

# Identification inverse de paramètres thermo-plastiques à partir de mesures de champs cinématique et thermique.

T. POTTIER<sup>a</sup>, F. TOUSSAINT<sup>a</sup>, H. LOUCHE<sup>a</sup>, P. VACHER<sup>a</sup>

*a. Laboratoire SYMME - Université de Savoie, Polytech'Savoie, BP 80439, 74944 Annecy le Vieux Cedex, France.*

## Résumé :

*La présente étude porte sur l'identification de paramètres matériaux à partir d'une technique de recalage de modèles éléments-finis et de mesures de champs cinématique et thermique. Deux méthodes inverses intégrant un algorithme de Levenberg-Marquardt sont mises en œuvre afin d'identifier d'une part les paramètres matériaux d'un modèle de comportement phénoménologique (coefficients d'anisotropie plastique, coefficients d'une loi puissance) et d'autre part la fraction de puissance plastique volumique convertie en chaleur  $\beta$ . Cinq paramètres mécaniques et trois modèles d'évolution de  $\beta$  sont successivement identifiés.*

## Abstract :

*The present study focus on the identification of material parameters by the mean of Finite Element Updating inverse method and both kinematic and thermal fields measurements. Two inverse methods, that involves a Levenberg-Marquardt optimization algorithm, are used to identify on one hand the material parameters of a material constitutive model (anisotropic plastic coefficient, power law coefficient) and on the other hand the dissipated plastic power ratio converted into heat  $\beta$ . Five mechanical parameters and three  $\beta$  evolution models are successively identified.*

**Mots clés :** Champs cinématiques, Champs thermiques, Méthode inverse, Energie dissipée, Travail plastique

## 1 Introduction

Depuis plusieurs années, l'apparition de techniques fiables de mesures de champs a permis le développement de nouvelles méthodes d'identification de paramètres matériaux dites *méthodes inverses*. Différentes méthodes ont été proposées afin de résoudre de tels problèmes [1], [2]... Parmi ces méthodes, la méthode de recalage de modèles Eléments Finis (EF) est certainement la plus utilisée. Elle a notamment été mise en œuvre afin d'identifier des paramètres élastiques [3], d'écrouissage [4] et d'anisotropie [5]. D'un point de vue thermique, la prédiction d'un échauffement consécutif à un mécanisme de déformation irréversible (plasticité, endommagement, viscosité...) est souvent effectuée dans des calculs EF thermomécaniques en modélisant simplement les sources de chaleur comme une fraction de la puissance plastique volumique. Cette fraction est le coefficient  $\beta$ , dit de Taylor and Quinney [6], représentant la fraction de puissance plastique convertie en chaleur. Dans de nombreuses études, ce coefficient est pris, souvent arbitrairement, constant et égal à 90%. Cependant, des résultats expérimentaux sur divers matériaux (aciers, titane, cuivre, polymères...) montrent que  $\beta$  peut prendre des valeurs plus faibles et peut dépendre en outre de la déformation et de la vitesse de déformation [7–10]. Dans cette étude on se propose de rechercher, via un modèle *a priori*, les valeurs de  $\beta$  optimales par rapport aux champs cinématique et thermique expérimentaux mesurés lors d'une sollicitation uniaxiale quasi statique. Deux simulations EF, respectivement mécaniques et thermiques, sont séquentiellement réalisées. La première permet d'identifier par méthode inverse les coefficients d'un modèle phénoménologique de type Hollomon vis-à-vis des grandeurs mécaniques globales (effort, déplacement traverse) et locales (champs de déplacement surfaciques mesurés par Digital Image Correlation (DIC)). Les puissances plastiques fournies par le modèle EF optimisé sont ensuite exploitées dans un second modèle thermique pour fournir, via la pondération  $\beta$ , une estimation de la source de chaleur. On cherche alors la valeur de  $\beta$  minimisant les écarts entre les champs de température fournis par le modèle EF thermique et les champs expérimentaux mesurés par thermographie infrarouge. Les moyens expérimentaux mis en œuvre ainsi que les méthodes inverses d'identification utilisées dans les cas mécaniques et thermiques sont présentés en sections 2 et 3. La section 4 montre et discute les résultats obtenus pour ces deux approches complémentaires.

## 2 Mesures expérimentales

Réalisés sur une machine de traction uniaxiale, les essais portent sur une géométrie d'éprouvette avec deux entailles découpées dans une tôle laminée de titane commercialement pur (T40) d'épaisseur 0.5 mm (taille enveloppe  $20 \times 70 \text{ mm}^2$ ). Cette géométrie est choisie de telle sorte que les champs de déformation présentent une bande de cisaillement inclinée d'un angle de  $45^\circ$  [11]. Les essais sont réalisés à une vitesse de déplacement de traverse constante fixée à  $5 \text{ mm/min}$ . Deux caméras, l'une visible (Nikon D200) et l'autre infrarouge (Cedip Jade III MW), observent la même surface de l'éprouvette afin d'obtenir, au cours de l'essai, les champs de déplacement et de température. Les fréquences respectives d'acquisition des images sont de  $0.25 \text{ Hz}$  et  $10 \text{ Hz}$ . Deux post-traitements sont appliqués à ces images : les images visibles sont corrélées à l'aide du logiciel 7D afin d'obtenir les champs de déplacement à la surface de l'éprouvette [12] et les images thermographiques sont recalées géométriquement par compensation du champs de déplacement afin d'autoriser le suivi de points matériels sur l'éprouvette [13].

## 3 Outils de recalage MEF

La méthode inverse retenue pour déterminer les paramètres matériaux est une méthode de recalage de modèles EF. Deux schémas successifs d'identification sont mis en œuvre. Le premier consiste à identifier les paramètres purement mécaniques à partir des mesures de champs cinématiques, le second s'attache à identifier la fraction de puissance plastique convertie en chaleur à partir des mesures de température.

### 3.1 Schéma d'identification mécanique

La Fig.1 présente le schéma d'identification retenu pour déterminer les paramètres mécaniques à partir des mesures de champs cinématiques.

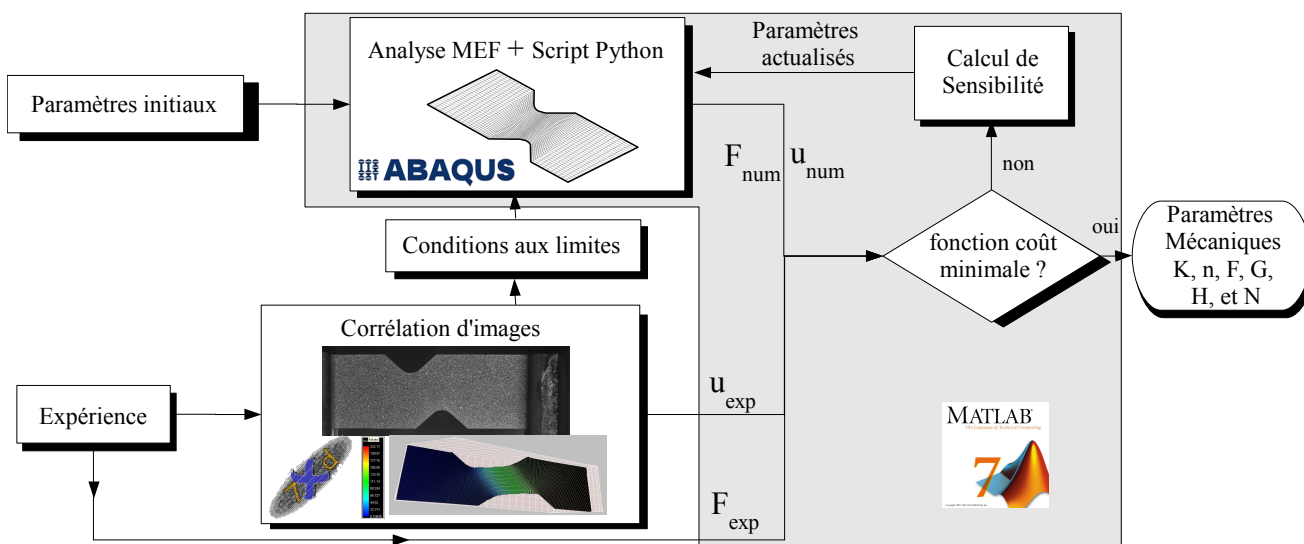


FIG. 1 – Schéma d'identification des paramètres mécaniques par la méthode de recalage de modèles EF.

Le principe consiste en un couplage entre un code EF (Abaqus-Explicit) et un algorithme d'optimisation de type Levenberg-Marquardt [14]. Un modèle EF le plus fidèle possible à l'expérience est construit avec 3616 éléments solides répartis sur 2 couches dans l'épaisseur. Les conditions aux limites en déplacement sont définies en chaque nœud des extrémités du modèle en imposant les déplacements observés par corrélation d'images près des mors. Un premier calcul est réalisé avec un jeu de paramètres initial, arbitrairement choisis. Les résultats de ce calcul sont comparés, en chaque nœud de la surface du maillage, aux mesures expérimentales interpolées sur ce même maillage EF. Le problème d'optimisation est résolu itérativement en ajustant à chaque pas les valeurs des paramètres inconnus jusqu'à ce que la différence entre les champs de déplacement mesurés et calculés converge vers zéro (voir la fonction coût Eq. 6). La loi de comportement choisie repose sur un modèle phénoménologique élasto-plastique anisotrope dont la loi d'écrouissage est de type Hollomon :

$$R = K \bar{\varepsilon}_p^n, \quad (1)$$

où  $R$  est la contrainte d'écoulement,  $\bar{\varepsilon}_p$  le tenseur de déformation plastique de Green-Lagrange,  $K$  et  $n$  sont les paramètres à identifier. La surface de charge  $f(\bar{\sigma}, R)$  du matériau est définie par le critère de Hill 1948 exprimé en contrainte plane :

$$f(\bar{\sigma}, R) = \frac{1}{2} (F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G\sigma_{22}^2 + H\sigma_{11}^2 + 2N\sigma_{12}^2)^{\frac{1}{2}} - (R + \sigma_0), \quad (2)$$

où  $\bar{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy et  $\sigma_0$  la limite initiale d'élasticité en traction. En théorie, le modèle élasto-plastique anisotrope comporte 9 paramètres : trois des neuf paramètres sont supposés connus à partir d'une étude préalable [15] (le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et la limite d'élasticité en traction  $\sigma_0$ ), les 6 autres constituent le jeu de paramètres matériaux à identifier. Parmi ces 6 paramètres, 2 sont issus de la loi d'érouissage (Eq. 1) :  $\bar{K}$  et  $n$  et 4 sont issus du critère anisotrope de Hill (Eq. 2) :  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $N$ .

### 3.2 Schéma d'identification thermique

L'étape d'identification du modèle mécanique étant réalisée, on cherche maintenant à identifier le coefficient  $\beta$ , fraction de puissance plastique volumique convertie en chaleur  $\dot{w}_{ch}$  :

$$\beta = \frac{\dot{w}_{ch}}{\dot{w}_p}. \quad (3)$$

En supposant un comportement quasi-statique ainsi qu'une décomposition additive du tenseur de vitesse de déformation  $\mathbb{D}$  en une partie élastique  $\mathbb{D}_e$  et une partie plastique  $\mathbb{D}_p$ , la puissance volumique fournie par l'extérieur se décompose suivant [8] :

$$\dot{w}_{ext} = \bar{\sigma} : \mathbb{D} = \bar{\sigma} : \mathbb{D}_e + \bar{\sigma} : \mathbb{D}_p = \dot{w}_e + \dot{w}_p, \quad (4)$$

Les résultats de l'étude mécanique sont utilisés afin de calculer la puissance volumique plastique  $\dot{w}_p = \bar{\sigma} : \mathbb{D}_p$  au cours de l'essai. Le tenseur taux de déformation plastique  $\mathbb{D}_p$  est estimé aux points d'intégration à partir des données de sortie du calcul EF. La puissance volumique plastique associée à l'Eq. 3, permet d'estimer les sources de chaleur présentes au membre de droite de l'équation de diffusion de la chaleur :

$$\rho C \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \Delta \theta = \dot{w}_{ch} = \beta \bar{\sigma} : \mathbb{D}_p, \quad (5)$$

où  $\theta = T - T_0$  est la variation de température entre l'instant courant et l'instant initial d'équilibre à la température ambiante  $T_0$ ,  $\rho$  est la masse volumique,  $C$  la chaleur spécifique,  $t$  le temps et  $k$  le coefficient de conduction. La Fig. 2 présente le schéma d'identification thermique.

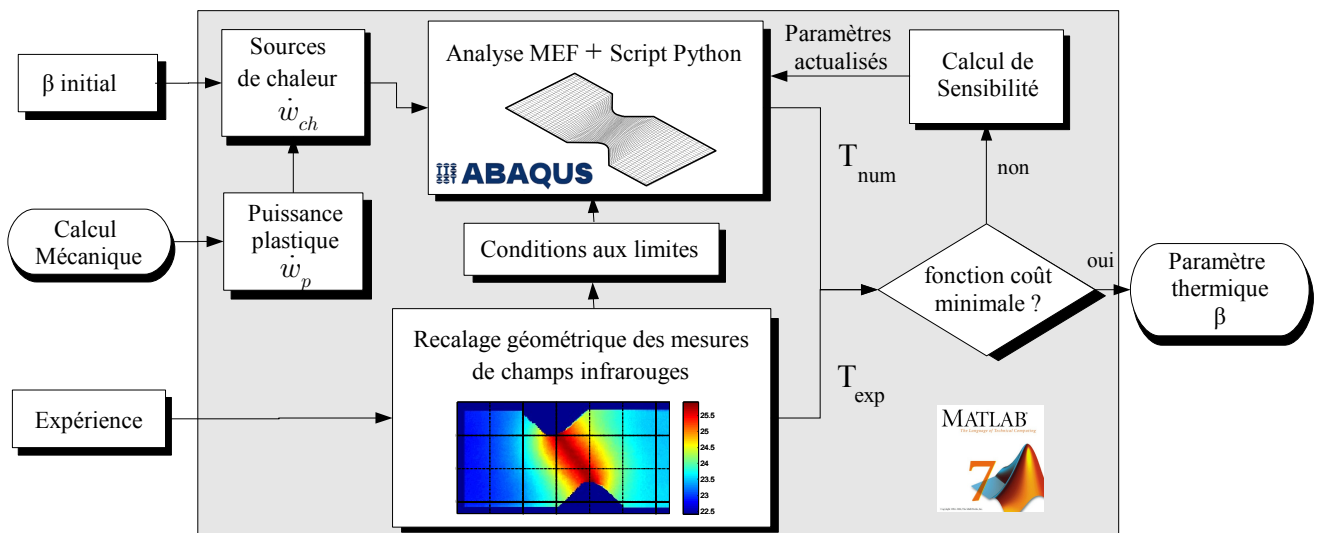


FIG. 2 – Schéma d'identification du paramètre thermique  $\beta$  par la méthode de recalage de modèles EF.

Un modèle de thermique transitoire (éléments DC3D8) est construit en utilisant les valeurs des paramètres données dans le Tab. 1. Des conditions aux limites de type échanges convectifs, paramétrées par un coefficient  $h_1$ , sont choisies pour modéliser les pertes thermiques sur les faces de l'éprouvette en contact avec l'air. Sur les faces extrêmes, en contact avec les mors, les fuites thermiques sont modélisées par un coefficient de convection  $h_2$  permettant d'évaluer le flux surfacique de chaleur  $h_2 \cdot \theta$  s'évacuant au travers des mors. Les valeurs de  $h_1$  et  $h_2$  ont été ajustées en exploitant les champs de température expérimentaux.

TAB. 1 – Paramètres thermiques utilisés pour les calculs.

Paramètres	$k$	$C$	$\rho$	$h_1$	$h_2$
Valeurs	21.9	520	4500	10	876
(Unités)	$(W.m^{-1}.K^{-1})$	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$	$(kg.m^{-3})$	$(W.m^{-2}.K^{-1})$	$(W.m^{-2}.K^{-1})$

## 4 Résultats et discussion

### 4.1 Etude mécanique

Les 6 paramètres du modèle mécanique sont identifiés à partir des mesures effectuées sur 3 éprouvettes découpées respectivement à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage. Sept pas de temps sont considérés pour chaque essai. La fonction coût est construite de la manière suivante :

$$f(p) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i,j,k=1}^{N_e, N_t, N_n} \left[ \left( \frac{u_{x,jk}^{exp} - u_{x,jk}^{num}(p)}{u_x^{exp}} \right) + \left( \frac{u_{y,jk}^{exp} - u_{y,jk}^{num}(p)}{u_y^{exp}} \right) + \frac{n}{m} \left( \frac{F_j^{exp} - F_j^{num}(p)}{F^{exp}} \right) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

où  $p$  est le vecteur paramètre,  $u_x$  est le déplacement le long de l'axe longitudinal,  $u_y$  le déplacement le long de l'axe transversal et  $F$  la force appliquée par la machine de traction. Le scalaire  $N_n$  représente le nombre de noeuds du maillage EF,  $N_t$  est le nombre de pas de temps considérés pour chaque essai et  $N_e$  constitue le nombre d'essais. Enfin,  $u_x^{exp}$ ,  $u_y^{exp}$ , et  $F^{exp}$  sont respectivement les déplacements et la force moyenne à chaque pas de temps. Le critère de convergence est tel qu'une actualisation des paramètres, par rapport au pas précédent, inférieure à 1% commande l'arrêt de la méthode. En pratique, les 6 paramètres sont identifiés dans les conditions  $N_n = 5814$ ,  $N_t = 7$  et  $N_e = 3$ . Leurs valeurs sont résumées dans le Tab 2.

TAB. 2 – Paramètres mécaniques identifiés par méthode inverse.

Paramètres	$K$	$n$	$F$	$G$	$H$	$N$
Valeurs initiales	550	0.3	1	1	1	3
Valeurs identifiées	284.6	0.4989	0.3271	0.3571	1.643	4.037

La courbe de la Fig. 3a montre que le résultat du processus d'optimisation est à même de prédire correctement la force appliquée. Les Fig. 3b et Fig. 3c montrent une bonne correspondance globale entre les champs de déplacement observés et ceux calculés. La Fig. 3d met toutefois en évidence des imperfections au niveau de la zone de localisation de la déformation. L'utilisation d'un modèle de comportement plus riche devrait permettre de mieux prédire les déplacements observés.

En conclusion, six paramètres mécaniques sont identifiés et permettent de simuler le comportement observé expérimentalement. Les valeurs ainsi obtenues peuvent dès lors servir à évaluer les champs de contrainte et de déformation plastique nécessaires à l'identification thermique.

### 4.2 Etude thermique

La fraction  $\beta$  à identifier est utilisée afin d'évaluer les sources de chaleur  $\dot{w}_{ch}$  en chaque noeuds du maillage EF. Les conditions aux limites sont appliquées à partir des mesures thermiques effectuées à la surface de l'éprouvette et le calcul EF permet d'obtenir un champ de température qu'il convient de comparer à celui obtenu expérimentalement. En conséquence, la fonction coût de ce problème d'identification s'écrit :

$$f(\beta) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i,j=1}^{N_t, N_n} \left( \frac{\theta_{ij}^{exp} - \theta_{ij}^{num}(\beta)}{\theta_i^{exp}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

où  $\theta_i^{exp}$  est la température moyenne de l'éprouvette à chaque pas de temps. On notera que pour ce calcul un seul essai a été considéré. Le critère de convergence est fixé de nouveau tel qu'une actualisation des paramètres, par rapport au pas précédent, inférieure à 1% commande l'arrêt de la méthode.

Plusieurs modèles permettant de représenter l'évolution de  $\beta$  au cours de la déformation sont étudiés. Le premier modèle considère un coefficient  $\beta$  constant. Conformément aux observations expérimentales [7–10], deux autres modèles proposent une dépendance de  $\beta$  à la déformation plastique :

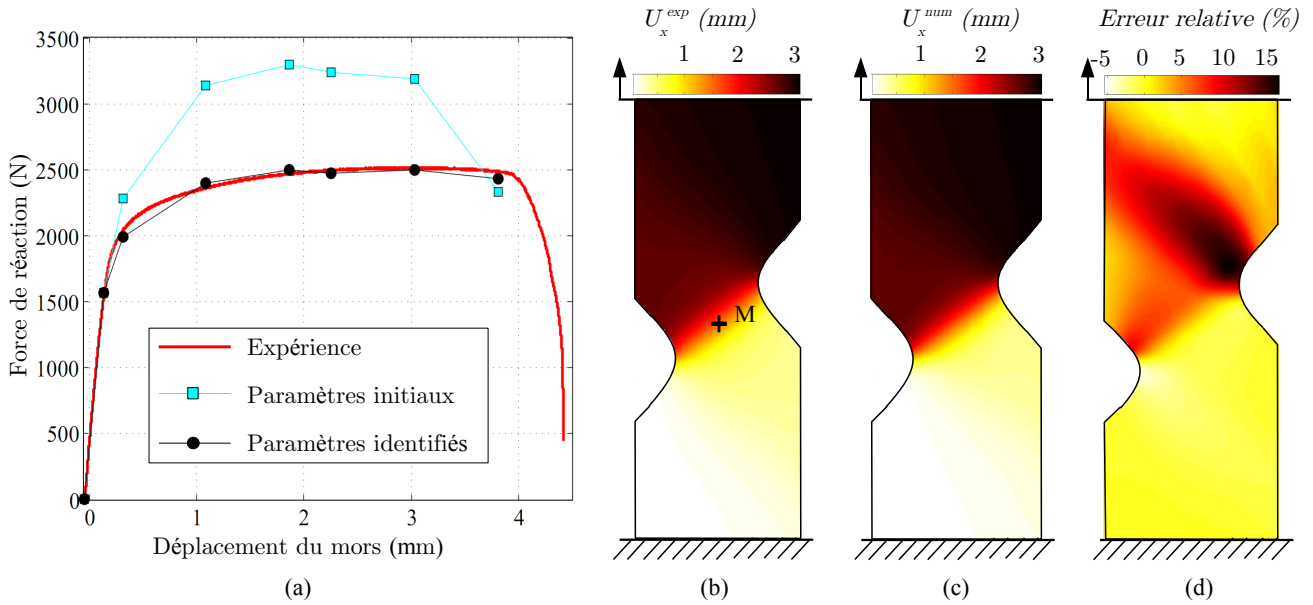


FIG. 3 – (a) Force en fonction du déplacement avant et après identification. (b) Champ de déplacement longitudinal expérimental au 6<sup>ème</sup> pas de temps. (c) Champ de déplacement longitudinal issu du jeu de paramètres identifiés au même instant. (d) Erreur relative en déplacement après identification.

$$\begin{cases} \text{modèle 1 : } \beta = a_1 & \text{tel que } a_1 \in [0; 1] \\ \text{modèle 2 : } \beta(\varepsilon_{p_{xx}}^{max}) = a_2 \varepsilon_{p_{xx}}^{max} + b_2 & \text{tel que } (a_2, b_2) \in \mathbb{R}^2 \\ \text{modèle 3 : } \beta(\varepsilon_{p_{xx}}^{max}) = a_3 (\varepsilon_{p_{xx}}^{max})^{b_3} + c_3 & \text{tel que } (a_3, b_3, c_3) \in \mathbb{R}^3, \end{cases} \quad (8)$$

où  $\varepsilon_{p_{xx}}^{max}(t)$  désigne la valeur maximale prise par le champ de déformation plastique axiale à un instant  $t$ . Ce choix permet de simplifier la procédure d'identification ; une dépendance de  $\beta$  à la déformation plastique locale sera réalisée dans de futurs travaux . Les paramètres identifiés pour les 3 modèles sont donnés dans le Tab 3.

TAB. 3 – Paramètres thermiques identifiés par méthode inverse

	modèle 1		modèle 2		modèle 3	
Paramètres	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$	$c_3$
Valeurs initiales	1	0.3	0.3	0.3	1	0.3
Valeurs identifiées	0.7341	0.2401	0.6578	0.1794	0.3560	0.6264

La Fig.4a montre l'évolution de  $\beta$  proposée par les trois modèles en fonction de la déformation longitudinale maximale  $\varepsilon_{p_{xx}}^{max}$ . Sur les modèles 2 et 3, on observe une croissance de  $\beta$  au cours de l'essai qui indique que la puissance stockée dans le matériau tend à diminuer au cours de la déformation. Par ailleurs, la Fig.4b montre que la capacité du modèle à prédire le comportement observé expérimentalement augmente avec le nombre de degrés de liberté du modèle. Ainsi, le modèle 3 est le mieux à même de reproduire le comportement thermique réel du matériau.

## 5 Conclusions

Dans cet article, une méthode de recalage de modèles EF à partir de mesures de champs issues de DIC et de thermographie IR est mise en œuvre. L'outil présenté consiste en un couplage entre le code de calculs EF (Abaqus) et un algorithme de type Levenberg-Marquardt développé sous Matlab. Il est exploité dans un premier temps pour identifier les paramètres mécaniques d'un modèle phénoménologique à partir des mesures de champs cinématiques. Les résultats sont utilisés pour calculer les puissances plastiques et permettent dans un second temps de déterminer la fraction  $\beta$  de puissance plastique volumique convertie en chaleur. Les résultats obtenus montrent un bon accord entre les évolutions de température mesurées et celles prédites par le calcul à l'issue de cette identification. Les valeurs de  $\beta$  obtenues sont inférieures à la valeur de 90% communément admise.

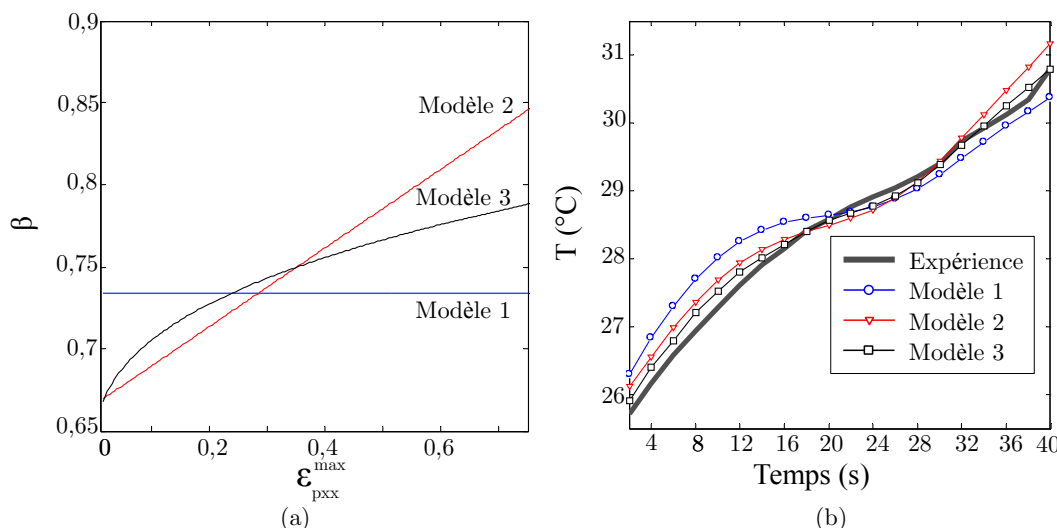


FIG. 4 – (a) Evolutions de  $\beta$  prédites par les 3 modèles identifiés. (b) Comparaison, avec l'expérience, des prédictions de température des 3 modèles, pour le nœud M situé au centre de l'éprouvette (cf. Fig. 3b).

## Références

- [1] Grédiac M. The use of full-field measurement methods in composite material characterization : interest and limitations. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 35, 751–761, 2004.
- [2] Bonnet M. Identification par exploitation de mesures de champs. In 17<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Troyes, 2005.
- [3] Lecompte D., Smits A., Sol H., Vantomme J., and Van Hemelrijck D. Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile test on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 1643–1656, 2007.
- [4] Kajberg J. and Lindkvist G. Characterization of materials subjected to large strains by inverse modeling based on in-plane displacement fields. *International Journal of Solids and Structures*, 41, 3439–3459, 2004.
- [5] Meuwissen M. An inverse method for mechanical characterization of metal. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, Netherlands, 1998.
- [6] Taylor G. and Quinney H. The latent heat remaining in a metal after cold working. *Proc. Roy. Soc. London A*, 163, 157–181, 1937.
- [7] Macdougall D. Determination of the plastic work converted to heat using radiometry. *Experimental Mechanics*, 40, 298–306, 2000.
- [8] Chrysochoos A., Maisonneuve O., Martin G., Caumon H., and Chezeaux J.-C. Plastic and dissipated work and stored energy. *Nuclear Eng. and Design*, 114, 323–333, 1989.
- [9] Oliferuk W., Swiatnicki A., and Grabski W. Rate of energy storage and microstructure evolution during the tensile deformation of austenitic steel. *Materials Science and Engineering : A*, 197, 49–58, 1995.
- [10] Hodowany J., Ravichandran G., Rosakis A. J., and Rosakis P. Partition of plastic work into heat and stored energy in metals. *Experimental Mechanics*, 40 (2), 113–123, 2000.
- [11] Meuwissen M., Oomens C., Baaijens F., Petterson R., and Janssen J. Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method. *Journal of Material Processing Technology*, 75, 204–211, 1998.
- [12] Vacher P., Dumoulin S., Morestin F., and Mguil-Touchal S. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 213, 811–817, 1999.
- [13] Pottier T., Moutrille M.-P., Le-Cam J.-B., Balandraud X., and Grédiac M. Study on the use of motion compensation techniques to determine heat sources. Application to large deformations on cracked rubber specimens. *Experimental Mechanics*, DOI 10.1007/s11340-008-9138-0, 2009.
- [14] Marquardt D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 11, 431–441, 1963.
- [15] Le Port A., Toussaint F., and Arrieux R. Finite element study and sensitivity analysis of the deep-drawing formability of commercially pure titanium. *International Journal of Material Forming*, DOI 10.1007/s12289-009-0398-8, 2009.