



HAL
open science

Travail scientifique, travail du texte

Karine Chemla

► **To cite this version:**

| Karine Chemla. Travail scientifique, travail du texte. *Alliage: Culture - Science - Technique*, 1990, 4, pp.54-60. hal-03400657

HAL Id: hal-03400657

<https://hal.science/hal-03400657v1>

Submitted on 25 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

次置雪深一十寸自乘得一百為雪深幕。

一〇雪深 一〇雪深 一〇〇雪深幕

上。以雪深幕一百寸乘縱深幕二百八十九寸得二萬八千九百寸併隅四百寸得二萬九千三百寸為

一〇〇雪深幕 一〇〇雪深幕 一〇〇得數 一〇〇隅 一〇〇隅

置上位數二萬九千三百寸又乘雪深幕一百寸得二百九十三萬寸為實開三乘方。

〇〇上位 一〇〇雪深幕 寸〇實 〇方 〇上廉 〇下廉 寸〇隅 〇〇隅

以隅實求等得四百俱為約之得七千三百二十五為實一為隅開之。

寸〇實 〇方 〇上廉 〇下廉 一隅

步法不可起乃約實置商九寸與隅相生得九下廉。

寸〇商 〇方 〇上廉 〇下廉 一隅

下廉九又與商九相生得八十一為上廉。

〇方 〇上廉 〇下廉 一隅

上廉又與商相生得七百二十九為從方。

〇方 〇上廉 〇下廉 一隅

Suite de configurations pour la recherche de la racine d'une équation. Tableau provenant d'un texte chinois du XIII^e siècle *Les mathématiques en neuf chapitres* de Qin Jinshao

TRAVAIL SCIENTIFIQUE, TRAVAIL DU TEXTE

Karine Chemla

L'activité mathématique nous est pour l'essentiel connue par des textes qui mobilisent des signes. La rédaction de ces textes n'épuise sans doute pas son exercice. Mais elle lui sert cependant de support d'exploration. C'est ce que permet de penser l'étude d'un ensemble de textes mathématiques chinois rédigés entre les premier et onzième siècles et qui donnent des versions remaniées des mêmes algorithmes pour l'extraction de racines: dans l'opération de reformulation de l'un à l'autre, nous voyons à l'oeuvre une activité symbolique. La question se pose alors de savoir comment cette exploration a lieu. A quel point reprend-elle certaines techniques de travail des textes disponibles dans la culture ambiante? A quel point se donne-t-elle de nouvelles opérations? C'est vers la résolution de ces problèmes que s'oriente une piste de recherche dont nous pointerons ici quelques jalons.

Qu'est-ce que le contenu d'un texte?

Prenons trois symboles numériques 1, 2, 3, et accolons-les: 123. Dans le contexte qui nous est familier, cette opération travaille sur la signification de chacun d'entre eux: la manière de les poser les uns par rapport aux autres les amène à interagir et construit ainsi du sens. Le «1» y devient «une centaine» par confrontation avec les deux autres. Chacun est depuis longtemps accoutumé à cet usage symbolique que les mathématiciens appellent notation positionnelle.

Supposons maintenant un texte dont les phrases «se répendent» à l'instar de ces signes. Il nous sera impossible de définir le contenu d'un tel texte comme la simple juxtaposition des contenus de ses énoncés. Nous sommes donc conduits à nous demander quel sens peut naître de leur interaction. Mais, d'abord, comment des phrases peuvent-elles entrer en correspondance?

Sans détenir le monopole de ces procédés, les textes littéraires chinois y recourent de manière privilégiée et spécifique. Le lecteur y a coutume de faire jouer les relations des énoncés les uns avec les autres pour progresser dans sa compréhension d'un texte dont il déchiffre la structure, et c'est donc dans cette littérature que nous montrerons deux techniques de rédaction qui amènent des phrases ou des textes à de semblables réactions.

*La lune claire brille parmi les pins,
la source limpide coule sur les rocs.*

Deux vers de Wang Wei, dont nous donnons une transposition en français, fournissent une illustration d'un mode de rédaction par parallélisme qui traverse avec plus ou moins d'insistance les textes chinois de toutes les époques, quel que soit le sujet dont ils traitent ⁽¹⁾. Ce parallélisme met en relation, d'un énoncé à l'autre, des caractères appartenant aux mêmes classes syntaxiques et sémantiques. Par suite, les sens des énoncés se trouvent mis en corrélation.

Nous l'avons dit, cette technique de rédaction traverse toutes les productions littéraires chinoises, les textes mathématiques n'échappent pas à cette règle. Sans qu'il soit besoin d'entrer dans les détails de sa signification, un balayage du texte mathématique dont la traduction est fournie en annexe le montrera (notre mise en page y aide) traversé par ces parallélismes (voir par exemple les lignes 7 et 8, ou 10 à 13).

Nous retrouvons dans ce contexte notre question initiale : qu'est-ce que le mathématicien donne ainsi à lire, en recourant à ce procédé littéraire traditionnel? L'historien ne doit-il pas en effet chercher le contenu mathématique dans toutes les modalités de son expression? Or l'on peut noter que la distribution des énoncés parallèles au long du texte dégage comme termes de l'opération différents éléments, rangés dans des lignes superposées, dont la forme du texte signale du même pas l'analogie des comportements.

Mais reprenons le survol de notre texte. Nous relevons au hasard de la lecture l'emploi récurrent de la terminologie de la division pour la description de cette extraction de racine. Cette deuxième particularité de la rédaction établit un rapport entre les textes des deux procédures, division et extraction de racine, qui permet par transfert d'interpréter le texte qui nous occupe. Celui-ci, et ce n'est pas un cas unique, ne peut être isolé d'un contexte par confrontation auquel sa signification se construit.

Sa lecture demande de mettre à profit la référence à un autre texte. D'où, la question revient : qu'est-ce qui se dit là de mathématique? Ce parcours interprétatif amène à construire une relation d'analogie entre les deux opérations de division et de racine cubique, relation que nous pouvons considérer comme donnée à lire, à travailler, par la mise en correspondance des deux textes.

Dans chacun de nos deux cas, la structure formelle des textes, construite en mettant en oeuvre de techniques littéraires usuelles, a donc une signification mathématique. Mais dépassons ici le simple problème de la lecture; la rencontre avec ces manières de rédiger et, partant, de lire, nous conduit à de nouvelles questions: un contenu ainsi mis en forme peut-il se prêter à une élaboration ultérieure? Le recours à de tels modes d'expression peut-il amener le mathématicien à considérer, à privilégier des sujets spécifiques?

Transformations du contenu intertextuel

Que nous apporte le fait d'intégrer au contenu du texte les analogies mises en évidence par l'explicitation de sa structure? Cela nous permet, entre autres points, de comprendre dans quel type de série historique il s'inscrit. Autrement dit : les relations dégagées entre les deux opérations d'une part, entre les éléments constituants de la racine cubique d'autre part, sont ici construites par la mise en correspondance des textes qui les décrivent ou qui les manipulent. Cependant la forme de ces correspondances est elle-même le fruit d'une histoire qui s'est faite, qui se lit, dans les transformations de cette intertextualité.

La mise en rapport par parallélisme entre la racine carrée et la racine cubique, la description de ces deux opérations par référence à la division, ont connu, depuis le premier siècle, différents états, marqués par la montée de l'homogénéité entre les éléments constituants mis en oeuvre par les algorithmes d'une part, entre ces procédures de l'autre. Un progrès s'y engrange dans la forme des textes, dans la manière dont ils renvoient les uns aux autres. Les relations entre les phrases, entre les textes sont non pas seulement l'expression d'une information mais aussi le support du travail futur. Car dire que l'on ne peut rendre compte de cette évolution que par ce biais, c'est aussi dire que l'intertextuel a été l'objet d'une refonte perpétuelle. Ceci nous confirme, si besoin était, que les rapports entre les textes sont lus, retravaillés, et plus généralement que l'on ne peut dissocier les pratiques scientifiques des types de textes qu'elles se donnent.

Notre texte du XI^e siècle constitue l'aboutissement de cette histoire en deux sens. Tout d'abord en ceci que la racine cubique, après avoir longtemps été donnée comme parallèle à la racine carrée et à la division, les a proprement absorbées. Il suffit en effet d'ôter une ligne au tableau sur lequel se pratique la racine cubique et, en appliquant le même algorithme, l'on extrait une racine carrée ; tandis qu'en ôtant deux lignes, on obtient une division. Ensuite parce que, pour la première fois semble-t-il, l'homogénéité de comportement entre les lignes y est totale.

Notons au passage que la fusion de plusieurs procédures en une seule semble être une opération récurrente dans l'activité mathématique chinoise, opération relevant d'une histoire des algorithmes, de même qu'en relève le recours à ce qui conditionne la possibilité de nos parallélismes : l'assignation de variables⁽²⁾.

Pour nous récapituler, nous avons jusqu'à présent montré qu'en identifiant des pratiques de rédaction courantes dans les textes mathématiques, nous étions à même d'y lire, «entre les lignes», un contenu dont nous savons, par le fait qu'ils le retravaillent, qu'il a été compris comme tel par les mathématiciens chinois. Nous avons pu ainsi rendre compte de l'historicité propre à ce mode d'expression et faire apparaître une pratique de recherche de ces érudits qui prend appui sur des modes de travail du texte disponibles dans leur environnement culturel. Mais il y a toujours plus.

Où les parallélismes engendrent des objets mathématiques

Un savoir, disons-nous, est engrangé dans le parallélisme des opérations qui, au cours de l'algorithme, s'appliquent aux différents nombres placés dans des lignes superposées. On y reconnaît différents constituants aux histoires parallèles tandis que se déroule la procédure. Nous les identifions *a posteriori* comme coefficients des équations impliquées, et nous rendons ainsi compte de l'analogie de leur comportement. Cependant, en Chine, tout se passe comme si l'algorithme avec ses homogénéités avait engendré l'objet mathématique «équation» qui les conditionne. En effet, on ne sait pas encore très bien quand, entre les XI^{e} et le XIII^{e} siècles, après la rédaction de notre texte semble-t-il, les mathématiciens en sont venus là à considérer les équations de manière générale (c'est-à-dire avec des coefficients et des degrés quelconques). Or deux points permettent d'établir un rapport entre notre algorithme et ces équations. Tout d'abord, la représentation que les mathématiciens en donnent alors est positionnelle, c'est-à-dire qu'elle est celle-là même que lui donnait l'algorithme d'extraction de la racine cubique de manière implicite. Ainsi l'équation

$$3x^2 + 2x = 1 \quad y \text{ est notée : } \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

De plus, deuxième lien entre l'algorithme et l'objet, les mathématiciens ont proposé de chercher les racines de ces équations par la même procédure, légèrement aménagée, que celle présentée au XI^{e} siècle pour la recherche de la racine cubique (on convient de l'appeler en général la méthode de Ruffini-Horner): les coefficients sont placés dans des lignes superposées, comme indiqué ci-dessus, et on leur applique la petite mécanique arithmétique utilisée pour la racine cubique. C'est le nombre de lignes sur lequel travaille cette mécanique qui décidera du fait de savoir l'opération qu'elle effectue.

L'algorithme composé de phrases parallèles produit l'objet implicitement manipulé, dans une notation donnant aux éléments analogues des représentations identiques. Un autre aspect des notations positionnelles apparaît là.

Nous voici, de manière inattendue, revenus à notre point de départ : le pont est établi entre ces signes posés les uns à côté des autres, dont les sens se construisent par confrontation, et les phrases parallèles, posées les unes après les autres et dont la mise en présence construit une analogie, lien de continuité entre pratiques scientifiques et littéraires. Or, chose curieuse, si les auteurs chinois recourent de manière générale à des énoncés parallèles, les mathématiciens chinois recourent eux volontiers à des notations positionnelles⁽³⁾. Tandis qu'à côté de celles-ci, l'on trouve toujours des algorithmes présentant des propriétés semblables à celle que nous avons explorées : rédigés en phrases parallèles

pour traiter des postes voisins, ils déplacent le long d'une chaîne de signes le même traitement local.

L'on en vient naturellement à se demander si l'évolution des récits d'algorithmes vers une certaine homogénéité de leurs composantes, encouragée par un certain mode traditionnel de travail sur la base des textes, n'a pas systématiquement produit des objets, notés d'une manière positionnelle qui offre une prise à leur traitement.

Gardons-nous cependant de penser que, si ces pratiques littéraires ont pu fournir un contexte favorable à la poursuite d'un certain type d'activité scientifique, elles en étaient une condition *sine qua non*: lorsque les mathématiciens européens ont exploré à partir du xvii^e siècle les analogies entre propriétés causées dans leur corpus par la dualité, ils ont su se doter de notations, d'énoncés et de mises en pages propres à effectuer ce travail ⁽⁴⁾.

Les parallélismes se révèlent avoir été plus qu'un simple mode de rédaction, qu'un support de travail: ils semblent avoir été moteurs dans l'élaboration d'objets mathématiques spécifiques, qui ont été proprement dissous dans une culture mathématique internationale. Ils nous montrent à l'évidence comment les pratiques du texte peuvent être au coeur de la conduite des travaux scientifiques et, de ce fait, nous incitent à étudier plus avant ces activités symboliques. Mais, à l'inverse, les mathématiques nous offrent des matériaux de choix pour l'étude générale de ces usages de textes. Pourquoi, en effet, l'étude des activités scientifiques n'apporterait-elle pas sa contribution à l'analyse des pratiques culturelles qui les traversent ⁽⁵⁾.

Annexe :

Ce texte expose une méthode pour l'extraction de la racine cubique, attribuée à Jia Xian, mathématicien du XI^e siècle sur lequel nous disposons encore de peu d'informations ⁽⁶⁾.

Pour la recherche de la racine cubique d'un nombre donné A, le texte ci-dessous décrit une mise en page de calculs à effectuer sur la surface à calculer sur laquelle les opérations se déroulent, comme le laissent entendre les mots que l'on y rencontre: «placer», «déplacer», «au dessus», «en bas»...

Nous dirions, en termes modernes, que l'extraction d'une racine cubique suppose la résolution de l'équation $x^3 = A$. L'auteur propose, à l'image de la recherche du quotient dans une division, de calculer la racine chiffre à chiffre. A supposer que l'on ait trouvé le terme relatif au premier chiffre, a, l'on en sera réduit à chercher $y = x - a$; l'équation qu'il faudra résoudre pour ce faire devient $y^3 + 3ay^2 + 3a^2y = A - a^3$. Sans qu'il soit ici question d'équation, les coefficients de celle-ci se trouvent être les nombres que l'auteur amène à se trouver dans les lignes successives de la configuration:

A-a³ est le «dividende»
3a² est le «diviseur carré» ou le «carré»

3a est le «diviseur côté» ou le «côté»

1 est le «diviseur d'en bas».

L'algorithme décrit les transformations successives des positions et des valeurs de ces quantités tout au long de l'extraction de la racine.

Le texte a préconisé de placer le nombre dont la racine est à extraire comme «dividende», puis de placer une baguette nommée «diviseur d'en bas», au dessous de ce «dividende», enfin de la déplacer de droite à gauche en sautant deux colonnes à chaque fois. Nous donnons ci-dessous les différentes configurations du calcul ; la numérotation des étapes est nôtre.

- 1 On place le premier chiffre obtenu du quotient au dessus du dividende.
- 2 Prendre le quotient d'en haut
- 3 multiplié par le diviseur d'en bas; le placer en côté
- 4 multiplié par le côté comme carré
- 5 éliminer du dividende.
Quand c'est terminé,
- 6 à nouveau prendre le quotient d'en haut
- 7 multiplié par le diviseur d'en bas; en augmenter le côté
- 8 multiplié par le côté; en augmenter le carré.
Encore
- 9 multiplié par le diviseur d'en bas; en augmenter le côté.
- 10 On les rétrograde
- 11 le carré de 1
- 12 le côté de 2
- 13 le bas de 3.

Puis à la suite du premier chiffre du quotient, à nouveau évaluer le second chiffre.

Prendre le chiffre obtenu

multiplié par le diviseur d'en bas ; en augmenter le côté

multiplié par le côté ; en augmenter le carré

cela correspond au quotient d'au dessus.

éliminer du dividende.

Quand c'est terminé,

à nouveau prendre le quotient suivant

multiplié par le diviseur d'en bas; en augmenter le côté

multiplié par le côté; en augmenter le carré.

Encore

multiplié par le diviseur d'en bas; en augmenter le côté.

On les rétrograde

le carré de 1

le côté de 2

le bas de 3.

Comme avant,

le nombre obtenu pour le troisième chiffre du quotient d'au dessus

multiplié par le diviseur d'en bas ; en augmenter le côté

multiplié par le côté ; en augmenter le carré

cela correspond au quotient d'au dessus.

éliminer du dividende.

On obtient le nombre qui est un côté du cube

Voici le détail de l'évolution de la configuration (nous ne prendrons pas en compte les déplacements, dûs à l'ajustement des positions des nombres) :

étape 1

a
A
1

étape 2 à 5

a
A-a³
a²
a
1

étape 6 à 8

a
A-a³
3a²
2a
1

étape 9

a
A-a³
3a²
3a
1

Puis l'on passe au deuxième chiffre.

(1) Je reprends ici l'exemple par lequel François Martin introduit une étude sur le parallélisme dans la poésie chinoise : *les vers couplés de la poésie chinoise classique*, étude elle-même publiée dans un numéro spécial que la revue *Extrême Orient, Extrême Occident*, animée par François Jullien, consacre à la question du parallélisme dans la culture chinoise : *Parallélisme et appariement des choses*, n° 11. L'on trouvera dans l'article où j'y traite des mathématiques une approche plus détaillée de l'exemple qui me sert de support ici, ainsi qu'une bibliographie.

(2) Il s'agit de nommer à l'aide des mêmes termes (respectivement «diviseur carré», «diviseur coin», «diviseur d'en bas») les nombres qui se suivent dans une même ligne tout au long de l'algorithme, malgré le fait qu'ils soient appelés à désigner des valeurs différentes. Sur ces points le lecteur peut se reporter à mes articles: «L'aspect algorithmique récurrent dans les mathématiques chinoises: Paysages d'algorithmes, algorithmes de paysages», in Jean Dhombres (ed.) : *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences* 20,(1987) pp.86-104 ou «Should they read FORTRAN as if it were English?» *Bulletin of Chinese studies* 1 (1987) n°2, p.301-316 et, avec Serge Pahaut : «Savoir-faire et finalités dans les procédures», *L'appropriation sociale de l'informatique*, Presses Universitaires de Namur, pp.253-7.

(3) C'est ce que montrent la notation positionnelle décimale à laquelle ils recourent, les notations pour les systèmes d'équations linéaires, ce dès le premier siècle, et, plus tard, les représentations des équations et des polynômes.

(4) On pourra à ce sujet consulter l'article écrit en collaboration avec Serge Pahaut, «Préhistoires de la dualité: explorations algébriques en trigonométrie sphérique (1753-1825)» in *Sciences à l'époque de la Révolution française*, sous la direction de R. Rashed, 1988, p. 151-200.

(5) voir «Objets et artefacts. Les sciences et la culture» de Serge Pahaut et de moi-même, dans l'*Encyclopédie Philosophique Universelle*, PUF, 1989.

(6) Yang Hui, *Xiangjie Jiu Zhang Suanfa Zuanlei* (xiii^e siècle), Edition Congshu Jicheng, p. 37