

## "... die Musik in immer neue Richtungen fließen ... ": Walter Zimmermann et les carrés magiques

José-Luis Besada, Moreno Andreatta, José L Besada

### ▶ To cite this version:

José-Luis Besada, Moreno Andreatta, José L Besada. "... die Musik in immer neue Richtungen fließen ... ": Walter Zimmermann et les carrés magiques. Les jeux subtils de la poétique, des nombres et de la philosophie. Autour de la musique de Walter Zimmermann, Hermann., pp.141-165, 2021. hal-03414014

### HAL Id: hal-03414014 https://hal.science/hal-03414014v1

Submitted on 5 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

### « ... DIE MUSIK IN IMMER NEUE RICHTUNGEN FLIEßEN ... » : Walter Zimmermann et les carrés magiques

### par José L. BESADA et Moreno ANDREATTA

Au cours d'un ensemble de conversations entre le compositeur Walter Zimmermann et le musicologue Richard Toop – récemment publiées à titre posthume –, le premier évoquait sa conférence intitulée « Gehangen oder Gelassen » pendant les cours de Darmstadt en 1984. Le compositeur mentionnait dans ce contexte son usage d'un ensemble de carrés en tant qu'outils pour la composition, discutant en particulier le cas de son concerto pour violoncelle et orchestre Subrisio saltat / Seiltänze (2002-06). Pour une justification de cette démarche, Zimmermann soulignait la volonté esthétique conduisant à son choix :

« Ma façon de composer est paradoxale dans le sens qu'elle utilise un système pour ne pas être piégés dans des systèmes. Cela a été, jusqu'à présent, ma seule solution au problème de dépasser l'ego du compositeur, qui tend à dominer l'auditeur en exprimant un contenu émotionnel dans ses compositions. Je vise à trouver un moyen de partager avec l'auditeur, afin de pouvoir écouter de la même manière qu'une personne du public. Par conséquent, j'utilise des méthodes pour laisser la musique s'écouler dans de nouvelles directions et je ne m'engage pas pour une manière unique et spécifique d'écouter. J'appelle ce procédé "tonalité non centrée". Elle permet à la fois de percevoir le centre et de flotter entre différents centres¹ ».

Notre texte a pour but de discuter plusieurs aspects de cette démarche ainsi que ses conséquences. Nous mettrons notamment l'accent sur l'usage chez Zimmermann des carrés magiques et des nombres premiers, en tant qu'outils paradigmatiques parmi ses données tabulées pour la composition musicale. Pour cela, nous commencerons avec quelques rappels sur les carrés magiques et les nombres premiers, en parallèle avec un certain

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> SPARRER Walter-Wolfgang, Ursache und Vorwitz. Walter Zimmermann im Gespräch mit Richard Toop, Hofheim, Wolke, 2019, p. 147. Notre traduction.

parcours historique rapprochant la musique et les mathématiques. Ensuite, nous commenterons plusieurs cas tirés de l'œuvre de Zimmermann, tout en ajoutant deux abstractions conceptuelles qui relient les différentes études de cas. Finalement, nous proposerons une discussion critique de la notion de tonalité non centrée – « nicht-zentrierte Tonalität » – chez Zimmermann, en relation avec d'autres conséquences – notamment rythmiques et formelles – de son emprunt des objets mathématiques.

#### CARRÉS MAGIQUES ET NOMBRES PREMIERS : UNE HISTOIRE MATHÉMATIQUE... ET DES ARTS VISUELS

Un carré magique est une matrice carrée de nombres naturels vérifiant deux propriétés. Premièrement, tous les nombres appartenant à la matrice sont différents entre eux. Deuxièmement, la somme des valeurs dans toutes les lignes, les colonnes et les deux diagonales principales demeure constante; ce nombre constant est appelé sa somme magique. Parmi la grande variété de carrés magiques, ceux qui n'incluent que des nombres consécutifs entre 1 et le carré de la taille du carré sont appelés purs. Les premières représentations connues à ce jour de carrés magiques proviennent de la tradition ancienne chinoise : le carré de Luo Shu est un carré magique de taille 3 jouant un rôle très important dans la tradition du Feng shui<sup>2</sup>. L'intérêt à la fois mathématique et ésotérique de ce type d'objets a été probablement à la base de son introduction, petit à petit, dans le monde occidental, en grande partie grâce à l'influence arabe pendant le Moyen Age<sup>3</sup>, pour arriver enfin à la Renaissance européenne – probablement à travers la tradition andalouse<sup>4</sup>. Pendant l'Age Moderne, Leonhard Euler ressort comme le mathématicien qui a fourni les avancées les plus remarquables dans l'étude des carrés magiques, montrant leur relation avec les carrés latins<sup>5</sup>. Un carré latin de taille x contient x éléments

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> CAMMANN Schuyler, « The Evolution of Magic Squares in China », *Journal of the American Oriental Society*, vol. 80, n° 2, 1960, p. 116-24.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> SESIANO Jacques, Magic Squares in the Tenth Century: Two Arabic Treatises by Anṭākā and Būzjānī, Cham, Springer, 2017.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> COMES Rosa, «The Transmission of Azarquiel's Magic Squares in Latin Europe », in Wallis F. et Wisnowski R., *Medieval Textual Cultures: Agents of Transmission, Translation and Transformation*, Berlin, Walter de Gruyter, 2016, p. 159-198.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> DÉNES JÓSZEF et KEEDWELL A. Donald, Latin Squares: New Developments in the Theory and

différents répétés x fois, de telle façon que pour chaque ligne et chaque colonne il y a toujours un et seulement un représentant.

La valeur spirituelle de ces objets fut probablement à l'origine de plusieurs transferts dans le monde de l'art. Au-delà de la représentation traditionnelle du carré de Luo Shu sur la carapace d'une tortue, les apparitions de ces objets dans l'art occidental sont nombreuses. Le cas le plus célèbre est sans doute le carré magique de taille 4 dessiné par Albrecht Dürer dans sa gravure *Melencolia I*<sup>6</sup>. Au cours du 20<sup>e</sup> siècle, de nombreux artistes ont continué à y avoir recours, du côté de l'architecture – tels Claude Fayette Bragdon<sup>7</sup> ou Antoni Gaudí<sup>8</sup> – et de la peinture – par exemple Richard Paul Lohse<sup>9</sup>, Margaret Kepner<sup>10</sup> et Yukata Matsuzawa<sup>11</sup>. L'arrivée des outils computationnels a permis enfin une exploration de ces idées au sein des arts numériques<sup>12</sup>.

En ce qui concerne les nombres premiers, ils sont, parmi les nombres naturels, ceux qui n'admettent que deux diviseurs de cet ensemble : eux-mêmes et l'unité. Par opposition, les nombres composés admettent les diviseurs mais sont également divisibles au moins par un autre nombre. Le crible d'Ératosthène est un procédé bien connu et efficace pour filtrer les nombres premiers inférieurs à une certaine valeur

Applications, Amsterdam, Elsevier, 1991, p. 3.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> MCNEELY Michael, « Dürer's *Melancholia I*: A 16th Century Tribute to Mathematics », *Pi In The Sky*, n° 11, 2008, p. 10-11.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> ELLIS Eugenia Victoria, «Geomantic (Re)Creation: Magic Squares And Claude Bragdon's Theosophic Architecture », in Williams K. et Delgado Cepeda F., *Nexus V: Architecture and Mathematics*, Fucecchio, Kim Williams, 2004, p. 79-92.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Du Sautoy Marcus, *The Number Mysteries: A Mathematical Odyssey through Everyday Life*, New York, Palgrave McMillan, 2011, p. 142. Le carré sur la façade de la *Sagrada Familia* – la célèbre basilique moderniste à Barcelone – n'est pas un véritablement magique car l'un de ses nombres est répété.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> En particulier, les expériences artistiques de ce peintre suisse, notamment autour des carrés latins, ont donné lieu à des nouvelles recherches en mathématiques, *ef.* MEIER David, « On Groups with the Lohse Property », *European Journal of Combinatorics*, vol. 26, n° 6, 2006, p. 1042-1053.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> GAMWELL Lynn, *Mathematics and Art: A Cultural History*, Princeton, Princeton University Press, 2016, p. 432-433.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Ibid., p. 373-374.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Citons par exemple PARK Jin-Ho, «Underlying Principles and Emerging Designs: Design Exercises Based on Magic Squares », in Lee J.-H., *Computational Studfies on Cultural Variation and Heredity*, Singapour, Springer, 2018, p. 33-44.

donnée<sup>13</sup>. Il fonctionne par élimination : commençant par le nombre 2, le crible élimine ensuite tous ses multiples ; ensuite, l'algorithme arrive au nombre 3 et procède de la même manière ; puisque le nombre 4 est déjà éliminé, l'algorithme passe au 5, etc. ; l'itération conclut en arrivant à la valeur maximale fixée. Bien que les nombres premiers ne se distribuent pas parmi les nombres naturels suivant des patterns réguliers, certaines configurations géométriques font émerger des regroupements assez remarquables. Le cas le plus connu est la spirale d'Ulam<sup>14</sup> – popularisée par Martin Gardner<sup>15</sup> – avec ses clusters diagonaux. Cette représentation a inspiré d'autres distributions analogues comme la spirale de Sacks<sup>16</sup>, et a guidé le travail artistique de certains chercheurs tels que Jean-François Colonna avec l'aide de certains logiciels <sup>17</sup>.

# L'EMPLOI DES CARRÉS MAGIQUES DANS LA MUSIQUE DES $20^{\rm g}$ ET $21^{\rm g}$ SIÈCLES EN EUROPE

L'usage de matrices de hauteurs au sein des pratiques compositionnelles de plusieurs compositeurs et compositrices à partir du 20° siècle est probablement une conséquence directe de l'abandon de la tonalité en tant que pratique commune de la musique occidentale. L'absence d'un fonctionnalisme sous-jacent ou d'autres mécanismes de hiérarchisation des hauteurs a conduit à plusieurs démarches alternatives au sein desquelles une configuration matricielle a pu capturer, de manière symbolique, certaines stratégies compositionnelles. Nous pouvons pourtant signaler l'existence de carrés musicaux liées aux répertoires du passé, même s'ils sont certes assez anecdotiques : l'un des cas les plus

http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/UlamSpiral.01.Ang.html.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Même si des moyens plus puissants, en termes computationnels, ont été également trouvés, comme le crible d'Atkin, *cf.* ATKIN Arthur O. L. et BERNSTEIN Daniel J., « Prime Sieves Using Binary Quadratic Forms », *Mathematics of Computation*, vol. 73, n° 246, 1999, p. 1023-1030.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> STEIN, Myron L., et ULAM Stanislaw, « An Observation on the Distribution of Primes », *The American Mathematical Monthly*, vol. 74, no 1, partie 1, p. 43-44.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> GARDNER Martin, 6<sup>th</sup> Book of Mathematical Games from Scientific American, Chicago University of Chicago Press, 1984, p. 80-84.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> VENTRELLA Jeffrey, Divisor Drips and Square Root Waves: Prime Numbers Are the Holes in Complex Composite Number Patterns, Eyebrain, p. 62.

remarquables en termes visuels provient de quelques canons énigmatiques du 16° siècle, écrits par les compositeurs Ghiselin Danckerts<sup>18</sup> et Luwdig Senfl<sup>19</sup>, qui sont incrustés dans un échiquier (Figure 1).

GHISILINVS DANCKERTS, QVATVOR VOCVM, VNIO

# CANON. QVOD APPOSITVM EST. ET APPONETVR. PER VERBVM DEI BENEDICETVR.

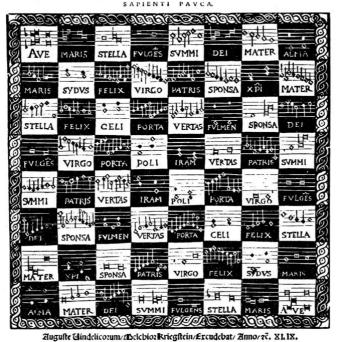


Fig. 1. Ave Maris Stella (1549) de Ghiselin Danckerts.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> WESTGEEST Hans, « Ghiselin Danckerts' Ave Maris Stella: The Riddle Canon Solved », Tijdschrift van de Vereniging voor Nederlandse Muziekgeschiedenis, n° 36, 1986, p. 66-79.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> LINDMAYR-BRANDL Andrea, « Magic Music in a Magic Square: Politics and Occultism in Ludwig Senfl's Riddle Canon *Salve sancta parens* », *Tijdschrift van de Vereniging voor Nederlandse Muziekgeschiedenis*, vol. 60, n° 1-2, 2010, p. 21-41.



Fig. 2. Carré « Sator arepo tenet opera rotas » tel qu'il se trouve chez Walter Zimmerman, dans son bureau. Photographie faite par José L. Besada

Plusieurs représentations tabulées des matériaux dodécaphoniques sont repérables dans les esquisses d'Arnold Schoenberg <sup>20</sup> et d'Anton Webern<sup>21</sup>; en particulier celles concernant la *Suite Op. 29* (1925-1926) du premier suggèrent un usage conscient des propriétés des carrés latins. La représentation matricielle la plus célèbre chez Webern est néanmoins le palindrome « *Sator arepo tenet opera rotas* » qui admet une distribution sous la forme de carré symétrique – dont une reproduction se trouve chez Zimmermann à Berlin (Figure 2). Ce palindrome a également influencé la

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> AUNER Joseph, « Schoenberg's Row Tables: Temporality and the Idea », in Shaw J. et Auner J., *The Cambridge Companion to Schoenberg*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010, p. 157-176.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> BAILEY Kathryn, «Webern's Row Tables », in Bailey, K., Webern Studies, Cambridge, Cambridge University Press, 1996, p. 170-228.

pensée d'Olivier Messiaen, avant recours à l'objet dans l'une de ses justifications esthétiques des rythmes non-rétrogradables<sup>22</sup>. Revenons en Autriche: Ernst Křenek est, parmi les compositeurs sériels autrichiens, celui qui utilisa de manière véritablement systématique des matrices compositionnelles. À noter surtout sa description des hexacordes rotationnels<sup>23</sup> – qu'il avait commencé à développer pour l'écriture de la pièce Lamentatio Profetae Jeremiae (1941-1942) - sous la forme de matrices rotationnelles<sup>24</sup>. Cette procédure a eu un impact direct sur la période sérielle d'Igor Stravinsky<sup>25</sup>. Le sérialisme de Darmstadt était également riche en représentations tabulées : par exemple, et au-delà des matrices sérielles bien connues de Pierre Boulez pour la composition des Structures Ia (1952)<sup>26</sup> – qui sont, en fait, des carrés latins –, on trouve l'exploitation de petits carrés latins dans les esquisses pour Le Marteau sans Maitre (1954), en ce qui concerne la distribution des cellules rythmiques<sup>27</sup>. Ce n'est cependant qu'avec Bruno Maderna que l'on peut détecter un usage authentique des carrés magiques dans la composition musicale, en particulier pour sa Serenata nº 2 (1953-1954, rév. 1956)<sup>28</sup>.

D'autres compositeurs hors le cénacle de Darmstadt ont inclus également des références aux carrés magiques dans les titres de leurs œuvres, même si cela relève parfois d'un usage très métaphorique de ces concepts. Par exemple, l'Étude sur le carré magique sonore op. 40 (1957) d'Ivan

\_

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> MESSIAEN Olivier, *Traité de rythme, de couleur et d'ornithologie*, Paris, Alphonse Leduc, t. II, p. 19-21.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> KŘENEK Ernst, « Extents and Limits of Serial Techniques », *The Musical Quarterly*, vol. 46, n° 2, 1960, p. 210-232. Voir également KŘENEK, Ernst « Some Current Terms », *Perspectives of New Music*, vol. 4, n° 2, 1966, p. 81-84.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Pour une bonne définition de cette technique, cf. ROGERS John, « Some Properties of Non-Duplicating Rotational Arrays », Perspectives of New Music, vol. 7, n° 1, 1968, p. 80-102. Nous décrirons la procédure à travers l'illustration d'un cas chez Zimmermann, car il a eu également recours à cette technique.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> STRAUS Joseph N., *Stravinsky's Late Music*, Cambridge, Cambridge University Press, 2001, p. 26-33.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>26 BOULEZ Pierre, « Éventuellement... », *La Revue Musicale*, n° 212, 1952, p. 117-148.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> DECROUPET Pascal et LELEU, Jean-Louis, «"Penser sensiblement" la musique : production et description du matériau harmonique dans le troisième mouvement du *Marteau sans maître* », in Leleu, J.-J. et Decroupet, P., *Penser Boulez, Techniques d'écriture et enjeux esthétiques*, Genève, Contrechamps, 2006, p. 177-215.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> NEIDHÖFER Christoph, « Bruno Maderna's Serial Arrays », Music Theory Online, vol. 13, n° 1, 2007, § 31-38. http://www.mtosmt.org/issues/mto.07.13.1/mto.07.13.1.neidhofer.html.

Wyschnegradsky, qui fait usage de tabulations d'échelles non-octaviantes, ne découle pas d'une telle structure mathématique. À son tour, les Carrés Magiques (1983) de Michel Philippot dépendent, d'un point de vue conceptuel, de deux matrices qui montrent l'addition et la multiplication algébrique du groupe cyclique de douze éléments<sup>29</sup>. La matrice additive représente la transposition musicale, tandis que la matrice multiplicative est isomorphe aux tableaux que l'on retrouve chez Alban Berg<sup>30</sup>. En revanche, la musique de Peter Maxwell Davies, dès les années soixantedix, est riche en références aux carrés magiques de la tradition ésotérique européenne, à partir de son œuvre Ave Maris Stella (1975). Il s'agit sans doute de la démarche compositionnelle la plus commentée et analysée par la musicologie anglo-saxonne avec ce type d'objet mathématique<sup>31</sup>. Pour conclure, citons également le quatuor Melencolia (2013) de Philippe Manoury, inspiré par la gravure homonyme de Dürer. Le carré magique de cette célèbre image a été utilisé par le compositeur limousin afin d'organiser les hauteurs de plusieurs sections de la pièce.

# LE MAPPING<sup>32</sup> ENTRE MATRICES À TRAVERS PLUSIEURS ŒUVRES DE WALTER ZIMMERMANN

L'arrivée des carrés magiques dans l'atelier compositionnel de Walter Zimmermann eut lieu dans les années quatre-vingt. Nous allons parcourir plusieurs stratégies créatives du compositeur à partir de différentes matrices, sans le souci de suivre un ordre chronologique dans notre discussion, mais en suivant une progression ascendante dans la complexité des mécanismes détaillés.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> LEROY Marie-Thérèse, « Recherches musicales et mathématiques : Évariste Galois et Michel Philippot », *Les Cahiers du CREM*, n° 1-2, 1986, p. 67-81.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> PERLE, George, « Berg's Master Array of Interval Cycles », *The Musical Quarterly*, vol. 63, nº 1, 1977, p. 1-30. Pour une discussion générale autour de ce sujet, *cf.* RAHN John, *Basic Atonal Theory*, New York et Londres, Longman, 1980, p. 53.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Parmi les sources multiples sur ce sujet, soulignons par exemple LESTER Joel, « Structure and effect in *Ave Maris Stella*», in McGregor, R., *Perspectives on Peter Maxwell Davies*, Aldershot, Ashgate, 2000, p. 66-74; et McGregor Richard, « Appendix II: Source Material in the Works of Peter Maxwell Davies, 1957-2006», in Gloag, K. et Jones, N., *Peter Maxwell Davies Studies*, Cambridge, Cambridge University Press, 2009, p. 242-254.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Ce terme désigne une correspondance entre des tableaux ou des matrices dont les éléments respectifs sont le fruit d'une transformation structurelle.

Commençons par Ataraxia (1987-1988), concerto pour piano et orchestre dans lequel Zimmermann utilise le système allemand de notation des auteurs - c'est-à-dire A-B-C-D-E-F-G pour la-sib-do-ré-mi-fa-sol, ainsi que H pour si et E(s) pour mib – pour engendrer des profils mélodiques à partir de mots<sup>33</sup>. À la lumière des manuscrits du compositeur, nous pouvons reconstruire l'impact de ce mécanisme de traduction dans ses outils matriciels 34. D'une part Zimmermann a fabriqué une matrice rotationnelle à partir de la série défective de huit sons la-sib-do-ré-mi-fa-sols<sup>35</sup>. Cette série est placée dans un carré de taille huit, couvrant à la fois la première ligne et la première colonne. Ensuite, les autres espaces de la matrice ont été remplis tout en transportant la série pour chacune des lignes - ou chacune des colonnes ; il en résulte un carré symétrique, la matrice rotationnelle de la série défective. D'autre part, ce carré des hauteurs a été confronté à deux tableaux de nombres. Le premier est le carré du cavalier d'Euler : il s'agit d'un carré magique pur de taille 8 dans lequel les nombres consécutifs sont disposés tout en traçant la trajectoire d'un cavalier d'échiquier qui parcourt toutes les positions possibles sans répétition<sup>36</sup>. Le deuxième tableau est, tout simplement, l'ensemble des nombres compris entre 1 et 64 disposés en ordre croissant selon la lecture standard. Les deux tableaux de nombres agissent en tant que mécanisme de reconfiguration ou de filtrage de la matrice rotationnelle qui est projetée sur eux. Le carré magique établit un nouvel ordre des hauteurs tout en suivant la trajectoire du cavalier que nous venons de mentionner ; à son tour, Zimmerman a appliqué le crible d'Ératosthène au deuxième carré pour réduire le réservoir des hauteurs à moins d'un tiers.

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> ZIMMERMANN Walter, « Transkription als Komposition: *Ataraxia – Fragmente der Liebe – Clinamen* », in Sparrer W.-W., *Ursache und Vorwitz. Walter Zimmermann im Gespräch mit Richard Toop*, Hofheim, Wolke, 2019, p. 247-261. La traduction française de l'essai se trouve dans le présent ouvrage.

<sup>34</sup> Ibid.

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Nous ne tenons pas compte des neuvièmes ligne et colonne de la matrice montrée au début de la Figure 3 – prenant comme point de départ le *mib* – car elles n'ont pas d'influence sur les *mappings* ultérieurs.

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Pour une discussion sur les origines mathématiques de cet objet, ef. WATKINS John J., Across the Board: The Mathematics of Chessboard Problems, Princeton, Princeton University Press, 2004, p. 57-58.

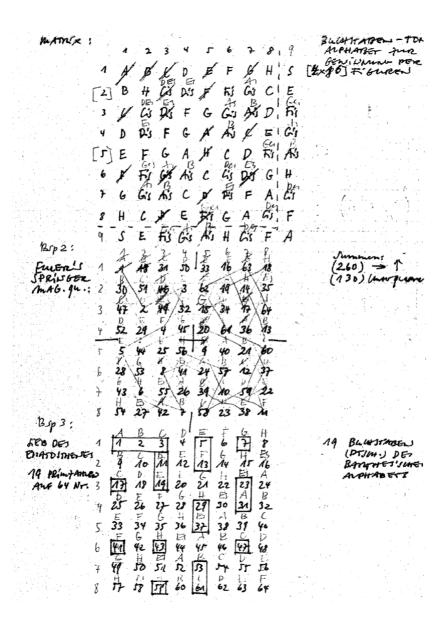


Fig. 3. Carrés de Zimmermann pour Ataraxia.

L'usage du carré d'Euler ne concerne que la composition d'Ataraxia. En revanche, un autre carré magique traverse la composition de plusieurs œuvres de Zimmermann: il s'agit du plus petit parmi ceux constitués seulement par des nombres premiers consécutifs à partir de 1 (Figure 4)<sup>37</sup> – découverte attribuée au début du 20e siècle à J. N. Muncey 38. Zimmermann est tombé sur l'objet au cours de ses lectures de la section des récréations mathématiques de Gardner dans la revue Scientific American<sup>39</sup>. En suivant le même procédé utilisé avec le carré d'Euler, la matrice numérique est confrontée à une autre distribuant des hauteurs (Figure 5)<sup>40</sup>. Ce deuxième carré, de taille douze comme celui des nombres premiers, contient une distribution des hauteurs que le compositeur a toujours soulignée comme héritière du système *lii* de la musique chinoise<sup>41</sup>. La ligne initiale de la matrice, du bas vers le haut, déplie une suite en alternance de quintes justes ascendantes et de quartes justes descendantes. Les hauteurs obtenues sont une sorte de pilier spectral, car elles agissent comme fondamentales d'une suite d'harmoniques verticalement construite pour chaque colonne du carré. Finalement, le lien établi par

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Dans cette famille de carrées, le nombre 2 est nécessairement substitué par 1 afin d'obtenir une solution. Notons que, en éliminant la condition des nombres premiers consécutifs, il est possible d'obtenir un carré de taille 3, cf. DUDENEY Henry Ernest, *Amusements in Mathematics*, Londres et New York, Thomas Nelson and Sons, 1917 p. 124-126 et 246.

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> ANDREWS William S. et SAYLES Harry A., « Magic Squares Made with Prime Numbers to Have the Lowest Possible Summations », *The Monist*, vol. 23, n° 4, 1913, p. 623-630.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Le carré et la discussion accompagnant le tableau sont reproduits à nouveau dans GARDNER Martin, op. cit., p. 86-87.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> À nouveau, le compositeur a laissé quelques témoignages expliquant certains aspects techniques de cette approche créative, cf. ZIMMERMANN Walter, «Transkription als Komposition», op. cit.; et ZIMMERMANN Walter, «The Lost Harmonika», KunstMusik, n° 17, 2015, p. 47-51. Pour un regard externe sur le sujet, cf. SCHÄDLER Stefan, «Seele, Technik und System. Die Paradoxie pythagoräischer Konstruktion in Walter Zimmermanns Klavierstück Wüstenwanderung (1986)», in Killmayer, W., Mauser, S., et Rihm, W., MELOS: Jahrbuch für zeitgenössische Musik. Klaviermusik des 20. Jahrbunderts, Mainz, Schott, 1992, p. 207-220. La traduction française de ce dernier article se trouve dans le présent ouvrage.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> En particulier, Zimmermann souligne comme source dans ses écrits KAUFMANN Walter Arnold, *Musical References in the Chinese Classics*, Warren, Harmonie Park, 1976. Pour plus d'informations, *cf.* KUPER Kathleen, *The Culture of China*, New York, Britannica, 2011, p. 237.

Zimmerman entre les deux carrés de taille 12 est tout à fait analogue à ce qu'il avait proposé pour la matrice rotationnelle et le carré d'Euler : le compositeur a établi un *mapping* entre les deux matrices, lui permettant d'obtenir une succession mélodique reflétant la disposition des nombres premiers du carré magique en ordre croissant.

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Fig. 4. Carré magique des nombres premiers utilisé par Zimmermann. Tous les manuscrits et toutes les partitions du compositeur sont reproduits avec son accord.

c³	g³	d <sup>3</sup>	a <sup>3</sup>	e <sup>3</sup>	h <sup>3</sup>	fis <sup>3</sup>	cis <sup>4</sup>	gis <sup>3</sup>	es <sup>4</sup>	þ³	14
b2h	f <sup>3</sup> #	C <sup>3</sup> pl	gh	d <sup>3</sup> #	a <sup>3</sup> #	e3f	<b>t</b> <sup>2</sup>	#\$3	d <del>ss</del> á	aşò	e <sub>3</sub> s <sup>A</sup>
a²	e <sup>3</sup>	h²	fis³	cis <sup>3</sup>	gis <sup>3</sup>	dis³	ais <sup>3</sup>	f3	C <sup>4</sup>	g <sup>3</sup>	d <sup>4</sup>
g²	ď³	a²	e <sup>3</sup>	h²	fis <sup>3</sup>	cis³	gis <sup>3</sup>	dis <sup>3</sup>	þ³	f <sup>3</sup>	¢4
ţ²	¢3	g²	ď³	a²	e³	h²	lis³	cis <sup>3</sup>	as <sup>3</sup>	és <sup>3</sup>	b <sup>3</sup>
es²	h²	f <sup>2</sup>	c³	g²	ď³	a²	e³	ħ²	ges <sup>3</sup>	des³	as <sup>3</sup>
c²	g²	d²	a²	e²	h²	fis²	cis <sup>3</sup>	gis²	es³	b <sup>2</sup>	(f3)
a¹.	e²	ħ¹	fis²	cis²	gis²	dis²	ais²	ť².	¢3	g²	ď³
f <sup>1</sup>	¢2	g².	d²	a¹	8 <sup>2</sup>	h²	lis²	cis²	as²	es²	b <sup>2</sup>
c <sup>1</sup>	<b>g</b> ¹	d¹	a <sup>1</sup>	e <sup>1</sup>	h¹	tis <sup>1</sup>	cis²	gis <sup>1</sup>	es²	b1	f²
1	c <sup>1</sup>	g	ď	а	e <sup>1</sup>	h	tis <sup>1</sup>	cis <sup>1</sup>	as <sup>3</sup>	es <sup>1</sup>	b <sup>1</sup>
F	C	G	ď	A	е	Н	fis	cis	as	es.	b

Fig. 5. Carré pour les hauteurs établi par Zimmermann à l'image du système *lii*.

Fig. 6. Extrait de la matrice compositionnelle de Zimmermann indiquant, de haut en bas, le nombre premier, la position dans le carré magique, et les hauteurs liées aux huit lectures possibles de la trajectoire des nombres premiers. À noter que, pour les sept dernières lignes, Zimmermann a ajouté – voir les nombres manuscrits au crayon – la valeur fixée pour chaque hauteur.

Néanmoins, le protocole du mapping ne s'achève pas avec ces stratégies. Selon ses propres explications, Zimmermann a projeté le carré des nombres tout en prenant huit angles différents, car « les quatre premiers tournent à chaque fois de 90° pour arriver à la position suivante » tandis que les autres, tout en utilisant des feuilles transparentes qui peuvent être inversées, « produisent des séquences en miroir 42 ». Le mécanisme est pourtant sensiblement différent si l'on s'appuie sur les esquisses du compositeur. Il est vrai que le compositeur opère des inversions et des rotations, mais sans modifier le mapping qui avait été fixé auparavant entre hauteurs et nombres ; autrement dit, seule la trajectoire des nombres premiers en ordre croissant au sein du carré magique est soumise aux rotations et inversions. Il en résulte une grande matrice de taille 8×144 (Figure 6) : sa première ligne est constituée par les 144 binômes hauteurnombre, suivant l'ordre numérique croissant. Les autres lignes intègrent l'action des rotations et/ou inversion, de telle façon que chaque nouvelle ligne est une permutation particulière des éléments de la première. Nous reviendrons sur certains aspects algébriques de ces stratégies dans la prochaine section.

Nous sommes déjà en mesure de pouvoir expliquer l'importance de la grande matrice de *mapping* dans le processus compositionnel chez Zimmermann. Pour cela, nous allons prendre comme exemple un cas assez simple: le début du premier mouvement de sa pièce *Saitenspiel* (1983), écrit pour guitare (Figure 7)<sup>43</sup>. Les huit premières hauteurs jouées avec l'instrument coïncident, sauf changement ponctuel d'octave, avec celles liées aux nombres allant de 11 à 37 dans le *mapping* de départ – c'est-à-dire *mi-la-dot-fat-sib-dot-mib-fa* –; le processus continue tout au long de ce mouvement. Les nombres premiers sont également à la base d'autres aspects paramétrés de la partition. Premièrement, chaque phrase mélodique est organisée par le chiffre des centaines des nombres premiers. Autrement dit, la première césure entre phrases apparaît au passage du nombre 97 au 101, tandis que la deuxième a lieu entre le nombre 199 et le 211, et ainsi de suite. Deuxièmement, les dizaines des nombres premiers

<sup>42</sup> ZIMMERMANN Walter, « The Lost Harmonika », op. cit., p. 49.

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Pour un commentaire de cet œuvre proche de l<sup>7</sup>analyse paradigmatique, *ef.* REXROTH Dieter, « Gedacht – mit beiden Beinen auf der Erde », *Melos*, vol. 47, n° 1, 1985, p. 60-81.

déterminent les durées. Suivant la même logique additive des durées chromatiques chez Messiaen <sup>44</sup>, le chiffre des dizaines des nombres premiers devient la figure rythmique durant le même nombre de doubles croches : Zimmermann a obtenu par conséquent, pour les huit premières hauteurs, la séquence rythmique quatre doubles coches + deux croches + deux croches pointées – c'est-à-dire quatre fois 1, deux fois 2 et deux fois 3. De toute évidence, les deux règles mentionnées expliquent l'impression de décélération au sein de toutes les phrases de ce mouvement de *Saitenspiel.* Finalement, la valeur des unités de chaque nombre premier implique l'émergence éventuelle d'une double corde<sup>45</sup>.

En somme, le compositeur a eu recours aux valeurs numériques des nombres premiers - qu'il appelle vecteurs 46 - afin de compléter certaines données paramétrables et liées à chacune des hauteurs de la matrice. Ce vecteur n'a pas une fonctionnalité fixe qui soit repérable dans toutes les pièces de Zimmermann liées à cette pratique compositionnelle; au contraire, le musicien a donné, pour chaque besoin local, une signification précise aux chiffres. En outre, Zimmermann a eu parfois recours à des données filtrées de plusieurs lignes en parallèle au cours de la composition d'une œuvre. Prenons par exemple sa pièce de chambre Klangfaden (1983): les hauteurs proviennent à nouveau de la lecture de la grande matrice à partir de la position du nombre premier 11 pour le mapping original, mais cette fois le compositeur a pris en compte la quatrième ligne – c'est-à-dire fa-ré-si-mib-sib-fa-la-do-etc. Ce matériau sert à tisser un canon à trois voix – glockenspiel, main gauche et main droite de la harpe – en termes de profil mélodique avec quelques ajouts (Figure 8), tandis que les figures rythmiques des trois voix ne coïncident pas. En fait, ces figures dépendent, respectivement pour chacune des voix, des nombres premiers - en particulier les chiffres pour les dizaines - liés respectivement à la première, à la deuxième et à la troisième ligne.

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Pour une analyse approfondie de cette technique chez Messiaen, ¿f. SIMUDZA Mirjana, « Messiaen's Rhyhmical Organisation and Classical Indian Theory of Rhythm (I) », International Review of the Aesthetics and Sociology of Music, vol. 18, n° 1, 1987, p. 117-144.

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Selon un algorithme géométrique succinctement commenté par le compositeur luimême, cf. SPARRER Walter-Wolfgang, op. cit., p. 148. Nous reviendrons sur la question de l'ajout d'autres hauteurs avec *Diastema*.

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> *Ibid*.



Fig. 7. Début du premier mouvement de Saitenspiel.



Fig. 8. Début de Klangfaden.

Tout en préservant le même *mapping* entre hauteurs et nombres premiers, Zimmermann a conçu d'autres trajectoires pour réordonner ses couples de valeurs. Le cas le plus remarquable à cet égard concerne la composition de sa pièce orchestrale *Diastema* (1993). Ici, le compositeur a mis en jeu une nouvelle matrice auxiliaire, obtenue après l'analyse d'un document montrant les registres du bandonéon (Figure 9). Zimmermann a ensuite distribué les hauteurs, de manière intuitive, sur un carré de taille 12 (Figure 10) destiné justement à l'obtention de nouvelles trajectoires. Pour cela, chaque élément du carré est défini, en termes lexicographiques, lisant le carré d'abord de gauche à droite et ensuite de bas en haut. Zimmerman a obtenu sa nouvelle trajectoire en ordonnant les éléments en fonction des hauteurs – regardées comme des *pitch-classes* – suivant l'ordre chromatique à partir de *do*. La nouvelle trajectoire démarre alors avec le *do* situé dans la

position (1, 3), suivi des positions (1, 10), (1, 12), (2, 11) etc., jusqu'à arriver au do qui est placé dans la position (12, 10). Une fois tous les éléments contenant le do ordonnés, la procédure continue avec dot, c'est-à-dire en collant dans la trajectoire les positions (1, 4), (3, 4) etc. Le processus s'achève une fois que tous les éléments du carré sont couverts. La trajectoire obtenue, ainsi que ses rotations de 90° liées ou non à l'inversion axiale, ont été appliquées au mapping préexistant avec le carré dérivé du système lii et celui des nombres premiers. Il en résulte une nouvelle matrice 144×8, laquelle n'est rien d'autre qu'une permutation des colonnes de celle de taille 8×144 déjà mentionnée pour Saitenspiel et Klangfaden, ensuite transposée au sens mathématique (Figure 11).

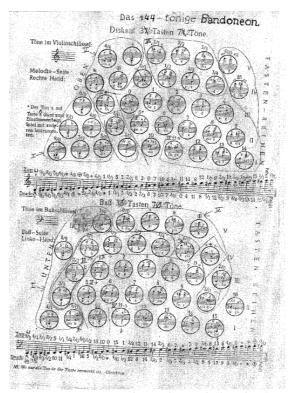


Fig. 9. Document montrant des registres du bandonéon avec des annotations manuscrites de Zimmermann.

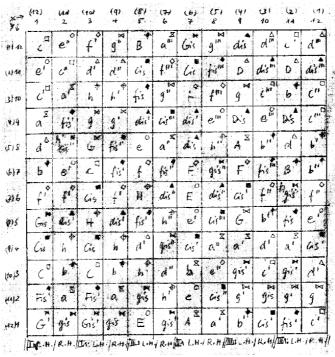


Fig. 10. Carré dérivé de l'étude des registres du bandonéon



Fig. 11. Extrait de la matrice compositionnelle de Zimmermann indiquant, pour chaque élément de la matrice du bandonéon, les huit éléments liés au *mapping* précédent.

Fig. 12. Début de Diastema.

Montrons ensuite, à travers un exemple, la manière dont les données réorganisées ont été articulées pour la composition de *Diastema*. La pièce est une concaténation de courts modules générés en fonction de chacun des éléments du carré du bandonéon, autrement dit, de chacune des lignes de la matrice 144×8. Pour les trois premières mesures de la pièce (Figure 12), la suite des hauteurs dérivées est do3-ré5-ré6-lab1-fa4-mib6-la4-sol2 – do4 est le do central du piano. De même que pour les œuvres précédentes, ces données sont complétées grâce aux chiffres des nombres premiers couplés aux hauteurs. D'une part, les chiffres des dizaines indiquent la durée chromatique de chaque événement. D'autre part, chacun de ces événements est divisé en deux, et la deuxième note présente un intervalle mélodique avec la note précédente qui correspond à un nombre de demitons égal aux chiffres des unités. Puisque ces chiffres ne peuvent avoir comme valeur que 1, 3, 7 et 9 – sauf pour le nombre premier 5 –, les intervalles possibles sont la seconde mineure, la tierce mineure, la quinte

juste et la sixte majeure. Par exemple, le  $do_3$  du début est lié au nombre premier 661 : le 6 des dizaines implique une durée de noire pointée, que Zimmermann a divisée en deux croches pointées ; la deuxième de ces croches pointées prend comme hauteur le  $reb_3$ . Les deux notes établissent par conséquent l'intervalle de seconde mineure, en rapport avec la valeur 1 des unités du nombre premier. Par ailleurs, le chiffre pour les centaines est lié à une échelle pour les dynamiques du son. Notons finalement l'absence de deux hauteurs dans le passage analysé, par rapport à la suite des huit hauteurs dérivées de la matrice : le  $lab_1$  dépasse l'ambitus des instruments, devenant alors un quart de soupir ; le  $sol_2$  a la valeur 0 pour les dizaines, c'est-à-dire une durée nulle, ce qui détermine la disparition pure et simple de l'événement en question.

#### DEUX ABSTRACTIONS FORMELLES

Selon Zimmermann, l'exploitation du mapping entre le carré des hauteurs issu du système *lii* et celui des nombres premiers est sous-jacent à sa notion de tonalité non-centrée, que nous avions déjà mentionnée au début de notre texte. Ces pratiques conduisent, toujours selon le compositeur, à un résultat qui « ne sera pas l'atonalité, car les couches sont elles-mêmes tonalement centrées, mais une sorte de pan-tonalité flottante » dépendante d'une « lutte nomade à travers des champs sonores<sup>47</sup> ». Nous reviendrons sur cette réflexion dans la prochaine section du chapitre, mais, d'un point de vue strictement formel, cette affirmation mérite que l'on s'y attarde brièvement. Même si chacune des colonnes de la matrice des hauteurs contient les partiels d'une série d'harmoniques, le fait d'avoir douze transpositions de ce matériau donne lieu à une matrice dans laquelle les douze pitch-classes possibles apparaissent douze fois. La distribution du total chromatique est alors uniforme au sein du carré, et l'ordonnancement induit par la trajectoire des nombres premiers se développe, bien entendu, hors contexte tonal. Par conséquent, la répartition des hauteurs dans les quatre lignes de la matrice 8×144 - et, de manière analogue, dans la matrice pour Diastema aussi - ne privilégie pas, à priori, une logique intrinsèquement tonale ou pan-tonale. Le cas de la matrice rotationnelle liée au carré d'Euler pour la composition d'Ataraxia est, par contre,

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> ZIMMERMAN Walter, « The Lost Harmonika », op. cit., p. 49. Notre traduction.

légèrement différent. Le carré a en fait 64 éléments, un nombre qui n'est pas divisible par 12 ; de ce fait, la matrice rotationnelle ne peut pas être homogène en ce qui concerne une distribution du total chromatique. En particulier, cette matrice privilège surtout les hauteurs *do*, *fa* et *sol* (Figure 13).

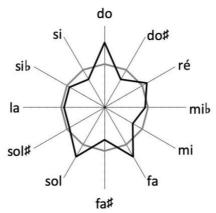


Fig. 13. Représentation polygonale des hauteurs pour la matrice rotationnelle. En noir, les valeurs réelles ; en gris, le polygone théorique pour une distribution homogène.

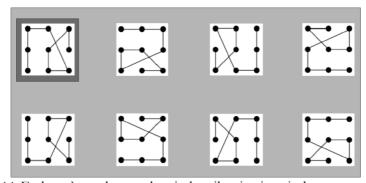


Fig 14. En haut à gauche, un chemin hamiltonien inscrit dans un carré de taille 3. Les autres diagrammes représentent le total d'éléments de son orbite sous l'action du groupe diédral. La première ligne correspond aux rotations ; de même pour la deuxième, mais suivant le chemin hamiltonien obtenu en inversant celui du départ.

La logique combinatoire liée aux trajectoires induites par certains carrés mérite elle aussi une petite discussion. Comme nous l'avons déjà souligné, au lieu de faire des rotations et des miroirs des carrés numériques, Zimmermann a opéré ce type de transformations sur les trajectoires sous-jacentes aux distributions des nombres ou des notes du bandonéon. Nous pouvons décrire de façon formelle ce processus à l'aide de quelques concepts algébriques. Pour cela, nous considérerons d'abord les 144 entrées d'un carré - par exemple, celui des nombres premiers comme les sommets d'un graphe complet – c'est-à-dire dans lequel tous les sommets sont connectés entre eux à travers au moins une arête. Ces sommets sont, en outre, fixés géométriquement dans leur position au sein du carré. La trajectoire engendrée par la suite croissante des nombres premiers admet alors une formalisation en tant que sous-graphe du graphe complet; il s'agit en définitive d'un chemin hamiltonien - c'est-à-dire parcourant la totalité des sommets sans passer deux fois par la même arête. Avec les sommets fixés dans le carré, et un chemin hamiltonien privilégié, les nouvelles trajectoires obtenues avec des rotations et l'inversion peuvent être définies à partir du groupe diédral D4. En termes mathématiques, l'ensemble des huit trajectoires possibles est alors l'orbite du chemin hamiltonien sous l'action de D<sub>4</sub> (Figure 13). L'intérêt de cette définition réside dans le fait qu'elle est indépendance du chemin hamiltonien de départ. En effet, le carré des nombres premiers et celui du bandonéon induisent des trajectoires différentes ; la notion d'orbite sous l'action du groupe diédral est néanmoins commune aux deux stratégies combinatoires.

### CONSIDÉRATIONS ESTHÉTIQUES EN GUISE DE CONCLUSION

Revenons à la question de la tonalité non-centrée, en confrontant pour cela les deux exemples déjà analysés des pièces *Saitenspiel* et *Klangfaden*. Les matériaux générés par le même *mapping* sont très différents dans les deux partitions. Certes, la première phrase de la pièce pour guitare – surtout la première cellule mélodique – semble évoquer une polarité gravitant autour du *la* qui basculerait entre les modes majeur et phrygien. A son tour, l'ambiance au début du canon de *Klangfaden* pourrait faire penser à la tonalité de *fa* majeur, mais celle-ci est parfois masquée par des frictions chromatiques. La question des durées est également importante dans ces

deux passages : alors que dans le mouvement de Saitenspiel nous trouvons des phrases toujours variées mais suivant un principe de décélération rythmique continue, le tissage de durées des différentes voix canoniques de Klangfaden – ainsi que leur instrumentation – donne lieu à une sensation assez flottante de la pulsation. La situation est analogue en termes formels : les phrases de la guitare de Saitenspiel sont des unités juxtaposées avec les seules pauses des césures, tandis que le canon de Klangfaden est un flux difficile à morceler.

Compte tenu de ces observations, nous constatons l'ambiguïté inhérente à ces pratiques compositionnelles chez Zimmermann. Malgré l'homogénéité de la matrice 8×144 signalée auparavant, l'usage de certains de ses matériaux à titre local peut entraîner une certaine polarisation de la musique, renforcée par une utilisation particulière des figures rythmiques. Même si les matrices pour les hauteurs et les rythmes additifs semblent renvoyer à une conception sérielle de la musique, leur usage chez Zimmermann est loin, en termes esthétiques, de rentrer dans cette catégorie. La notion de tonalité non-centrée, malgré l'absence de fonctionnalité, est par conséquent une sorte de compromis entre l'atonalité globale du matériau et la possibilité d'une certaine modalité, même voilée, à niveau local. Or, l'analyse de ces œuvres de Zimmermann soulève un doute sur le désir, de la part du compositeur, de « laisser la musique s'écouler dans de nouvelles directions ». Cette tentative d'inhibition par rapport au processus compositionnel se rapprocherait, au moins à priori, de la non intentionnalité souvent réclamée par John Cage<sup>48</sup>. Il est difficile d'affirmer pourtant que le geste avec lequel débute Saitenspiel a été choisi au hasard. Au contraire, nous soutenons que Zimmermann a probablement considéré, parmi les multiples choix possibles, un point de départ bien spécifique dans sa matrice et convenable pour le mouvement dédié à la guitare seule, laissant ensuite l'algorithme se développer de façon autonome. Cela ne veut pas dire non plus que la position de Zimmermann se rapproche du déterminisme qui a marqué dans une grande mesure la

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> CAGE John, *Silence: Lectures and Writings*, Middletown, Wesleyan University Press, 1961, *passim.* Pour une analyse des liens esthétiques et conceptuels entre les deux compositeurs, cf. FOX Christopher, « Cage – Eckhart – Zimmermann », *Tempo*, n° 159, 1986, p. 9-15.

musique sérielle européenne<sup>49</sup>; le musicien allemand s'éloigne également d'une rhétorique d'autonomie musicale que l'on trouve chez certains compositeurs montrant ouvertement leur opposition au sérialisme <sup>50</sup>. Zimmermann se situe en tout cas – et conformément à sa propre définition de la tonalité non-centrée – dans une perspective un peu ambigüe en ce qui concerne l'intentionnalité de ses pratiques compositionnelles. Ses carrés magiques et ses matrices de hauteurs sont probablement l'une des meilleures traces de son double héritage culturel par rapport à la musique : celui de la tradition européenne et celui de l'avant-garde nord-américaine.

<sup>49</sup> Y compris l'aspect idéologique sous-jacent à cette question, cf. ASHBY, Arved, « Schoenberg, Boulez, and Twelve-Tone Composition as 'Ideal Type' », *Journal of the American Musicological Society*, vol. 54, n° 3, 2001, p. 585-625.

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> Nous pensons notamment à György Ligeti, ef. WILSON Charles, « György Ligeti and the Rhetoric of Autonomy », *Twentieth-Century Music*, vol. 1, n° 1, 2004, p. 5-28.