



**HAL**  
open science

## Recherche de forme de grid shells

Lina Bouhaya, Olivier Baverel, Cyril Douthe, Jean-François Caron

► **To cite this version:**

Lina Bouhaya, Olivier Baverel, Cyril Douthe, Jean-François Caron. Recherche de forme de grid shells. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391513

**HAL Id: hal-03391513**

**<https://hal.science/hal-03391513>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Recherche de forme de Grid Shells

L. BOUHAYA, O. BAVEREL, C. DOUTHE, J.F. CARON

UR Navier, Université Paris-Est, Ecole des Ponts ParisTech, 6-8 avenue Blaise Pascal,  
Champs sur Marne, 77455 Marne la vallée cedex 2, France  
lina.bouhaya@lami.enpc.fr

## Résumé :

*Les grid shells sont des structures grille ayant la forme et la rigidité d'une coque à double courbure. Les composites sont des candidats idéaux pour ces systèmes. On s'intéresse dans notre étude à la recherche de forme de ces structures. Pour ce faire, un algorithme de relaxation dynamique a été implémenté sous Scilab. Cela a permis la conception et la construction de premiers grid shells en matériaux composites. Pour aller plus loin, la forme est désormais recherchée avec un code d'éléments finis Explicit.*

## Abstract :

*Grid shells are grid structures having the shape and rigidity of a double curvature shell. Composites are ideal candidates for these systems. We are interested in our research study to the formfinding of these types of structures. For that, a dynamic relaxation algorithm has been implemented in Scilab. This allowed the design and construction of first composite material grid shell prototypes. A second approach was developed in finite element software in order of mapping arbitrary geometries.*

**Mots clefs :** Grid Shell, recherche de forme, dynamique explicite, éléments finis.

## 1 Introduction

Les architectes, grâce au développement de la conception assistée par ordinateur, proposent aujourd'hui des constructions aux formes de plus en plus complexes, nommées Blob architecture. Les Grid shells sont des structures permettant ce genre d'architecture. Peu de grid shells ont été construits dans le monde, la plupart en bois. Le grid shell de Bundesgartenschau à Mannheim a été le premier grid shell en bois conçu et construit par Frei Otto. Récemment, deux prototypes de grid shell formés de polymères renforcés de fibres de verre ont été construits à l'Ecole des Ponts ParisTech (France) [1, 2, 3]. Il a été développé un outil numérique utilisant l'algorithme de relaxation dynamique. L'implémentation a été faite dans le logiciel scientifique libre Scilab<sup>TM</sup>, développé en commun par l'ENPC et l'INRIA.

Les auteurs classent les grid shells en deux familles. La première famille est celle des grid shells à contour imposé dont la forme est une résultante du calcul. Dans cette famille sont classés les grid shells de Frei Otto conçu par la méthode du filet inverse [4], auxquels s'ajoutent les grid shells conçus selon la méthode de relaxation dynamique. En revanche, la deuxième famille est celle des grid shells à forme et contour imposés. Une méthode dite 'méthode du compas', proposée par Frei Otto [4], permette ce genre de grid shells. Une autre méthode permettant de telles conceptions est proposée dans cet article. Cette méthode, grâce à un code éléments finis explicite, donne la possibilité de mailler n'importe quelle forme. Une application de cette méthode sur une moitié d'une sphère est montrée et une comparaison avec la méthode du compas est faite. En outre, les exemples sont présentés pour d'autres formes libres.

## 2 Les Grid Shells : Une innovation structurelle

Sous le nom de grid shell, on entend le plus souvent une structure qui a la forme et la rigidité d'une coque à double courbure mais qui est constituée d'une grille et non d'une surface continue. Ces structures peuvent

franchir de grandes portées tout en utilisant peu de matière. Elles peuvent être faites d'acier, d'aluminium, de bois ou même de carton. Généralement, les structures métalliques sont composées d'éléments rectilignes qui définissent des facettes sur la surface de la grille. La complexité de la géométrie obtenue requiert le développement d'un grand nombre de pièces d'assemblages tant complexes que coûteuses. Pour palier ce désavantage, un procédé de construction original a été développé. De longues poutres continues sont assemblées sur le sol et articulées entre elles, ce qui confère à la grille une absence totale de rigidité en cisaillement et qui permet par la suite de grandes déformations. La grille est ensuite déformée élastiquement par flexion jusqu'à ce que la forme désirée soit atteinte. Elle est alors rigidifiée à l'aide d'une troisième direction de barres ou de câbles de contreventement de façon à supprimer les degrés de liberté en cisaillement et à rendre toute sa rigidité à la coque. Dans le monde, seulement une dizaine de grid shells ont été construits en utilisant cette méthode, parmi eux le bâtiment du Bundesgartenschau de Mannheim et le musée de Downland au Royaume-Uni.

Dans les grid shells existants, le bois a été choisi en raison de sa faible densité et de sa déformation à rupture élevée (environ 2 %) mais pas pour sa résistance (30 MPa au mieux). Les polymères renforcés de fibres de verre (GFRP) ont une résistance à rupture d'environ 350 MPa et une déformation limite d'environ 1,5 % pour seulement 1,9 kg/m<sup>3</sup>. Ces matériaux ont donc des rigidités beaucoup plus élevées (de 20 GPa à 40 GPa) que le bois (autour de 10 GPa), de sorte que, pour une géométrie donnée de grid shell, la charge de ruine d'un grid shell en composite sera plus haute que pour un grid shell en bois.

De plus, comme les efforts dans les barres sont presque exclusivement des efforts axiaux, des fibres ne sont requis que dans la direction principale de la barre. De tels profilés unidirectionnels peuvent être obtenus à l'aide du procédé industriel de pultrusion, une méthode très économique de production continue. Cela permet également la fabrication de tubes de grande longueur et évite le problème du rabotage des tasseaux de bois. Par ailleurs, avec des diamètres de tube standard, des pièces orientables standard déjà disponibles dans l'industrie ont pu être employées pour la réalisation des liaisons entre les tubes et, par là, réduire les coûts matériels. L'ensemble de ces solutions techniques semblent appropriées pour la construction de grid shells et pouvoir contribuer au développement de ce type de structures.

### 3 Recherche de forme et grid shells

Les auteurs classent les grid shells en deux familles. La première famille est celle des grid shells à contour imposé dont la forme est une résultante du calcul. Alors que la deuxième famille est celle des grid shells à forme et contour imposés.

#### 3.1 Grid Shells à contour imposé - forme résultante

Les formes funiculaires à contour imposé ont été étudiées par Frei Otto et son équipe de l'Institut für leichte Flächentragwerke [4]. L'hypothèse selon laquelle la raideur en flexion des éléments de la grille est négligeable est au centre de leur démarche. Cette hypothèse leur permet de ne travailler que sur des maquettes de filets suspendus et d'établir une typologie des grid shells fondée sur le type de contour imposé. Cependant les structures obtenues par cette méthode sont des structures idéales, sans flexion.

La méthode du filet inverse se résume dans les étapes suivantes : Un filet à maille carrée est construit à partir de chaînes de dix maillons métalliques qui figurent les barres des grid shells et d'anneaux circulaires qui représentent les assemblages. Dans l'étape suivante, un jeu de conditions aux limites est choisi et le filet y est suspendu ; les longueurs des câbles de rives sont modifiées une à une jusqu'à ce que toutes les chaînes soient tendues, qu'aucune ne fasse de « ventre » entre deux anneaux et que la courbure globale soit visuellement satisfaisante (figure 1). Ensuite la géométrie du filet est relevée par photogrammétrie et une première approximation des coordonnées de chaque anneau est calculée. Enfin, dans la dernière étape, les positions que l'on vient d'évaluer sont recalculées avec la méthode des densités de forces de façon à ce que l'équilibre de la structure sous poids propre soit exactement vérifié en chaque point du maillage.

Une méthode alternative a été proposée dans le laboratoire Navier de l'école des ponts [1, 2, 3]. Cette méthode a été développée grâce à l'utilisation de la relaxation dynamique et la prise en compte de la raideur en flexion des éléments. Elle conduit à des formes nouvelles dont les contours libres sont l'expression de la raideur naturelle de la grille. La méthode est détaillée dans le paragraphe 4.

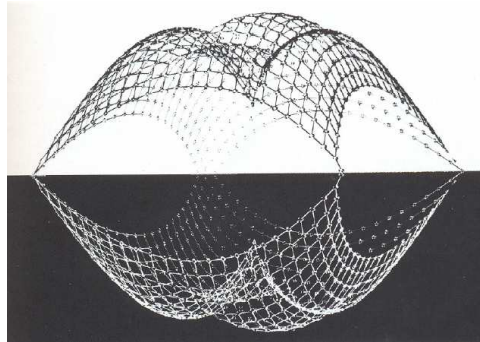


FIG. 1– Maquette suspendue de l'IL et, par retournement, grid shell correspondant

### 3.2 Grid Shells à forme et contour imposés

Les grid shells sont des surfaces à double courbure obtenues par transformation d'une grille plane formée de deux directions de barres. Pour pouvoir être mise en forme, la grille doit être constituée uniquement de parallélogrammes (gauche ou non). L'objectif de la méthode de développement des surfaces, dite « méthode du compas », est donc la définition d'une méthodologie de construction d'un réseau de parallélogrammes sur une surface quelconque. Cette méthode a été décrite dans l'ouvrage IL10 Gitterschalen [4] de Frei Otto. La figure 2 montre les différentes étapes de la méthode sur une surface plane. Tout d'abord on trace sur le plan deux lignes quelconques que l'on appelle directrices, qui doivent se croiser une et une seule fois et si possible ne pas présenter de variations brusques de courbure. Ces deux lignes sont subdivisées à l'aide d'un compas en segments élémentaires selon un pas qui correspond à la dimension de la maille de la future grille.

Ensuite, le plan étant divisé en quatre régions par les deux directrices, on en choisit une et, à partir des deux points les plus proches de l'intersection des directrices, on construit au compas un nouveau point à égale distance de ces deux points. Ces trois points et l'intersection des directrices forment un parallélogramme. Puis, de proche en proche, on construit de nouveaux points à l'aide de deux points existants et d'un compas dont l'écartement reste constant.

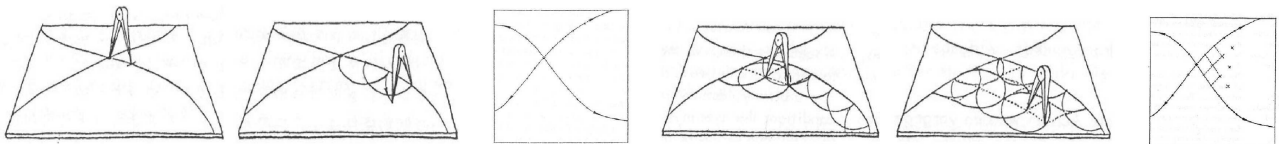


FIG. 2 – Construction des directrices et du maillage à l'aide de la méthode du compas [4]

Pour une certaine surface, le principe de la construction du maillage est exactement le même que celui dans le plan, à condition de bien choisir les directrices et le pas du maillage.

## 4 Simulation par la méthode de relaxation dynamique et construction de premiers prototypes

La recherche de formes stables et esthétiques, l'évaluation des contraintes et l'optimisation de leur distribution dans les divers éléments nécessitent de pouvoir modéliser de fortes non linéarités géométriques difficiles à prendre en charge par des méthodes d'éléments finis classiques.

La méthode de relaxation dynamique est un outil numérique qui utilise un calcul dynamique amorti pour trouver l'état d'équilibre statique d'un système mécanique. Son concept apparaît pour la première fois dans un article de A. S. Day et J. R. Otter [5]. C'est Michael Barnes qui, le premier, utilise la relaxation dynamique pour la recherche de forme et l'analyse structurelle des structures tendues et gonflables [6]. Selon lui, la méthode de relaxation dynamique « consiste à retracer pas à pas pour un petit incrément de temps le comportement dynamique de la structure étudiée, d'un instant initial perturbé jusqu'à un état d'équilibre statique atteint à l'aide d'un amortissement imposé. » [7]. L'amortissement cinétique [8] est un amortissement artificiel dont le principe repose sur l'échange au cours du mouvement, pour un système conservatif, entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique dont on cherche le minimum. Dans cette procédure, les oscillations de la structure sont libres jusqu'à ce que l'on atteigne un maximum d'énergie cinétique. La structure est alors arrêtée : toutes les vitesses sont remises artificiellement à zéro. Ensuite, la structure est de

nouveau libre d'osciller jusqu'au prochain maximum d'énergie cinétique où, comme précédemment, les vitesses sont remises à zéros. Et ainsi de suite jusqu'à ce que l'énergie cinétique de tous les modes de vibrations ait été dissipée et donc que l'équilibre soit atteint.

Au sein du laboratoire Navier à l'école des ponts, il a été développé un outil numérique utilisant l'algorithme de relaxation dynamique. L'implémentation (AlgoRD) a été faite dans le logiciel scientifique libre Scilab™, développé en commun par l'ENPC et l'INRIA.

Deux grid shells expérimentaux (figure 3) ont été construits sur le site de l'école des ponts. Ils sont formés de tubes pultrudés constitués de résine vinylester renforcée de fibres de verre d'un diamètre de 42 mm et d'une épaisseur de 3,5 mm. Les couvertures sont réalisées en toile Polyester enduit PVC, avec l'aide de Ferrari SA, Esmery-Caron et Abaca. La mesure précise des géométries a été réalisée par des géomètres de l'école nationale des sciences géographiques ENSG, Paris.



FIG. 3 – Premiers prototypes de Grid Shells en matériaux composites

## 5 Simulation numérique aux éléments finis

Jusqu'à présent, les simulations effectuées à l'UR Navier permettaient de déterminer la forme d'un grid shell à partir de la géométrie de la grille à plat et des conditions limites grâce à AlgoRD. Ainsi la forme finale est le résultat du calcul (Cas 3.1). Or un bureau d'étude est intéressé par la forme finale, forme qui est déterminée au préalable par l'architecte, et non par la forme de départ (Cas 3.2). La méthode du compas ne prend pas en compte la mécanique du matériau, une méthode est proposée ici afin de déterminer un grid shell à forme imposé et contour imposés.

Pour ce faire, une méthode de maillage en éléments finis explicite (Abaqus™) est proposée. Cette méthode s'inspire des travaux étudiant la mise en forme des tissus composites par moulage ([9], etc.). Elle consiste à mailler une grille bidirectionnelle initialement à plat sur une surface de forme imposée en utilisant une méthode explicite d'éléments finis.

La figure 4 montre les étapes de calcul en éléments finis pour une demi-sphère. Une grille bidirectionnelle, initialement à plat, est mise en place au dessous d'une surface fixe à forme bien définie. Un système de force appliqué verticalement sur la grille lui permet de prendre la forme de la surface désirée. Le glissement entre la grille et la surface est permis. Une étude de convergence permet de préciser le système de force dans chaque cas. Le calcul est fait pour des tubes ayant la forme et les caractéristiques de ceux pultrudés utilisés dans la construction du prototype.

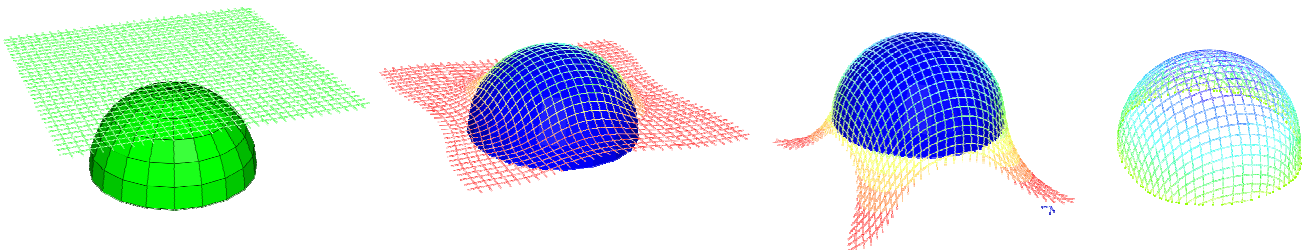


FIG. 4 – Etapes de maillage d'une demi-sphère par éléments finis

Plusieurs calculs sont faits en variant l'angle entre les deux directions de barres dans la grille à plat. On remarque que pour différents angles de départ (30, 45, 60 et 90 degrés), le calcul converge vers un angle final de 90 degrés dans le résultat final. Ceci est un point très important, puisque la méthode semble permettre une optimisation de la direction des barres, celle qui tend à minimiser l'énergie du système. Ceci

est en cours de validation sur des formes plus complexes. Outre la forme sphérique, d'autres formes de surface sont considérées, ellipse, surface à double bosse etc. et la même démarche est faite sous Abaqus<sup>TM</sup>.

La figure 5 montre, quand à elle, les différentes étapes de maillage d'une demi-sphère à l'aide de la méthode du compas décrite dans la partie 3.2. Une comparaison a été faite entre les deux méthodes pour une demi-sphère de rayon 10m.

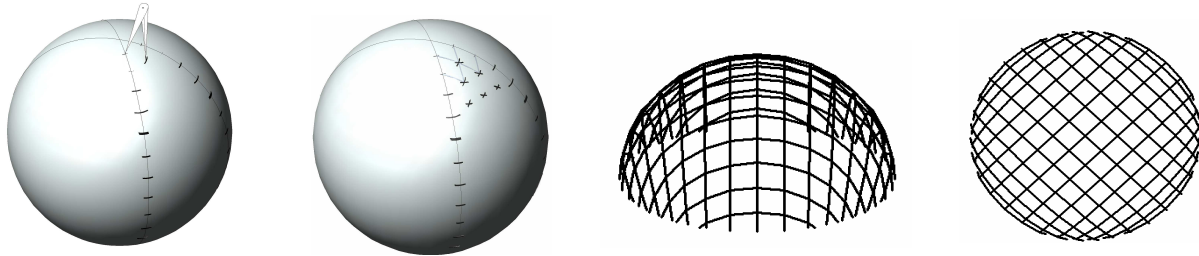


FIG. 5 – Maillage d'une demi-sphère par la méthode du compas

Les deux méthodes donnent des géométries finales qui se ressemblent. Le tableau 1 ci-dessous résume l'écart entre les deux méthodes. Cet écart est calculé sur la géométrie finale de la grille, x, y et z étant les coordonnées des points dans l'espace. La valeur moyenne est calculée en éliminant les valeurs aberrantes.

	dx (en m)	dy (en m)	dz (en m)	d (en m)	dx/x (%)	dy/y (%)	dz/z (%)
max	0,015	0,014	0,008	0,040	2,998	0,608	4,226
min	-0,032	-0,012	-0,038	0,001	0,001	0,000	0,003
moy	-0,008	0,000	-0,010	0,018	0,488	0,099	0,397

TAB. 1 – Ecart entre les deux méthodes

A noter que la méthode du compas est une méthode purement géométrique, elle ne prend pas compte le comportement mécanique. Dans la méthode numérique, l'impacteur impose la géométrie à une grille dont les propriétés mécaniques sont celles du grid shell réel, mais les efforts imposés sont ceux qui permettent le 'placage' des barres sur la forme. Il est donc naturel ici d'obtenir des résultats proches par les deux méthodes.

Cependant, il est évident que lors de la suppression numérique de l'impacteur et des efforts imposés, et de la fixation des conditions aux limites, la forme finale peut évoluer sensiblement, imposée par la mécanique des barres qui ont leur rigidité. La méthode est intéressante puisqu'elle permet de simuler parfaitement la géométrie qui devrait être obtenue et de quantifier les écarts avec la forme désirée par l'architecte. Si les écarts sont trop grands alors un compromis devra être trouvé entre diminuer la rigidité des barres (on s'approche de la forme voulue) et garantir une rigidité suffisante à la structure coque qui doit rester stable sous les chargements extérieurs imposés.

## 6 Conclusions et perspectives

Les grid shells sont des structures qui ont la forme et la rigidité d'une coque à double courbure mais sont constituées d'une grille et non d'une surface continue. Deux stratégies de recherche de forme sont possibles. La première consiste à avoir des contours imposés dont la forme finale est une résultante du calcul. La deuxième consiste à avoir les formes et les contours imposés.

La première stratégie exige une limitation dans la prédiction de la forme finale. La deuxième stratégie a nécessité le développement d'un outil utilisant un code éléments finis explicite. Cette méthode consiste à mailler une grille bidirectionnelle initialement à plat sur une surface de forme imposée en utilisant une méthode explicite d'éléments finis.

La méthode permet de simuler parfaitement la géométrie qui devrait être obtenue et de quantifier les écarts avec la forme désirée par l'architecte. Elle permet de prendre aussi en compte la rigidité dans les barres. Un système de contreventement et une fixation des conditions aux limites permettraient à la suite de voir l'évolution de la forme.

Un travail d'optimisation sur les orientations des barres pour une forme donnée afin de minimiser les contraintes initiales dans les grid shells est à l'étude.

## References

- [1] Douthe C., Baverel O. et Caron JF. Form-finding of a grid shell in composite materials. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 2006; 47: 53-62.
- [2] Douthe C., Baverel O. et Caron JF. Gridshell in composite materials: Towards wide span shelters. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 2007; 48: 175-180.
- [3] Douthe C. Etude de structures élancées précontraintes en matériaux composites: Application à la conception des gridshells. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2007.
- [4] Otto F. IL10 Gitterschalen. Institut für leichte Flächentragwerke (IL), 1974.
- [5] A. S. Day: An introduction to dynamic relaxation. *The engineer*, 29:218–221, 1965.
- [6] M.R. Barnes: Applications of dynamic relaxation to the topological design and analysis of cable, membrane and pneumatic structures. In *Second international conference on space structures*, pages 211–219, 1975.
- [7] M.R. Barnes: Form finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation. *International journal of space structures*, 14(2):89–104, 1999.
- [8] P. A. Cundall: A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems. In *Symposium International of the Society of Rock Mechanics*, Nancy, France, 1971.
- [9] P. Boisse, B. Zouari et JL Daniel: Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite performing. *Composites part A-Applied science and manufacturing*, 31:2201–2212, 2006.