait remarquables avec la recherche « mathémusicale » contemporaine. Voir, en particulier, Corry (1996), Patras (2001), Krömer (2007), Marquis (2009) et Zalamea (2018).

10. L'environnement « MathsTools » a été conçu en collaboration étroite avec Carlos Agon et Jean Bresson qui en ont accompagné les évolutions dans les différentes versions du langage de programmation *OpenMusic*.

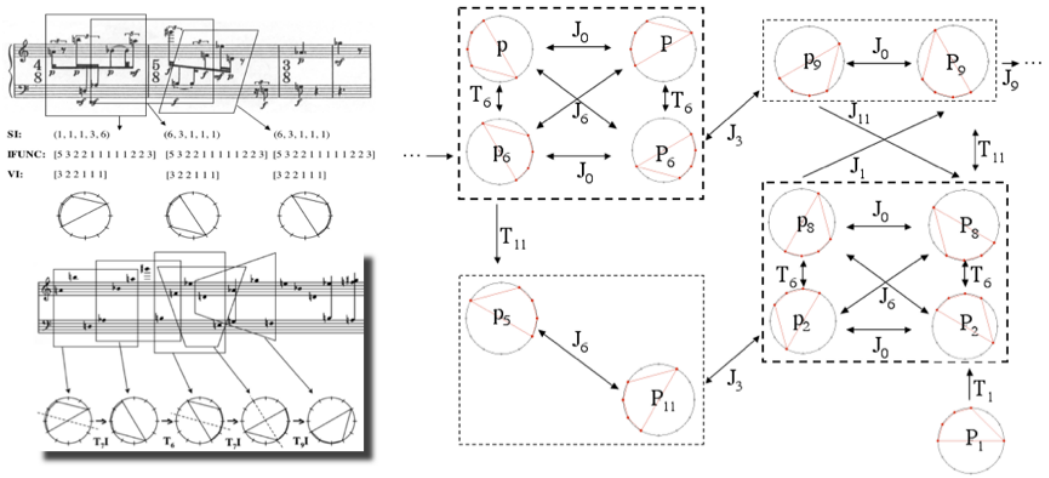
11. Le terme *paradigmatique* a été choisi pour souligner la portée philosophique de l'approche algébrique en analyse musicale. Les groupes algébriques jouent en effet le rôle de paradigmes dans un sens très proche de celui utilisé par Thomas Kuhn dans son analyse de la structure des révolutions scientifiques (Kuhn, 1962). L'idée sous-jacente est celle de l'intérêt, pour un analyste ou un musicologue, de choisir le « paradigme » le mieux approprié pour décrire de façon pertinente un phénomène musical observé. Notons que le terme paradigmatique avait également été adopté en musicologie par Nicolas Ruwet dans son approche structuraliste de l'analyse musicale fortement influencée par la linguistique (Ruwet, 1966). Notre approche paradigmatique basée sur la théorie des groupes de transformations suggère cependant une nouvelle interprétation de la démarche structurale en analyse musicale, indépendamment de toute considération sur le rapport entre musique et langage. Nous reviendrons en conclusion sur les implications philosophiques d'une telle démarche.

12. Voir Lewin (1987/2007) pour les fondements théoriques de l'analyse musicale transformationnelle basée sur la structure de « Système d'intervalles généralisés » ou GIS.



Ex. 2 – Axiomes pour la structure de GIS et son équivalence avec la notion d'action d'un groupe sur un ensemble.

La structure de GIS en tant que construction théorique permet à l'analyste de représenter une partition de façon diagrammatique en tant que réseau de transformations dans lequel différentes parties peuvent être mises en relation lorsque l'on retrouve le même type de flèches entre les objets musicaux. L'un des exemples les plus célèbres est sans doute l'analyse du *Klavierstück III* de Stockhausen par David Lewin (1993), représenté sur l'Ex. 3.



Ex. 3 – Exemple de démarche transformationnelle en analyse musicale : représentation du Klavierstück III de Stockhausen à l'aide d'une progression transformationnelle (gauche) et d'un réseau transformationnel (droite)

Comme le souligne David Lewin, l'analyse transformationnelle implique non seulement la *construction* d'un réseau d'ensembles de classes de hauteurs mais également l'*utilisation* de cette architecture formelle afin de dégager des critères de pertinence pour la perception des structures en jeu dans la pièce. L'intérêt de *construire* un réseau transformationnel réside ainsi dans la possibilité de l'*utiliser* à la fois pour « structurer » l'écoute par rapport à la singularité de l'œuvre analysée mais également pour établir des critères formels qui pourront servir pour aborder le problème de son interprétation. Cette construction s'appuie, en effet, sur une volonté implicite de l'analyste de rendre *intelligible* une logique musicale à l'œuvre dans la pièce analysée. Cette logique se concrétise à travers une mise en relation d'objets et de morphismes dans un espace abstrait de potentialités. Il s'agit donc d'une pensée musicale qui est donc éminemment diagrammatique, ce qui constitue un changement majeur par rapport à la démarche purement ensembliste de la *Set Theory* traditionnelle. Pour paraphraser la conclusion de Lewin, dans le cas des progressions transformationnelles, quand nous sommes à un point d'une telle progression, nous sommes à un instant précis du temps, de la *narration* de la pièce, tandis que dans le cas d'un réseau abstrait, nous sommes plutôt à un point bien défini à l'intérieur d'un *espace* créé par la pièce. Dans un réseau spatial, les différents événements musicaux « se déroulent à l'intérieur d'un univers bien défini de relations possibles tout en rendant l'espace abstrait de cet univers accessible à nos sensibilités. Autrement dit, l'histoire projette ce qu'on appelle traditionnellement la forme [13]. »

Grâce à son substrat catégoriel, on peut proposer de façon légitime, comme nous l'avons suggéré ailleurs [14], des rapprochements entre la théorie transformationnelle en analyse musicale et de nouveaux courants de la psychologie du développement ayant recours à la théorie mathématique des catégories. Les morphismes permettent en effet « la prise en compte d'un aspect de la cognition logico-mathématique qui ne procède pas de la transformation du réel (opérations et groupements d'opérations) mais de la simple activité de *mise en relation* [15] ». Cette lecture de l'approche catégorielle éclaircit, à notre avis, un aspect fondamental de l'analyse musicale transformationnelle, à savoir à la fois le dépassement d'une vision taxinomique et ensembliste en musique mais aussi l'attention portée vers les transformations. Celles-ci sont susceptibles de s'enchaîner non seulement selon un ordre qui respecte le déroulement chronologique de la pièce mais aussi selon une « logique opératoire » créée par l'analyste (et, éventuellement, perceptible par l'auditeur) [16]. On retrouve ainsi la dualité entre l'« objectal » (c'est-à-dire la composante ensembliste) et l'« opératoire », pour reprendre une polarité qui est au cœur de la pensée de l'épistémologue Gilles-Gaston Granger (1994). À travers cette dualité, comme l'affirme Granger, « la saisie perceptive d'un phénomène se dédouble en acte de position d'objet et en un système d'opérations [17]. » En même temps, à travers

13. Lewin (1993/2007 : 41).
14. Voir Acotto et Andreatta (2012).
15. Houdé et Miéville (1993 : 116).
16. Voir à ce propos la partie conclusive de l'essai de D. Lewin sur le *Klavierstück III* de Stockhausen (Lewin, 1993/2007).
17. Granger (1994 : 57).

l'utilisation de réseaux transformationnels, on touche également à l'articulation entre rétention et protention qui est constituante de la phénoménologie husserlienne, ce qui justifie l'appellation que nous avons proposée de cette approche en tant que démarche « phénoméno-structurale [18] » en analyse musicale. La *Set Theory*, dans sa version transformationnelle, représente ainsi une démarche grâce à laquelle on pourrait arriver à concilier certaines instances du structuralisme, avec d'autres orientations philosophiques, en particulier issues de la phénoménologie husserlienne. En effet, de même que « la phénoménologie husserlienne des mathématiques est structurale en ce qu'elle se fixe sur les invariances [...] dont elle fait le cœur de l'objectité mathématique en tant qu'objectité formelle [19] », l'analyse transformationnelle est phénoménologique tout en étant structurale, le groupe de transformations qui opère sur l'espace musical étant confronté systématiquement au processus perceptif propre à la subjectivité de l'analyste.

Cette interprétation philosophique de l'approche transformationnelle permet d'avancer l'hypothèse d'une généalogie algébrico-géométrique du structuralisme qui nous semble ouvrir des perspectives intéressantes en musique [20]. Elle permet notamment d'établir un fil rouge entre le Programme d'Erlangen de Klein et l'épistémologie génétique de Piaget, en passant par la dualité entre objet (ou substance) et opération (ou fonction) que l'on retrouve *in nuce* chez Cassirer (1910) et, ensuite, appliquée au domaine de la perception visuelle et auditive, toujours par Cassirer (1944) et finalement thématisée en tant que concept philosophique chez Granger (1947).

Comme l'affirme Ernst Cassirer :

> La *nature d'une géométrie* donnée est définie par rapport à un *groupe* déterminé et la façon avec laquelle des formes spatiales sont liées entre elles à l'intérieur de ce type de géométrie [...] [21]. On peut se poser la question de savoir s'il y a des concepts et des principes qui sont [...] des conditions nécessaires pour à la fois la constitution du monde perceptuel et la construction de l'univers de pensée géométrique. Il me semble que le *concept de groupe* et la *notion d'invariance* sont précisément ces principes. (Cassirer, 1944).

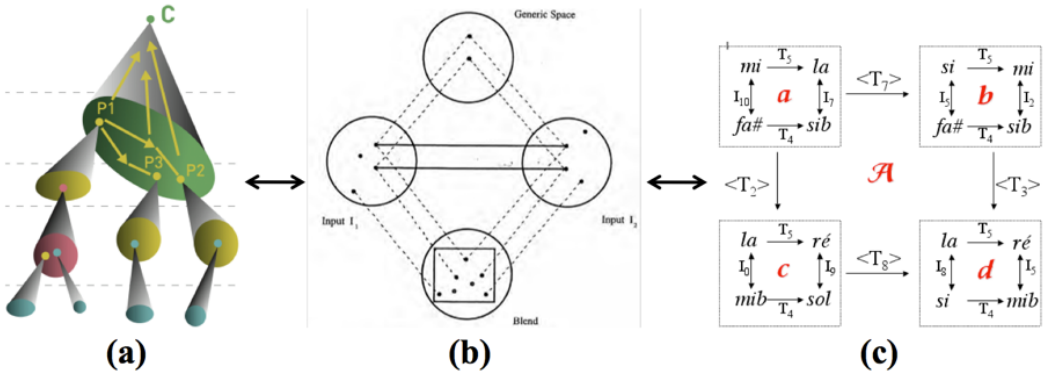
De même, chez Granger :

> [C'est la *notion de groupe* qui] donne un sens précis à l'*idée de structure* d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son *schéma opératoire* le domaine envisagé. [...] L'objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu'il relie. [...] Intégrer les

18. Voir, en particulier, Andreatta (2012 et 2014a).
19. Voir Benoist (2007).
20. Cette hypothèse est également compatible avec l'idée d'une généalogie morphologique du structuralisme avancée par Jean Petitot, et qui est également pertinente en musique. Voir, en particulier, Petitot (1999) ainsi que notre étude récente sur les liens entre théorie des catastrophes et recherche *mathémusicale* (Andreatta, 2018b).
21. Cassirer se réfère ici explicitement au Programme d'Erlangen de F. Klein que nous avons évoqué précédemment.

> résultats – symbolisés – d'une expérience nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un *groupe de transformations* plus complexe et plus compréhensif (Granger, 1947/2004).

L'exemple Ex. 4 suggère les analogies entre des modèles cognitifs basés sur la théorie des catégories (comme les « Systèmes évolutifs à mémoire » conçus par A. Ehresmann et J.-P. Vanbremeersch) ou susceptibles d'être formalisés à l'aide d'approches diagrammatiques (comme le « Conceptual Blending » de G. Fauconnier et M. Turner [22]) et des approches diagrammatiques en analyse musicale (tels les *K-nets* ou *Klumpenhouwer Networks*).



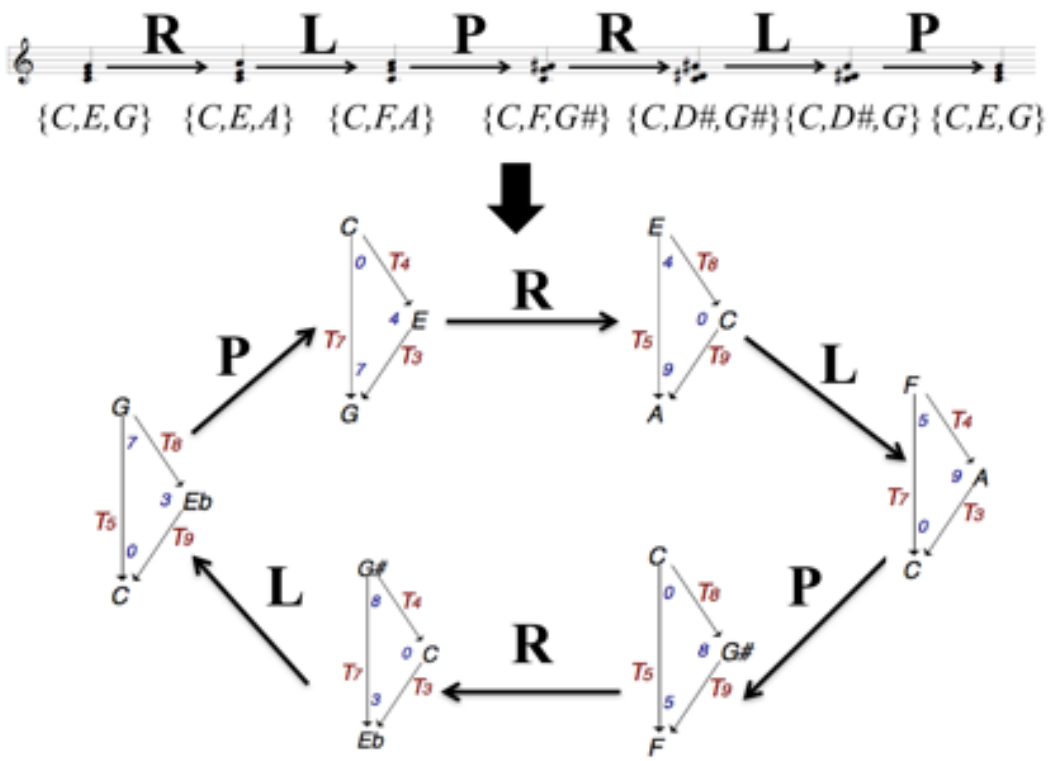
Ex. 4 – (a) Processus de « colimite » à la base des systèmes évolutifs à mémoire (Ehresmann et Vanbremeersch, 2007) ; (b) réseau minimal pour le « blending conceptuel » (Fauconnier & Turner, 2002) et (c) exemple d'un réseau transformationnel particulier appelé *K-net* ou *Klumpenhouwer Network*

À partir d'un travail de formalisation catégorielle de certains réseaux transformationnels, tels les *K-nets* en particulier, il est donc tout à fait possible d'arriver à proposer un cadre conceptuel dont les enjeux épistémologiques et cognitifs dépassent largement les démarches structuralistes en musique issues d'approches sémiologiques ou sémiotiques. Pour reprendre les propos qui ont animé les derniers travaux de Piaget sur l'approche catégorielle à l'épistémologie génétique :

> La *théorie des catégories* est une théorie des constructions mathématiques, qui est macroscopique, et procède d'étage en étage. Elle est un bel exemple d'*abstraction réfléchissante*, cette dernière reprenant elle-même un principe constructeur présent dès le stade sensori-moteur. Le *style catégoriel,* qui est ainsi à l'image d'un aspect important de la *genèse des facultés cognitives,* est un style adéquat à la description de cette genèse (Piaget *et al.*, 1990).

22. C'est précisément la démarche catégorielle qui permet de passer du *Conceptual* Blending de Fauconnier et Turner au *Structural* Blending de Goguen (Goguen 1999), une construction dont les applications en musicologie computationnelle sont très prometteuses (Kaliakatsos-Papakostas *et al.*, 2017).

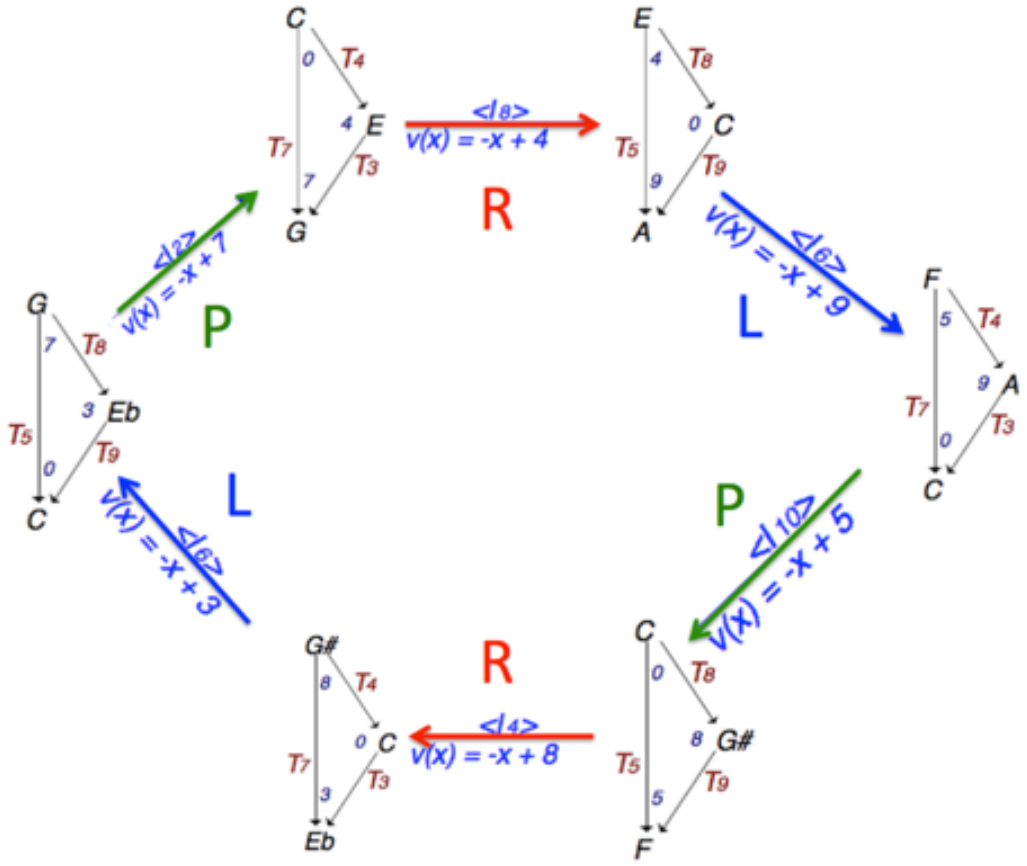
Un très bon candidat pour une telle démarche est le *Tonnetz* (ou réseau transformationnel d'accords majeurs et mineurs) avec les trois opérateurs néo-riemanniens traditionnels : P (comme *parallèle*), R (comme *relatif*) et L (comme *Leitonwechsel*). L'exemple Ex. 5 montre l'un des cycles générateurs du *Tonnetz* dans la notation musicale traditionnelle et dans sa représentation spatiale en tant que collection de *K-nets* (Andreatta *et al.*, 2018).



Ex. 5 – Cycle hexagonal générateur du Tonnetz représenté dans un cadre catégoriel déployant les transformations entre des accords majeurs et mineurs vues comme des *K-nets transpositionnels* (i.e. graphes étiquetés par des simples opérations de transposition)

C'est le point de départ pour un travail catégoriel permettant d'aboutir à une généralisation élégante et opérationnelle des *K-nets* à travers le concept de *PK-net*, véritable approche diagrammatique des théories transformationnelles susceptible d'être intégrée dans une démarche analytique de type computationnel [23]. L'exemple Ex. 6 explicite le cycle générateur du *Tonnetz* à travers les isographies négatives associées ainsi que les transformations naturelles permettant d'avoir un contrôle sur le *mapping* de chaque sommet des *PK-nets* (Popoff *et al.*, 2016).

23. Voir Popoff *et al.* (2015, 2016, 2018, 2019).



Ex. 6 – Lien entre les opérateurs néo-riemanniens du *Tonnetz* et les relations isographiques (ou isomorphismes) des *PK-nets* associés.

Cette formalisation nous incite à poursuivre notre volonté de réactiver le débat philosophique sur l'actualité de la pensée structurale en musique dans ses rapports profonds avec l'informatique musicale et les sciences cognitives. Elle est dans ce sens une étape essentielle à notre avis pour arriver à cerner la dimension phénoménologique de l'analyse musicale transformationnelle. En effet, comme l'a bien exprimé Jocelyn Benoist dans une citation qui nous semble pouvoir se transférer de façon tout à fait naturelle en analyse musicale :

> La pensée catégoriale n'est pas du tout étrangère, dans ses fondements, au type de « structuralisme » qui est celui de la phénoménologie, simplement en en faisant, avec des moyens que la phénoménologie ne pouvait pas soupçonner pour des raisons tenant à l'avancement du savoir mathématique autour de 1900, un structuralisme dynamique qui, par certains côtés, est beaucoup plus phénoménologique [...] que celui-là même que la phénoménologie pouvait proposer. [...] Il nous semble que, aujourd'hui, la théorie mathématique des catégories fournit, peut-être pour la première fois, un cadre théorique à ce que pourrait être une

> véritable épistémologie phénoménologique des mathématiques, ainsi que du point de vue philosophique en général, un extraordinaire champ d'application à la phénoménologie. Elle nous donne enfin les moyens de remplir ce qui a toujours été le programme de la phénoménologie, à savoir *ne jamais séparer le concept de l'intuition.* (Benoist, 2007)

Remerciements. Le travail que nous avons présenté ici est le fruit d'une collaboration avec Alexandre Popoff, Andrée Ehresmann et Carlos Agon et constitue l'un des axes du projet SMIR (*Structural Music Information Research*) soutenu par l'USIAS (l'Institut d'Études Avancées de l'Université de Strasbourg). Ce projet est mené actuellement dans une collaboration étroite entre l'IRMA (Institut de recherche mathématique avancée), le GREAM (Groupe de Recherches Expérimentales sur l'Acte Musical) de l'université de Strasbourg et l'équipe Représentations musicales de l'Ircam. Pour plus d'informations, voir à l'adresse : http ://repmus.ircam.fr/moreno/smir

Références

[1] Acotto, E., Andreatta, M. (2012), « Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music », *Mathematics and Social Sciences*, n° 199 (3), p. 9-26.

[2] Adler, G. (1885), « Umfang, Methode und Ziel der Musikwissenschaft », *Vierteljahresschrift für Musikwissenschaft*, vol. 1, p. 5-20.

[3] Andreatta, M. (2003), *Méthodes algébriques en musique et musicologie du* XXe *siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*, thèse de doctorat, EHESS/Ircam.

[4] Andreatta, M. (2008), « Calcul algébrique et calcul catégoriel en musique : aspects théoriques et informatiques », *Le calcul de la musique*, L. Pottier (éd.), Publ. de l'univ. de Saint-Etienne, p. 429-477

[5] Andreatta, M. (2010), *Mathematica est exercitium musicae : la recherche « mathémusicale » et ses interactions avec les autres disciplines*, habilitation à diriger des recherches en mathématiques, Institut de Recherche Mathématique Avancée (IRMA), Université de Strasbourg.

[6] Andreatta, M. (2012), « Mathématiques, musique et philosophie dans la tradition américaine : la filiation Babbitt/Lewin », in M. Andreatta, F. Nicolas et Ch. Alunni (dir.), *À la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie : dix ans de séminaire mamuphi*, Sampzon, Delatour France ; Paris, Ircam-Centre Pompidou, p. 51-74.

[7] Andreatta M. (2014a), « Une introduction musicologique à la recherche mathémusicale », *Circuit*, vol. 24, n° 2, p. 51-66.

[8] Andreatta M. (2014b), « Approches mathématiques en théorie musicale : l'« école formelle » française et son héritage », *communication au congrès de la GMTH*, Genève, 17 octobre 2014.

[9] Andreatta M. (2015), « Autour de la Set Theory et de l'analyse de la musique atonale : démarche structurale et approche phénoménologique à partir des écrits de Célestin Deliège », dans *Modernité musicale au xx*e *siècle et musicologie critique. Hommage à Célestin Deliège* (sous la direction de Valérie Dufour et Robert Wangermée), collection de l'Académie, Bruxelles, p. 93-110.

[10] Andreatta, M. (2018a), « From music to mathematics and backwards : introducing algebra, topology and category theory into computational musicology », in M. Emmer and M. Abate (eds.), *Imagine Math 6 – Mathematics and Culture, xxth Anniversary*, Springer, p. 77-88.

[11] Andreatta M. (2018b), « Stabilité structurelle et morphogenèse musicales : La théorie des catastrophes et la recherche mathémusicale », in A. Papadopoulos (dir.), *René Thom. Portrait mathématique et philosophique*, éditions du CNRS, p. 381-396.

[12] Andreatta, M., A. Ehresmann, R. Guitart, G. Mazzola, (2013), « Towards a categorical theory of creativity », *Proceedings of the Conference MCM 2013, McGill University, Montreal, June 12-14, 2013*. Lecture Notes in Computer Science / LNAI, Springer, p. 19-37

[13] Andreatta M., C. Agon, A. Popoff, A. Ehresmann (2018), « Diagrammatic approaches in Computational Musicology : Some theoretical and Philosophical Aspects », in P. Chapman *et al.* (eds.), *Diagrammatic Representation and Inference. 10th International Conference, Diagrams 2018, Edinburgh, June 18-22, 2018*, p. 803-806.

[14] Ayer, A. J. (1952), *Language, Truth and Logic*, Penguin Modern Classics.

[15] Babbitt, M. (1960), « Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants », *Musical Quarterly*, 46, p. 245-259.

[16] Babbitt, M. (1961/1972), « Past and present concepts of the nature and limits of music » (repris dans Boretz et Cone, 1972, p. 3-9).

[17] Benoist, J. (2007), « Mettre les structures en mouvement : la phénoménologie et la dynamique de l'instuition conceptuelle. Sur la pertinence phénoménologie de la théorie des catégories », L. Boi, P. Kerszberg, F. Patras (éd.), *Rediscovering Phenomenology*, Springer.

[18] Boretz, B. et Cone, E. T. (1972), *Perspectives on Contemporary Music Theory*, W.W. Norton and Company, New York.

[19] Carnap, R. (1928), *Die logische Aufbau der Welt* (tr. fr. *La construction logique du monde*, Vrin, 2002).

[20] Cassirer, E. (1910), *Substanzbegriff und Funktionsbegriff : Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*. Berlin, Bruno Cassirer (tr. fr. *Substance et fonction*, Paris, éd. Minuit, 1977).

[21] Cassirer, E. (1944), « The concept of group and the theory of perception », *Philosophy and Phenomenological Research*, V/1, 1-36.

[22] Corry, L. (1996), *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*, Basel ; Boston, Birkhäuser Verlag.

[23] Ehresmann, A. Ch. et J.-P. Vanbremeersch (2007), *Memory Evolutive Systems : Hierarchy, Emergence, Cognition*, Elsevier, Amsterdam.

[24] Fauconnier, G. & M. Turner (2002), *The way we think*, Basic Books.

[25] Gleason, S. M. (2015), « Princeton Theory's Problematic of Solipsism », *Theoria : Historical Aspects of Music Theory*, n° 22, p. 131-188.

[26] Goguen, J. (1999), « An introduction to algebraic semiotics, with application to user interface design ». In C. L. Nehaniv (ed.), *Computation for Metaphors, Analogy, and Agents*, vol. 1562 of Lecture Notes in Computer Science, p. 242–291.

[27] Granger, G.-G. (1947), « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », in *Formes, opérations, objets*, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin.

[28] Houdé, O., Miéville, D. (dir.), (1993), *Pensée logico-mathématique, nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris, Presses universitaires de France, pp. 47-119.

[29] Jedrzejewski, F. (2019), *Hétérotopies musicales. Modèles mathématiques de la musique*, Collection « Théorie de la Musique », Hermann.

[30] Klein, F. (1872), « Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen », in *Mathematische Annalen*, 43 (1893) 63-100. Tr. fr. : *Le Programme d'Erlangen. Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes*, Paris, Gauthier-Villars, 1974.

[31] Krömer, R. (2007), *Tool and Object : A History and Philosophy of Category Theory*, Basel, Birkhäuser.

[32] Kuhn, Th. S. (1962), *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago, University of Chicago Press.

[33] Leibniz, G. W. (1734), « Lettre à Goldbach (17 avril 1712) », in *Epistolae ad diversos*, Leipzig, tome 1.

[34] Lewin, D. (1987), *Generalized Musical Intervals and Transformations*, Yale University Press. Nouvelle édition, Oxford University Press, 2007.

[35] Lewin, D. (1993), *Musical Form and Transformation : Four Analytic Essays*, Yale University Press. Nouvelle édition, Oxford University Press, 2007.

[36] Mac Lane, S. (1971), *Categories for the Working Mathematician,* Springer.

[37] Marquis, J.-P. (2009), *From a Geometrical Point of View : A Study of the History and Philosophy of Category Theory*, Dordrecht, Springer.

[38] Patras, F. (2001), *La pensée mathématique contemporaine*, Paris, Presses universitaires de France.

[39] Patras, F. (2003), « Phénoménologie et théorie des catégories » in L. Boi (éd.), *New Interactions of Mathematics with Natural Sciences and the Humanities*, Springer.

[40] Petitot, J. (1999), « La Généalogie morphologique du structuralisme », numéro spécial sur Claude Lévi-Strauss (ed. M. Augé), *Critique* 620 (1), p. 97-122.

[41] Piaget, J. Gil Henriques et Edgar Ascher (1990), *Morphismes et Catégories. Comparer et transformer*, Paris et Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

[42] Popoff A., M. Andreatta, A. Ehresmann, (2015), « A Categorical Generalization of Klumpenhouwer Networks », *Proceedings of the Conference MCM 2015, Queen Mary University, London, June 22-25, 2015.* Lecture Notes in Computer Science / LNAI, Springer, p. 303-314

[43] Popoff A., C. Agon, M. Andreatta, A. Ehresmann (2016), « From K-Nets to PK-Nets : A Categorical Approach », *Perspectives of New Music,* 54 (2), p. 5-63.

[44] Popoff A., M. Andreatta, A. Ehresmann (2018), « Relational PK-Nets for Transformational Music Analysis », *Journal of Mathematics and Music*, vol. 12, n° 1, p. 35-55.

[45] Popoff A., M. Andreatta, A. Ehresmann (2019), « Groupoids and Wreath Products of Musical Transformations : A Categorical Approach from poly-Klumpenhouwer Networks », in M. Montiel *et al.* (eds), *Proceedings of the Mathematics and Computation in Music Conference 2019*, Springer, p. 33-45.

[46] Ruwet, N. (1966), « Méthodes d'analyse en musicologie », *Revue belge de musicologie*, vol. 20, p. 65-90.

[47] Viel, N. (2014), *La musique et l'axiome. Création musicale et néo-positivisme au* XXe *siècle*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.

[48] Zalamea, F. (2012/2018), *Synthetic Philosophy of Contemporary Mathematics*, Urbanomic (tr. fr. par Ch. Alunni, *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine*, Paris, Hermann, 2018).