



HAL
open science

Synthèse non-quadratique de contrôleurs échantillonnés pour les modèles flous de type T-S décrits en temps continu

Adriano N.D. Lopes, Laurent Arcese, Kevin Guelton

► **To cite this version:**

Adriano N.D. Lopes, Laurent Arcese, Kevin Guelton. Synthèse non-quadratique de contrôleurs échantillonnés pour les modèles flous de type T-S décrits en temps continu. Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA), 2021, Paris, France. pp.117-124. hal-03398821

HAL Id: hal-03398821

<https://hal.science/hal-03398821v1>

Submitted on 23 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Synthèse non-quadratique de contrôleurs échantillonnés pour les modèles flous de type T-S décrits en temps continu

Adriano N. D. Lopes^{1,2}

Laurent Arcese¹

Kevin Guelton¹

¹ CReSTIC EA3804 - Université de Reims Champagne-Ardenne,

² Mechatronics Department, CEFET-MG

Campus Moulin de la Housse BP1039, Reims Cedex 02, France

Campus de Divinópolis, 35680-029 Divinópolis - MG, Brésil

{adriano.lopes,laurent.arcese,kevin.guelton}@univ-reims.fr

Résumé :

Cet article traite de la synthèse de lois de commande échantillonnées pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno décrits en temps continu. Afin d'obtenir des conditions de synthèse de moindre conservatisme, permettant l'estimation conjointe du domaine d'attraction en boucle fermée, une fonction de Lyapunov-Krasovskii non-quadratique est considérée. L'efficacité et la supériorité (en terme de conservatisme) de l'approche proposée est illustrée au travers d'un modèle T-S de pendule inversé, vis-à-vis de résultats récents de la littérature.

Mots-clés :

Modèle Takagi-Sugeno, Fonction de Lyapunov-Krasovskii non quadratique, Commande échantillonnée, Domaine d'attraction.

1 Introduction

Au cours des dernières décennies, les approches de contrôle basées sur des données échantillonnées sont apparues comme un sujet de recherche important. Elle consiste à étudier la stabilité globale en boucle fermée des systèmes continus contrôlés par des automates numériques [1, 2, 3]. Dans ce cadre, une manière élégante de concevoir de tels contrôleurs consiste à réécrire la dynamique en boucle fermée sous la forme d'un système décrit en temps continu avec retard variable sur l'entrée [1]. Si, dans ce contexte, de nombreux efforts ont été fournis pour traiter des systèmes linéaires, la plupart des applications réelles présentent une dynamique non linéaire.

Parmi les approches de contrôle non linéaire, la commande à base de modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) [4] présente l'intérêt de fournir une représentation polytopique convexe

des systèmes non linéaires, permettant l'extension des concepts issus de l'automatique linéaires. On trouve par exemple de nombreux travaux traitant de la synthèse de contrôleurs en temps continu (e.g. [5, 6]), en temps discret (e.g. [7, 8]), pour les systèmes T-S avec retard (e.g. [9, 10]), ou plus récemment pour la commande à base de données échantillonnées (e.g. [11, 12, 13, 14, 15]). De manière générale, les conditions de stabilité ou de synthèse de contrôleurs pour les systèmes T-S sont obtenues par la méthode directe de Lyapunov sous la forme d'Inégalités Linéaires Matricielles (LMI). Néanmoins, les conditions LMI sont suffisantes et souffrent de conservatisme, dont la réduction reste un défi important [16].

Dans le cadre de la commande à base de données échantillonnées, un moyen efficace d'évaluer le conservatisme des conditions de synthèse consiste à rechercher le pas d'échantillonnage maximal ($\bar{\eta}$) admissible de la partie commande, pour laquelle la dynamique continue en boucle fermée reste stable. Ainsi, des améliorations successives du conservatisme ont été obtenues (e.g. [11, 12, 17, 18, 13, 14]). La présente étude poursuit ce même objectif, c'est-à-dire la réduction du conservatisme pour la synthèse de lois de commande échantillonnées pour les systèmes T-S décrits en temps continu. Pour ce faire, de nouvelles conditions LMI sont proposées à partir du choix d'une Fonction de Lyapunov-Krasovskii Non-Quadratique (FLKNQ) adaptée, de l'application d'inégalités de Jensen étendues [19].

En outre, l'estimation du domaine d'attraction en boucle fermée est considérée. L'efficacité des conditions de synthèse non-quadratique proposées est illustrée et comparée avec les résultats issus d'études précédentes, au travers de la simulation d'un modèle T-S de pendule inversé sur un chariot.

Notations. Le symbole (\star) désigne une quantité transposée dans une matrice symétrique. On notera $\mathcal{I}_r = \{1, \dots, r\} \subset \mathbb{N}$ et, pour toute matrice carré M , $\mathcal{H}(M) = M + M^T$. Soit les vecteurs v_1, v_2, \dots, v_n , on notera $\text{col}\{v_1, v_2, \dots, v_n\} = [v_1^T \ v_2^T \ \dots \ v_n^T]^T$. Une matrice bloc-diagonale constituée par p fois $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sur sa diagonale sera désignée par $\mathcal{D}_p(X)$. La j -ième ligne d'une matrice (ou vecteur) M sera notée $M_{(j)}$ et $e_i = [0_{n \times (i-1)n} \ I_n \ 0_{n \times (4-i)n}]$, $\forall i \in \mathcal{I}_4$.

2 Préliminaires

Considérons la classe des modèles flous de type T-S décrite en temps continu par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)), \quad (1)$$

valide sur un ensemble polyédrique (i.e. $\forall x(t) \in \mathcal{D}_x$) défini par :

$$\mathcal{D}_x = \{x(t) \in \mathbb{R}^n \mid L_{(j)} x(t) \leq b_{(j)}, \forall j \in \mathcal{I}_r\} \subseteq \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

avec $L \in \mathbb{R}^{r \times n}$, $b \in \mathbb{R}^r$; $z(t) \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de prémisses, dépendant uniquement des composantes du vecteur d'état $x(t) \in \mathbb{R}^n$; $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrées; $\forall i \in \mathcal{I}_r$, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ sont des matrices décrivant la dynamique de chaque polytope; $h_i(z(t)) \geq 0$ sont les fonctions d'appartenance satisfaisant la propriété de somme convexe $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$.

Dans cet article, nous nous intéressons à la stabilisation des modèles T-S en temps continu (1) par une loi de commande échantillonnée aux instants t_k ($k \in \mathbb{N}$) donnée par :

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k)) K_i X^{-1} x(t_k) \quad (3)$$

où, $\forall i \in \mathcal{I}_r$, $K_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $X^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices de gain à synthétiser, et où, $\forall t \in$

$[t_k, t_{k+1})$, le signal $u(t)$ est maintenu par un bloqueur d'ordre zéro.

De plus, considérons un pas d'échantillonnage η_k variable de telle sorte que :

$$t_{k+1} - t_k = \eta_k \leq \bar{\eta} \quad (4)$$

où $\bar{\eta}$ est le plus grand pas d'échantillonnage admissible à maximiser tout en garantissant la stabilité en boucle fermée du système (1) contrôlé par (3). Soit, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$:

$$\tau(t) = t - t_k \in [0, \eta_k), \quad \dot{\tau}(t) = 1, \quad (5)$$

La loi de commande (3) peut alors s'écrire :

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t-\tau(t))) K_i X^{-1} x(t-\tau(t)) \quad (6)$$

Dans la suite, pour alléger les notations, nous noterons pour toutes matrices M_i ($i \in \mathcal{I}_r$) de même dimension :

$$M_h = \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) M_i, \quad M_{\bar{h}} = \sum_{i=1}^r h_i(x(t-\tau(t))) M_i, \\ M_{h\bar{h}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t)) h_j(x(t-\tau(t))) M_{ij}.$$

Ainsi, en substituant la loi de commande (6) dans l'équation (1), la dynamique en boucle fermée peut être exprimée par le modèle T-S avec retard variable en entrée suivant :

$$\dot{x}(t) = A_h x(t) + B_h K_{\bar{h}} X^{-1} x(t-\tau(t)) \quad (7)$$

Positionnement du problème : L'objectif de cet article est de proposer des conditions LMIs de moindre conservatisme permettant la synthèse non-quadratique des matrices de gain K_i et X de la loi de commande échantillonnée (6), de telle sorte que la dynamique en boucle fermée (7) soit localement asymptotiquement stable pour une valeur maximale de l'intervalle d'échantillonnage ($\bar{\eta}$). Dans ce contexte, sous l'hypothèse qu'il existe $\phi_k \geq 0$ ($\forall k \in \mathcal{I}_r$) tels que, $\forall t$, $|\dot{h}_i(t)| \leq \phi_i$, nous proposerons conjointement l'estimation de la région d'attraction $\mathcal{D}_a^* \subseteq \mathcal{D}_x \cap \mathcal{D}_\phi$ de la dynamique en boucle fermée synthétisée, avec :

$$\mathcal{D}_\phi = \bigcap_{k=1}^r \{x(t) \in \mathbb{R}^n; |\dot{h}_k(z)| \leq \phi_k\} \quad (8)$$

Dans ce contexte, nous noterons $\nabla_k(x(t)) = \left[\frac{\partial h_k(x(t))}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h_k(x(t))}{\partial x_n} \right]^T$ le gradient de $h_k(x(t))$ par $x(t)$ et, $\forall x(t) \in \mathcal{D}_x$, sachant que $\delta_\ell \leq \frac{\partial h_\ell(x(t))}{\partial x_n} \leq \bar{\delta}_\ell$, une décomposition par secteurs non linéaires est appliquée de telle sorte que :

$$\nabla_k(x(t)) = \sum_{\ell=1}^{2^n} \bar{h}_s(z(t)) \bar{\nabla}_s \quad (9)$$

où, $\forall s \in \mathcal{I}_{2^n}$, $\bar{h}_s(z(t)) \geq 0$, $\sum_{s=1}^{2^n} \bar{h}_s(z(t)) = 1$, et $\bar{\nabla}_s \in \mathbb{R}^n$ constants.

Les lemmes suivants seront utilisés pour la démonstration des conditions de synthèse non-quadratique proposée dans la section suivante.

Lemme 1 [20] Pour toute matrice $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définie positive et $\tau(t) \in [0, \eta_k]$ avec $\dot{\tau}(t) = 1$, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) P x(s) ds \geq \eta_k^{-1} \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) ds P \int_{t-\tau(t)}^t x(s) ds \quad (10)$$

Le lemme suivant est un cas particulier du Lemme 1 proposé dans [19], puisque la définition de $\tau(t)$ (cf. (5)) n'impose pas (lorsque $t_0 = 0$) la connaissance du passé de $x(t)$ pour $t < 0$.

Lemme 2 Soit une matrice $R = R^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définie positive et une fonction scalaire $\tau(t)$ définie par (5). Pour $E \in \mathbb{R}^{n \times \kappa}$ et $\psi(t) \in \mathbb{R}^\kappa$ tels que l'intégrale $\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(s) ds = E\psi(t)$ soit définie, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$-\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \leq \psi^T(t) \Upsilon \psi(t), \quad (11)$$

pour toute matrice $M \in \mathbb{R}^{n \times \kappa}$ telle que $\Upsilon = -E^T M - M^T E + \tau(t) M^T R^{-1} M$.

Lemme 3 [14] $\forall (i, j) \in \mathcal{I}_r^2$, sous l'hypothèse que, $\forall t \geq 0$, $|\dot{h}_i(z(t))| \leq \phi_i$, et pour toutes matrices $\Lambda_{ij} = \Lambda_{ij}^T$ de même dimension, l'inégalité $\Lambda_{h\bar{h}} < 0$ est satisfaite s'il existe des matrices diagonales $D_{ij} > 0$ telles que :

$$\frac{2}{r-1} \Phi_{ii} + \Phi_{ij} + \Phi_{ji} < 0, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{I}_r^2 \quad (12)$$

$$\text{où } \Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \Lambda_{ij} + \frac{r-1}{16} D_{ij} & \star & \dots & \star \\ \sigma_1 \bar{\Lambda}_{ij1} & -D_{ij} & \dots & \star \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{r-1} \bar{\Lambda}_{ijr-1} & 0 & 0 & -D_{ij} \end{bmatrix} \text{ et, } \forall q \in \mathcal{I}_{r-1}, \bar{\Lambda}_{ijq} = \Lambda_{iq} + \Lambda_{jq} - \Lambda_{ir} - \Lambda_{jr}, \text{ avec } \sigma_q = \min\{1, \phi_q \bar{\eta}\}.$$

Lemme 4 [21] $\forall \tau \in [0, \eta]$, l'inégalité quadratique $f(\tau) = a_2 \tau^2 + a_1 \tau + a_0 < 0$ (a_2, a_1 et a_0 sont des scalaires réels) est vérifiée si :

$$f(0) < 0, \quad f(\eta) < 0 \quad \text{et} \quad f(0) - \eta^2 a_2 < 0.$$

3 Résultat principal

Le théorème suivant résume les conditions proposées pour la synthèse de lois de commande échantillonnées (6) afin de stabiliser les modèles T-S (1) décrits en temps continu.

Théorème 1 $\forall (i, j) \in \mathcal{I}_r^2$, sous l'hypothèse que $\forall t, |\dot{h}_i(t)| \leq \phi_i$ et avec $\bar{\nabla}_s$ ($\forall s \in \mathcal{I}_{2^n}$) définies par (9). Pour des intervalles d'échantillonnage variable $\eta_k \leq \bar{\eta}$ (à maximiser), le modèle T-S (1) est localement asymptotiquement stabilisé par le contrôleur échantillonné (6), s'il existe les matrices $0 < \bar{P}_i = \bar{P}_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{S}_j = \bar{S}_j^T \in \mathbb{R}^{4n \times 4n}$, $\bar{Q}_j = \bar{Q}_j^T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, $\bar{R}_{11j} = \bar{R}_{11j}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{R}_{22j} = \bar{R}_{22j}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{R}_{12j} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $K_j \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\bar{Y}_{ij} \in \mathbb{R}^{4n \times n}$, $\bar{M}_{ij}^1 = \bar{M}_{ij}^{1T} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{M}_{ij}^2 = \bar{M}_{ij}^{2T} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, et les scalaires $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, et ε_3 , telles que le problème d'optimisation suivant soit satisfait :

$$\begin{cases} \max_{\substack{P_h > 0, Q_h > R_{h\bar{h}}, S_{\bar{h}}, \\ K_{\bar{h}}, Y_{h\bar{h}}, M_{h\bar{h}}^1, M_{h\bar{h}}^2, Z_h > 0}} \text{Trace}(X) \\ \text{sujet à (14), (15), (16), (17)} \end{cases} \quad (13)$$

avec les conditions LMI paramétrées suivantes :

$$\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{11} & \bar{\eta} \bar{Y}_{h\bar{h}}^T & 0 & 0 & 0 \\ \star & -\bar{\eta} \bar{R}_{22\bar{h}} & 0 & 0 & 0 \\ \star & \star & \bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{33} & 0 & 0 \\ \star & \star & \star & -\bar{R}_{11\bar{h}} & 0 \\ \star & \star & \star & \star & \bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$-\begin{bmatrix} \bar{P}_\rho + \bar{M}_{h\bar{h}}^1 & 0 \\ \star & \bar{Q}_{\rho\bar{h}} + \bar{M}_{h\bar{h}}^2 \end{bmatrix} < 0, \quad \forall \rho \in \mathcal{I}_r, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_h & X^T L_{(j)}^T \\ L_{(j)} X & b_{(j)}^2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{I}_\kappa, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_h & \star \\ \bar{\nabla}_s G_{h\bar{h}} & \phi^2 \end{bmatrix} \geq 0, \forall s \in \mathcal{I}_r, \quad (17)$$

et :

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{11} &= -\bar{\eta}^2(t) \mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5) + \bar{\eta} \bar{\Phi}_{1h\bar{h}} + \bar{\Phi}_{0h\bar{h}} \\ &+ \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho E_0^T (\bar{P}_\rho + \bar{M}_{h\bar{h}}^1), \end{aligned}$$

$$\bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{33} = \bar{\Phi}_{0h\bar{h}} + \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho \left(E_0^T (\bar{P}_\rho + \bar{M}_{h\bar{h}}^1) + \bar{\eta} E_1^T (\bar{Q}_{\rho\bar{h}} + \bar{M}_{h\bar{h}}^2) E_1 \right)$$

$$\bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{55} = \bar{\Lambda}_{h\bar{h}}^{33} + \bar{\eta}^2(t) \mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5),$$

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{0h\bar{h}} &= \mathcal{H} \left(\bar{P}_h^T \bar{A}_{h\bar{h}} + \bar{\eta} E_1^T \bar{Q}_{h\bar{h}} E_2 - E_3^T \bar{Y}_{h\bar{h}} \right) - E_1^T \bar{Q}_{h\bar{h}} E_1 \\ &+ \bar{\eta} E_2^T \bar{R}_{h\bar{h}} E_2 + \bar{W}_{\bar{h}} + \bar{\eta} E_4^T \bar{S}_{\bar{h}} E_4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{1h\bar{h}} &= -\mathcal{H} \left(E_1^T \bar{Q}_{h\bar{h}} E_2 - \bar{\eta} E_4^T \bar{S}_{\bar{h}} E_5 + E_4^T \bar{S}_{\bar{h}} E_4 \right) \\ &- E_2^T \bar{R}_{\bar{h}} E_2, \end{aligned}$$

$$\bar{W}_{\bar{h}} = -e_1^T \bar{R}_{12\bar{h}} e_1 + e_2^T \bar{R}_{12\bar{h}} e_2 - \eta_k^{-1} e_3^T \bar{R}_{11\bar{h}} e_3$$

$$\bar{A}_{h\bar{h}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I \\ A_h X & B_h K_{\bar{h}} & 0 & -X \end{bmatrix}, E_0 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{P}_h = \begin{bmatrix} \bar{P}_h & 0 & 0 & 0 \\ I & \varepsilon_1 I & \varepsilon_2 I & \varepsilon_3 I \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_1 - e_2 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_4 \end{bmatrix}, E_3 = [e_1 - e_2], E_4 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_1 - e_2 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_0 \\ e_1 \\ e_4 \end{bmatrix}.$$

Dans ce cas, le domaine d'attraction estimé \mathcal{D}_a^* est donné par :

$$\mathcal{D}_a^* = \mathcal{L}(1) = \{x(0) \in \mathbb{R}^n \mid x^T P_h x \leq 1\} \subseteq \mathcal{D}_x \cap \mathcal{D}_\phi \quad (18)$$

Preuve 1 Considérons la FLKNQ donnée par :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \quad (19)$$

où :

$$V_1(t) = x^T(t) P_h x(t), \quad (20)$$

$$V_2(t) = (\eta_k - \tau(t)) \rho^T(t) Q_{h\bar{h}} \rho(t), \quad (21)$$

$$V_3(t) = (\eta_k - \tau(t)) \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\rho}^T(s) R_{\bar{h}} \dot{\rho}(s) ds, \quad (22)$$

$$V_4(t) = (\eta_k \tau(t) - \tau^2(t)) \zeta^T(t) S_{\bar{h}} \zeta(t), \quad (23)$$

avec :

$$\zeta(t) = \text{col} \left\{ x(t), x(t-\tau(t)), \int_{t-\tau(t)}^t x(s) ds, \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(s) ds \right\},$$

$$\rho(t) = \text{col} \left\{ \int_{t-\tau(t)}^t x(s) ds, \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(s) ds \right\}.$$

Soit $P_h = P_h^T > 0, \forall t = t_k, V(t_k) = V(t_k^-) = V(t_k^+) = V_1(t_k) > 0$. Ainsi, puisque la FLKNQ est continue $\forall t \in [0, +\infty)$, pour garantir la stabilité asymptotique du système en boucle fermée (7), il reste à garantir que, $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), \dot{V}(t) < 0$, i.e. :

$$\dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) < 0 \quad (24)$$

Soit trois scalaires $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, une matrice régulière X et :

$$\xi(t) = \text{col} \left\{ x(t), x(t-\tau(t)), \int_{t-\tau(t)}^t x(s) ds, \dot{x}(t) \right\}$$

On pose :

$$\tilde{P}_h = \begin{bmatrix} P_h & 0 & 0 & 0 \\ X^{-1} & \varepsilon_1 X^{-1} & \varepsilon_2 X^{-1} & \varepsilon_3 X^{-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

En considérant E_0 définie dans le Théorème 1, (20) peut être réécrite sous la forme :

$$V_1(t) = \xi^T(t) E_0^T \tilde{P}_h \xi(t) \quad (26)$$

où $E_0^T \tilde{P}_h = \tilde{P}_h^T E_0$ est vérifiée. La dérivation de (20) conduit à :

$$\dot{V}_1(t) = 2\xi^T(t) \tilde{P}_h^T E_0 \dot{\xi}(t) + \xi^T(t) E_0^T \dot{\tilde{P}}_h \xi(t) \quad (27)$$

De plus, (7) peut être réécrite sous la forme :

$$E_0 \dot{\xi}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I \\ A_h & B_h K_{\bar{h}} X^{-1} & 0 & -I \end{bmatrix}}_{\tilde{A}_{h\bar{h}}} \xi(t) \quad (28)$$

et l'équation (27) devient :

$$\dot{V}_1(t) = \xi^T(t) \left(\mathcal{H}(\tilde{P}_h^T \tilde{A}_{h\bar{h}}) + E_0^T \dot{\tilde{P}}_h \right) \xi(t) \quad (29)$$

Calculons à présent la dérivée de (21) :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -\rho^T(t) Q_{h\bar{h}} \dot{\rho}(t) + \rho^T(t) \dot{Q}_{h\bar{h}} \rho(t) \\ &+ (\eta_k - \tau(t)) (2\rho^T(t) Q_{h\bar{h}} \dot{\rho}(t)) \end{aligned} \quad (30)$$

Avec $\rho(t) = E_1 \xi(t)$ et $\dot{\rho}(t) = \text{col}\{x(t), \dot{x}(t)\} = E_2 \xi(t)$, (30) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \tau(t) \xi^T(t) \left(E_1^T \dot{Q}_{h\bar{h}} E_1 - \mathcal{H}(E_1^T Q_{h\bar{h}} E_2) \right) \xi(t) \\ &+ \eta_k \xi^T(t) \left(\mathcal{H}(E_1^T Q_{h\bar{h}} E_2) + E_1^T \dot{Q}_{h\bar{h}} E_1 \right) \xi(t) \\ &- \xi^T(t) (E_1^T Q_{h\bar{h}} E_1) \xi(t) \end{aligned} \quad (31)$$

Considérons maintenant la dérivation de (22) :

$$\dot{V}_3(t) = (\eta_k - \tau(t))\dot{\rho}^T(t)R_{\bar{h}}\dot{\rho}(t) - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\rho}^T(s)R_{\bar{h}}\dot{\rho}(s)ds \quad (32)$$

En posant $R_{\bar{h}} = \begin{bmatrix} R_{11\bar{h}} & R_{12\bar{h}} \\ \star & R_{22\bar{h}} \end{bmatrix}$ avec :

$$R_{11\bar{h}} = R_{11\bar{h}}^T > 0, \quad R_{22\bar{h}} = R_{22\bar{h}}^T > 0 \quad (33)$$

l'équation (32) est équivalente à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= (\eta_k - \tau(t))\dot{\rho}^T(t)R_{\bar{h}}\dot{\rho}(t) - \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)R_{11\bar{h}}x(s)ds \\ &\quad - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s)R_{22\bar{h}}\dot{x}(s)ds - 2 \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)R_{12\bar{h}}\dot{x}(s)ds \end{aligned} \quad (34)$$

Notons que $\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s)ds = E_3\xi(t)$ et que, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, $R_{12\bar{h}}$ est constante. En appliquant le Lemme 1 et le Lemme 2, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &\leq (\eta_k - \tau(t))\dot{\rho}^T(t)R_{\bar{h}}\dot{\rho}(t) \\ &\quad - \eta_k^{-1} \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)R_{11\bar{h}} \int_{t-\tau(t)}^t x(s)ds \\ &\quad + \xi^T(t) (\tau(t)Y_{\bar{h}\bar{h}}^T R_{22\bar{h}}^{-1} Y_{\bar{h}\bar{h}} - E_3^T Y_{\bar{h}\bar{h}} - Y_{\bar{h}\bar{h}}^T E_3) \xi(t) \\ &\quad - x^T(t)R_{12\bar{h}}x(t) + x^T(t-\tau(t))R_{12\bar{h}}x(t-\tau(t)) \\ &\quad = \tau(t)\xi^T(t) (Y_{\bar{h}\bar{h}}^T R_{22\bar{h}}^{-1} Y_{\bar{h}\bar{h}} - E_2^T R_{\bar{h}} E_2) \xi(t) \\ &\quad + \xi^T(t) (\eta_k E_2^T R_{\bar{h}} E_2 - \mathcal{H}(E_3^T Y_{\bar{h}\bar{h}}) + W_{\bar{h}}) \xi(t) \end{aligned} \quad (35)$$

avec $W_{\bar{h}} = -e_1^T R_{12\bar{h}} e_1 + e_2^T R_{12\bar{h}} e_2 - \eta_k^{-1} e_3^T R_{11\bar{h}} e_3$.

Considérons enfin la dérivation de (23) :

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= (\eta_k - 2\tau(t))\zeta^T(t)S_{\bar{h}}\zeta(t) \\ &\quad + 2(\eta_k\tau(t) - \tau^2(t))\zeta^T(t)S_{\bar{h}}\dot{\zeta}(t) \end{aligned} \quad (36)$$

Avec $\zeta(t) = E_4\xi(t)$ et $\dot{\zeta}(t) = E_5\xi(t)$, on a :

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= -\tau^2(t)\xi^T(t)\mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5) \xi(t) \\ &\quad + \tau(t)\xi^T(t)\mathcal{H}(\eta_k E_4^T S_{\bar{h}} E_5 - E_4^T S_{\bar{h}} E_4) \xi(t) \\ &\quad + \xi^T(t)(\eta_k E_4^T S_{\bar{h}} E_4) \xi(t) \end{aligned} \quad (37)$$

Considérant (29), (31), (35) et (37), l'inégalité (24) est satisfaite si :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\tau(t)) &= -\tau^2(t)\xi^T(t)\mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5) \xi(t) \\ &\quad + \tau(t)\xi^T(t) \left(\Phi_{1\bar{h}\bar{h}} + Y_{\bar{h}\bar{h}}^T R_{22\bar{h}}^{-1} Y_{\bar{h}\bar{h}} - E_1^T \dot{Q}_{\bar{h}\bar{h}} E_1 \right) \xi(t) \\ &\quad + \xi^T(t) \left(\Phi_{0\bar{h}\bar{h}} + E_0^T \dot{P}_{\bar{h}} + \eta_k E_1^T \dot{Q}_{\bar{h}\bar{h}} E_1 \right) \xi(t) < 0 \end{aligned} \quad (38)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Phi_{0\bar{h}\bar{h}} &= \mathcal{H} \left(\tilde{P}_{\bar{h}}^T \tilde{A}_{\bar{h}\bar{h}} + \eta_k E_1^T Q_{\bar{h}\bar{h}} E_2 - E_3^T Y_{\bar{h}\bar{h}} \right) \\ &\quad - E_1^T Q_{\bar{h}\bar{h}} E_1 + \eta_k E_2^T R_{\bar{h}} E_2 + W_{\bar{h}} + \eta_k E_4^T S_{\bar{h}} E_4, \\ \Phi_{1\bar{h}\bar{h}} &= \mathcal{H}(\eta_k E_4^T S_{\bar{h}} E_5 - E_1^T Q_{\bar{h}\bar{h}} E_2 - E_4^T S_{\bar{h}} E_4) \\ &\quad - E_2^T R_{\bar{h}} E_2. \end{aligned}$$

Selon le Lemme 4, (38) est satisfaite si :

$$P(0) < 0, \quad (39)$$

$$P(\bar{\eta}) < 0, \quad (40)$$

$$P(0) + \tau^2 \mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5) < 0. \quad (41)$$

Les inégalités (39) et (40) sont satisfaites si, $\forall \xi^T(t) \neq 0$:

$$\Phi_{0\bar{h}\bar{h}} + E_0^T \dot{P}_{\bar{h}} + \eta_k E_1^T \dot{Q}_{\bar{h}\bar{h}} E_1 < 0, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} -\eta_k^2(t)\mathcal{H}(E_4^T S_{\bar{h}} E_5) + \eta_k (\Phi_{1\bar{h}\bar{h}} + Y_{\bar{h}\bar{h}}^T R_{22\bar{h}}^{-1} Y_{\bar{h}\bar{h}}) \\ + \Phi_{0\bar{h}\bar{h}} + E_0^T \dot{P}_{\bar{h}} < 0 \end{aligned} \quad (43)$$

Puisque $\sum_{\rho=1}^r \dot{h}_\rho(x(t)) = 0$, pour toute matrice $M_{\bar{h}\bar{h}}^q$ ($q = 1, 2$), on a $\sum_{\rho=1}^r \dot{h}_\rho(x(t))M_{\bar{h}\bar{h}}^q = 0$. Donc, sous l'hypothèse que $|\dot{h}_\rho(x(t))| \leq \phi_\rho$, si :

$$P_\rho + M_{\bar{h}\bar{h}}^1 > 0 \quad \text{et} \quad Q_{\rho\bar{h}} + M_{\bar{h}\bar{h}}^2 > 0, \quad \forall \rho \in \mathcal{I}_r, \quad (44)$$

alors on peut écrire :

$$E_0^T \dot{P}_{\bar{h}} \leq \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho E_0^T (P_\rho + M_{\bar{h}\bar{h}}^1) \quad (45)$$

$$\eta_k E_1^T \dot{Q}_{\bar{h}\bar{h}} E_1 \leq \eta_k \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho E_1^T (Q_{\rho\bar{h}} + M_{\bar{h}\bar{h}}^2) E_1. \quad (46)$$

D'où, en appliquant le complément de Schur, les inégalités (42) et (43) sont satisfaites si :

$$\Phi_{0\bar{h}\bar{h}} + \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho \left(E_0^T (P_\rho + M_{\bar{h}\bar{h}}^1) + \eta_k E_1^T (Q_{\rho\bar{h}} + M_{\bar{h}\bar{h}}^2) E_1 \right) < 0 \quad (47)$$

et :

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{\bar{h}\bar{h}}^{11} & \eta_k \eta_k Y_{\bar{h}\bar{h}}^T \\ \star & -\eta_k R_{22\bar{h}} \end{bmatrix} < 0 \quad (48)$$

avec $\Lambda_{\bar{h}\bar{h}}^{11} = \eta_k^2(t)S_{\bar{h}\bar{h}} + \eta_k \Phi_{1\bar{h}\bar{h}} + \Phi_{0\bar{h}\bar{h}} + \sum_{\rho=1}^r \phi_\rho E_0^T (P_\rho + M_{\bar{h}\bar{h}}^1)$.

Par congruence de (33), (44), (47), et (48) par $D_p(X)$ (de taille appropriée p), nous obtenons les conditions (14) (incluant (33), (47) et (48)) et (15) (incluant (44)), et où les matrices de

décision contenues dans $\bar{\Phi}_{1h\bar{h}}$ et $\bar{\Phi}_{0h\bar{h}}$ relèvent de changements de variables bijectifs de type $\bar{Z} = X^T Z X$, avec $Z = \{P_h, Q_{h\bar{h}}, R_{11h\bar{h}}, R_{12h\bar{h}}, \dots\}$.

Notons que seule la stabilité locale de la boucle fermée est garantie puisque le modèle T-S (7) n'est valide que $\forall x(t) \in \mathcal{D}_x$, et les conditions (12), (14) et (15) supposent que $\forall t, |\dot{h}_i(t)| \leq \phi_i$. Afin d'estimer le domaine d'attraction, l'objectif est de trouver la plus grande équipotentielle (c) de la FLKNQ (à l'instant initial $t = t_0 = 0$) incluse dans $\mathcal{D}_x \cap \mathcal{D}_\phi$.

Sans perte de généralité, considérons à présent l'équipotentielle $\mathcal{L}(1)$ définie par :

$$x^T(0)X^{-T}\bar{P}_hX^{-1}x(0) \leq 1 \quad (49)$$

et les contraintes associées à l'ensemble polyédrique \mathcal{D}_x données par :

$$\frac{x^T(0)L_{(j)}^T L_{(j)}x(0)}{b_{(j)}^2} \leq 1, \forall j \in \mathcal{I}_\kappa \quad (50)$$

D'où, l'inégalité suivante garantit $\mathcal{L}(1) \subseteq \mathcal{D}_x$:

$$\bar{P}_h - \frac{X^T L_{(j)}^T L_{(j)} X}{b_{(j)}^2} \geq 0, \forall j \in \mathcal{I}_\kappa \quad (51)$$

qui, par l'application du complément de Schur, est satisfaite si (16) est vérifiée.

Soit, $\forall t \geq 0$:

$$|\dot{h}_k(x(t))| = |\nabla_k^T(x(t))\dot{x}(t)| \leq \phi_k, \forall k \in \mathcal{I}_r \quad (52)$$

L'objectif est de trouver la plus grande équipotentielle de la FLKNQ qui, à l'instant $t = t_0 = 0$, satisfaisant la contrainte (52), c'est-à-dire, sans perte de généralité, à $t = t_0 = 0$:

$$\frac{x^T(0)X^{-T}G_{h\bar{h}}^T \nabla_k^T(x(0))\nabla_k(x(0))G_{h\bar{h}}X^{-1}x(0)}{\phi_k^2} \leq 1 \quad (53)$$

avec $G_{h\bar{h}} = (A_h X + B_h K_{\bar{h}})$.

D'après (49) et (53), l'inégalité suivante garantit $\mathcal{L}(1) \subseteq \mathcal{D}_\phi$:

$$\bar{P}_h - \frac{G_{h\bar{h}}^T \nabla_k^T(x(0))\nabla_k(x(0))G_{h\bar{h}}}{\phi_k^2} \geq 0 \quad (54)$$

qui est équivalent à :

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_h & \star \\ \nabla_k(x(0))G_{h\bar{h}} & \phi^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (55)$$

Notons que la condition (55) dépend des conditions initiales. Néanmoins, sachant que $x(0) \in \mathcal{D}_x$, et considérant (9), (55) est vraie si :

$$\sum_{\ell=1}^{2^n} \tilde{h}_s(z(t)) \begin{bmatrix} \bar{P}_h & \star \\ \nabla_s G_{h\bar{h}} & \phi^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (56)$$

ce qui est vérifiée si les conditions (17) sont satisfaites.

Enfin, notons qu'afin d'élargir l'aire recouverte par $\mathcal{L}(1)$ et donc l'estimation de \mathcal{D}_x^* , il convient de minimiser la trace de \bar{P}_h , ce qui revient à maximiser la trace de X sous la contrainte (49), sachant que $\bar{P}_h = X^{-T} P X^{-1}$. Ceci conclut la preuve du Théorème 1.

Remarque 1 Les conditions (14), (15), (16) et (17) sont des inégalités paramétrée (en $h\bar{h}$). Le Lemme 1 est utilisé dans la suite afin de résoudre ces inégalités à l'aide d'outils de l'optimisation convexe (Yalmip et SEDUMI dans l'environnement Matlab, [22]).

Remarque 2 Notons que les conditions proposées ne sont pas strictement LMI car elles requièrent le choix préalable des paramètres ε_1 , ε_2 et ε_3 . Néanmoins, de manière similaire à de nombreux travaux récents de la littérature (e.g. [23, 10, 6, 15]), ceux-ci peuvent être cherchés par programmation linéaire, dans la mesure où les solutions du problème de synthèse sont obtenues hors-ligne.

4 Exemple Académique

Considérons un modèle flou T-S du second ordre d'un pendule inversé sur un chariot, utilisé dans de nombreuses études précédentes à des fins de comparaison [11, 24, 17, 25, 18, 13]. Celui-ci, valide pour $|x_1(t)| < \pi/2$ et $|x_2(t)| \leq \pi$, contient deux règles floues ($r = 2$) dont les sommets sont donnés par les matrices :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{4l/3 - aml} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(4l/3 - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -a \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -a\beta \end{bmatrix}.$$

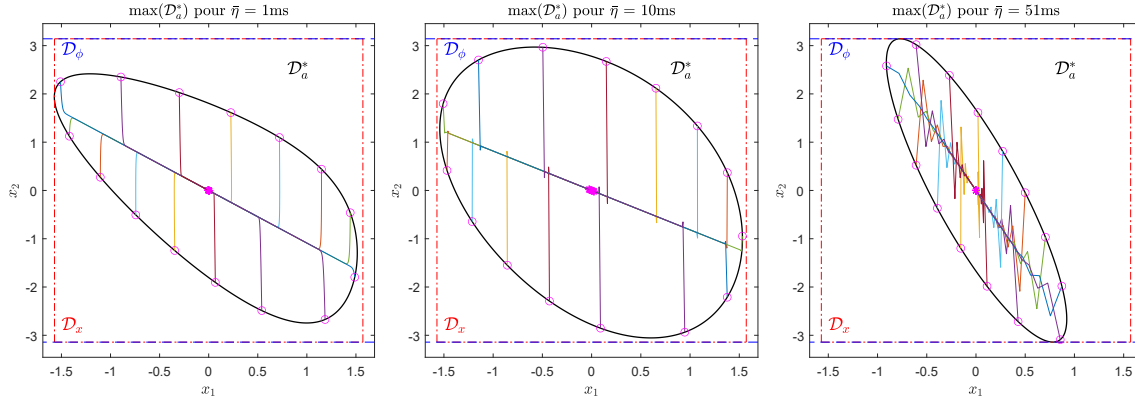


Figure 1 – Trajectoires en boucle fermée et domaines d’attraction \mathcal{D}_a^* pour différentes valeurs de $\bar{\eta}$.

avec $\beta = \cos(22\pi/45)$, les fonctions d’appartenance triangulaires définies par :

$$\begin{aligned} h_1(x_1) &= \begin{cases} 1 + \frac{2}{\pi}x_1, & \forall x_1 \in]-\pi/2, 0[, \\ 1 - \frac{2}{\pi}x_1, & \forall x_1 \in [0, \pi/2[, \end{cases} \\ h_2(x_1) &= 1 - h_1(x_1), \end{aligned} \quad (57)$$

et où $x_1(t)$ représente l’angle (*rad*) du pendule par rapport à la verticale et $x_2(t)$ sa vitesse angulaire (*rad/s*), $g = 9,8m/s^2$ est l’accélération de la gravité, $m = 2kg$ est la masse du pendule, $m = 8kg$ est la masse du chariot, $l = 0,5m$ est la demi-longueur du pendule, $a = 1/(m + M)$, et $u(t)$ est la force (*N*) appliquée au chariot par l’actionneur. Notons que $|\dot{h}_1| = |\dot{h}_2| = \frac{2}{\pi}|\dot{x}_1|$. Sachant que $|\dot{x}_1| = |x_2| \leq \pi$, on obtient $|\dot{h}_i| \leq 2 = \phi_i, \forall i \in \mathcal{I}_r$, définissant \mathcal{D}_ϕ (cf. (8)). Ainsi, la résolution des conditions du Théorème 1, avec $\varepsilon_1 = 5,2$, $\varepsilon_2 = 0,2$, et $\varepsilon_3 = 0,32$, permet d’obtenir les matrices de gain suivantes pour la loi de commande échantillonnée (3) :

$$\begin{aligned} K_1 &= [194,00 \quad -258,50], & X &= \begin{bmatrix} 4,12 & -11,66 \\ -11,10 & 44,10 \end{bmatrix}, \\ K_2 &= [1149,20 \quad 5443,00], \end{aligned}$$

qui permettent de stabiliser le modèle T-S du pendule inversé pour un intervalle d’échantillonnage maximale $\bar{\eta} = 51ms$. Le Tableau 1 montre que cette valeur est significativement supérieure à celles obtenues au travers des précédents résultats de la littérature, confirmant la réduction de conservatisme apportée par les conditions proposées au Théorème 1. La Figure 1 présente les domaines d’attraction estimés (\mathcal{D}_a^*) pour trois cas. Le premier cas vaut pour un petit intervalle d’échantillonnage

Tableau 1 – Comparaison des valeurs maximales $\bar{\eta}$ obtenues par des études précédentes.

Méthode :	[11]	[24]	[17]	[25]	[18]	[13]	Th. 1
$\bar{\eta}$ (ms) :	9	13	19	22	24	42	51

$\bar{\eta} = 1ms$ où l’on constate clairement le caractère non quadratique de l’équipotentielle $\mathcal{L}(1)$. Le second cas, pour $\bar{\eta} = 10ms$ est celui pour lequel nous obtenons le plus large domaine d’attraction \mathcal{D}_a^* . Enfin, le troisième cas vaut pour l’intervalle d’échantillonnage maximal admissible $\bar{\eta} = 51ms$. Pour ces trois cas, plusieurs trajectoires du système considéré (modèle du pendule inversé) en boucle fermée ont été tracées. Celles-ci convergent vers l’origine, confirmant l’efficacité de la méthodologie proposée pour la synthèse de contrôleurs échantillonnés pour les modèles flous T-S décrit en temps continu.

5 Conclusion

De nouvelles conditions LMIs pour la synthèse non quadratique de contrôleurs échantillonnés pour les modèles flous T-S ont été proposées. Celles-ci se basent sur l’utilisation d’une FLKNQ et permettent l’estimation du domaine d’attraction en boucle fermée. La réduction de conservatisme apportée par ces nouvelles conditions de synthèse, vis-à-vis de résultats récents de la littérature, a été illustrée au travers de l’exemple du pendule inversé. Dans nos

travaux futures, nous nous intéresserons à l'extension de cet approche pour le cas de la commande en réseaux des systèmes non linéaires.

Remerciements :

Les auteurs remercient la Région Grand-Est pour son financement dans le cadre du CPER FFCA, ainsi que Madame Zoé Oddrel-Horr pour ses conseils avisés.

Références

- [1] E. Fridman, A. Seuret, and J.-P. Richard, "Robust sampled-data stabilization of linear systems : an input delay approach," *Automatica*, vol. 40, no. 8, pp. 1441–1446, 2004.
- [2] L. Hetel, C. Fiter, H. Omran, A. Seuret, E. Fridman, J.-P. Richard, and S. I. Niculescu, "Recent developments on the stability of systems with aperiodic sampling : An overview," *Automatica*, vol. 76, pp. 309–335, 2017.
- [3] A. N. D. Lopes, L. Arcese, K. Guelton, and A. Cherifi, "Sampled-data controller design with application to the quanser aero 2-dof helicopter," in *2020 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, pp. 1–6, 2020.
- [4] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, 1985.
- [5] T.-M. Guerra, M. Bernal, K. Guelton, and S. Labiod, "Non-quadratic local stabilization for continuous-time Takagi-Sugeno models," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 201, pp. 40–54, 2012.
- [6] A. Cherifi, K. Guelton, L. Arcese, and V. J. Leite, "Global non-quadratic d-stabilization of takagi-sugeno systems with piecewise continuous membership functions," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 351, pp. 23–36, 2019.
- [7] X. Xie, D. Yue, H. Zhang, and C. Peng, "Control synthesis of discrete-time ts fuzzy systems : reducing the conservatism whilst alleviating the computational burden," *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 47, no. 9, pp. 2480–2491, 2017.
- [8] A. N. D. Lopes, V. J. S. Leite, L. F. P. Silva, and K. Guelton, "Anti-windup TS Fuzzy PI-like Control for Discrete-Time Nonlinear Systems with Saturated Actuators," *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 22, pp. 46–61, 2020.
- [9] L. Li and X. Liu, "New results on delay-dependent robust stability criteria of uncertain fuzzy systems with state and input delays," *Information Sciences*, vol. 179, no. 8, pp. 1134–1148, 2009.
- [10] F. Bourahala, K. Guelton, N. Manamanni, and F. Khaber, "Relaxed Controller Design Conditions for Takagi-Sugeno Systems with State Time-Varying Delays," *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 19, pp. 1406–1416, Oct 2017.
- [11] J. Yoneyama, "Robust H_∞ control of uncertain fuzzy systems under time-varying sampling," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 161, no. 6, pp. 859 – 871, 2010.
- [12] D. Zhang and Q. Han, " H_∞ control design for network-based t-s fuzzy systems with asynchronous constraints on membership functions," in *IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 2584–2589, Nov 2011.
- [13] W. Cheng, D. Wang, X. Zhu, and Y. Wang, " H_∞ stabilization for sampling fuzzy systems with asynchronous constraints on membership functions," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 1524–1533, 2017.
- [14] A. N. D. Lopes, K. Guelton, L. Arcese, V. J. S. Leite, and F. Bourahala, "Finsler-based sampled-data controller design for Takagi-Sugeno systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 7965–7970, 2020.
- [15] A. N. D. Lopes, K. Guelton, L. Arcese, and V. J. S. Leite, "Local sampled-data controller design for T-S fuzzy systems with saturated actuators," *IEEE Control Systems Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 1169–1174, 2021.
- [16] A. Sala, "On the conservativeness of fuzzy and fuzzy-polynomial control of nonlinear systems," *Ann. Rev. in Control*, vol. 33, no. 1, pp. 48–58, 2009.
- [17] X. Zhu, B. Chen, D. Yue, and Y. Wang, "An improved input delay approach to stabilization of fuzzy systems under variable sampling," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 20, pp. 330–341, April 2012.
- [18] X.-L. Zhu, B. Chen, Y. Wang, and D. Yue, " H_∞ stabilization criterion with less complexity for nonuniform sampling fuzzy systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 225, pp. 58–73, 2013.
- [19] X.-M. Zhang and Q.-L. Han, "Novel delay-derivative-dependent stability criteria using new bounding techniques," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 23, no. 13, pp. 1419–1432, 2013.
- [20] E. Fridman, "Tutorial on Lyapunov-based methods for time-delay systems," *European Journal of Control*, vol. 20, no. 6, pp. 271 – 283, 2014.
- [21] J.-H. Kim, "Further improvement of jensen inequality and application to stability of time-delayed systems," *Automatica*, vol. 64, pp. 121–125, 2016.
- [22] J. Lofberg, "Yalmip : a toolbox for modeling and optimization in MATLAB," in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 284–289, Sep. 2004.
- [23] R. C. L. F. Oliveira, M. C. de Oliveira, and P. L. D. Peres, "Robust state feedback LMI methods for continuous-time linear systems : Discussions, extensions and numerical comparisons," in *2011 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (CACSD)*, pp. 1038–1043, Sep. 2011.
- [24] X. L. Zhu and Y. Wang, "Stabilization for sampled-data neural network- based control systems," *IEEE Trans. Syst., Man Cybern. B, Cybern.*, vol. 41, no. 1, pp. 210–221, 2011.
- [25] N. Gunasekaran and Y. H. Joo, "Robust Sampled-data Fuzzy Control for Nonlinear Systems and Its Applications : Free-Weight Matrix Method," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 27, no. 11, pp. 2130–2139, 2019.