



**HAL**  
open science

# Identification d'un modèle à deux échelles probabiliste pour la prévision de la tenue à la fatigue polycyclique à partir de mesures d'auto-échauffement sous chargements cycliques

Cédric Doudard, Anthony Ezanno, Sylvain Calloch, Thierry Millot, Jean-Loup Heuzé

## ► To cite this version:

Cédric Doudard, Anthony Ezanno, Sylvain Calloch, Thierry Millot, Jean-Loup Heuzé. Identification d'un modèle à deux échelles probabiliste pour la prévision de la tenue à la fatigue polycyclique à partir de mesures d'auto-échauffement sous chargements cycliques. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391468

**HAL Id: hal-03391468**

**<https://hal.science/hal-03391468v1>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identification d'un modèle à deux échelles probabiliste pour la prévision de la tenue à la fatigue polycyclique à partir de mesures d'auto-échauffement sous chargements cycliques

C. DOUDARD<sup>a</sup>, A. EZANNO<sup>a</sup>, S. CALLOCH<sup>a</sup>, T. MILLOT<sup>b</sup>, J.-L. HEUZE<sup>c</sup>

a. LBMS, ENSIETA/UBO/ENIB, 2 rue François Verny, F-29806 Brest, France

b. DCNS-Propulsion, Indret, F-44620 La Montagne, France

c. DGA/DET/CEP/MC/PMA 00470 Armées, France

## Résumé :

L'expérience industrielle montre que la rupture des pièces en service est souvent causée par la fatigue polycyclique qui est un phénomène difficile à cerner car masqué (macroscopiquement la pièce reste élastique). C'est pourquoi depuis 1973 [1], des approches à deux échelles sont développées pour décrire ce phénomène. Une des difficultés majeures de ces approches concernent l'identification du comportement de la phase microscopique. On propose, ici, l'utilisation de la mesure d'auto-échauffement sous chargements cycliques pour, d'une part, identifier le comportement multiaxial de cette phase, et d'autre part, déterminer la variabilité de la population des sites où apparaît la microplasticité ce qui permet d'adopter un cadre probabiliste [2-3].

## Abstract :

By using microscopic observations showing that plasticity is localized at the microscopic scale and that fatigue damage is caused by a microplastic activity, multiscale approaches have been developed to solve fatigue problem [1]. It is proposed to identify a probabilistic two-scale model by analysing self-heating measurements under cyclic loadings induced by microplasticity.

**Mots clefs :** fatigue multiaxial, microplasticité, processus ponctuel de Poisson, modèle de Weibull

## 1 Introduction

L'expérience industrielle montre que la rupture de pièces en service est souvent causée par la fatigue polycyclique. Or, la fatigue des matériaux est un phénomène complexe dans la mesure où il dépend d'un grand nombre de paramètres : taille de la pièce, composition chimique et microstructure du matériau, amplitude et multiaxialité du chargement mécanique, environnement, température, ... De par son caractère masqué (la pièce reste macroscopiquement élastique), l'amorçage en fatigue polycyclique est souvent modélisé par des approches à deux échelles (site élasto-plastique entouré d'une matrice élastique) depuis 1973 [1]. Néanmoins deux critiques peuvent être émises à l'encontre de la plupart de ces approches : leur caractère déterministe et la difficulté de justifier et d'identifier le comportement du site, dont la validation est souvent effectuée « à minima » (i.e., pertinence vis-à-vis de la tenue en fatigue). On propose donc d'adopter, d'une part, une approche à deux échelles probabiliste en considérant un ensemble de sites élasto-plastiques, répartis de manière aléatoire dans une matrice élastique, et de seuil d'activation aléatoire, et, d'autre part, l'utilisation de mesures macroscopiques d'auto-échauffement sous chargements cycliques pour définir le comportement de ces sites et la distribution des sites où la microplasticité a lieu. Ces mesures consistent à observer l'évolution de la variation de la température de l'éprouvette,  $\theta = T - T_0$ , (où  $T$  est la température courante de l'échantillon au cours de l'essai et mesurée à l'aide d'un thermocouple,  $T_0$  étant la température initiale), sous chargements cycliques pour des amplitudes proches de la limite d'endurance moyenne [4-7]. En effet, bien qu'invisible à l'échelle macroscopique (au niveau des déformations), la microplasticité induit une dissipation intrinsèque mise en évidence par l'augmentation de la température du matériau.

Trois mesures particulières peuvent être utilisées. La première consiste à appliquer une séquence de chargements cycliques croissants par bloc de quelques milliers de cycles (nombre de cycles nécessaire pour

atteindre l'équilibre thermique). Pour chaque amplitude du chargement, la température moyenne stabilisée est notée  $\bar{\theta}(\Sigma_0)$  (Fig. 1a). La figure 1b montre l'évolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l'amplitude des contraintes pour un alliage cupro-aluminium de fonderie en fonction du rapport de charge, R. Cette température augmente de manière significative à partir d'un niveau d'amplitude des contraintes proche de la limite d'endurance et est influencée par la contrainte moyenne (Fig. 1b). Cette première mesure permet de caractériser la population des sites où apparaît la microplasticité [8]. La deuxième mesure consiste à mesurer l'évolution de la température moyenne de l'éprouvette au cours de la durée de vie de l'éprouvette. La figure 1c met en évidence que l'état d'équilibre thermique atteint après 1000 cycles (Fig. 1a) varie au cours de la durée de vie de l'éprouvette (*i.e.*, la dissipation varie au cours des cycles). Cette deuxième mesure permet d'identifier la nature de l'écrouissage des sites élasto-plastiques ainsi que leur évolution [9]. Enfin la troisième mesure consiste à tracer une surface d'iso-auto-échauffement dans l'espace des contraintes. Cette dernière permet de déterminer le comportement multiaxial de la microplasticité [10].

Dans une première partie l'approche probabiliste à deux échelles est présentée ainsi que la description par cette dernière des différentes observations d'auto-échauffement sous chargements cycliques. Dans une deuxième partie, on montre comment on peut décrire le comportement en fatigue avec l'approche proposée.

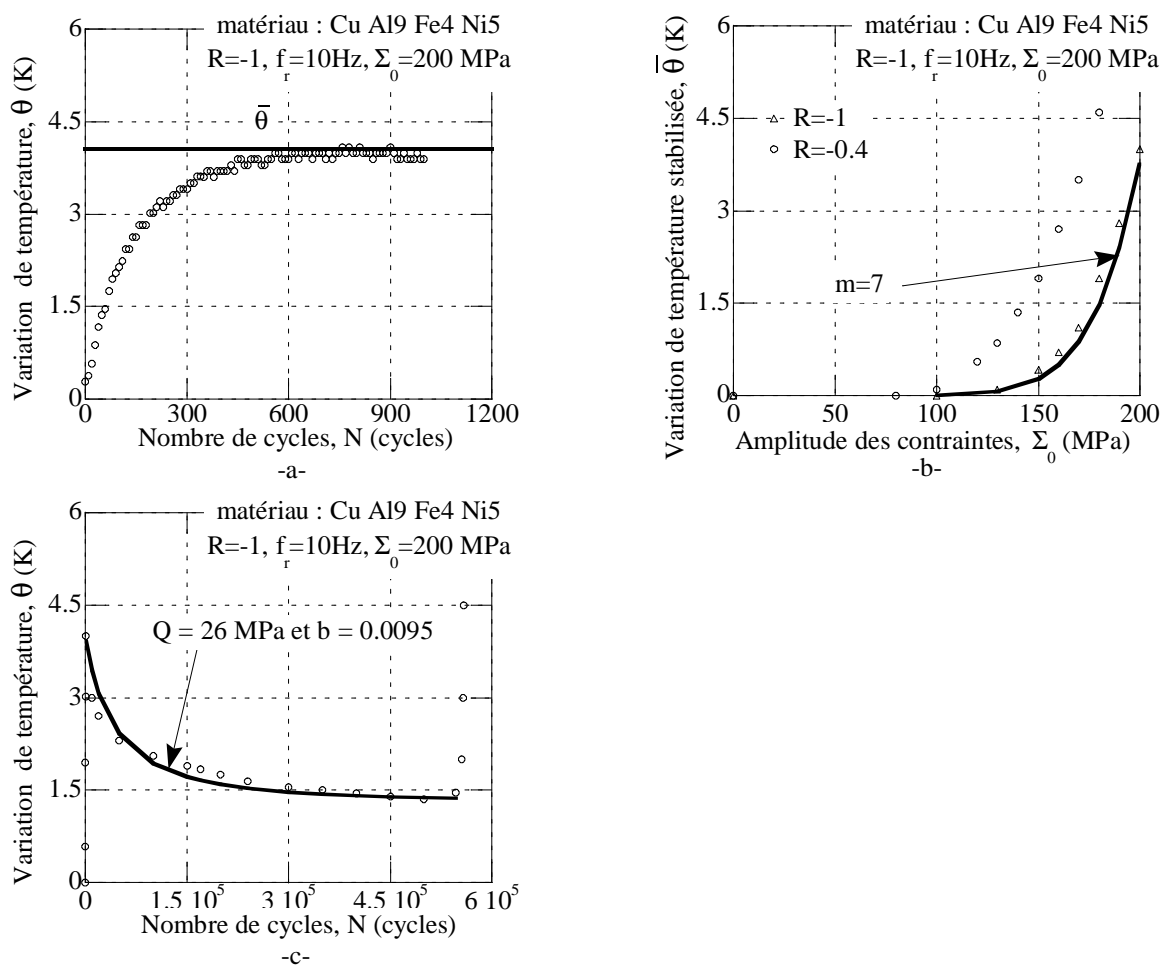


FIG. 1 – Etude de l'auto-échauffement sous chargements cycliques d'un alliage cupro-aluminium de fonderie : -a- évolution de la variation de température pendant les 1000 premiers cycles -b- évolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l'amplitude des contraintes -c- évolution de la variation de la température en fonction du nombre de cycles.

## 2 Approche à deux échelles probabilistes

### 2.1 Modélisation de l'activation de la microplasticité

Pour décrire l'apparition de la microplasticité, responsable de l'amorçage en fatigue polycyclique, une approche à deux échelles probabiliste est utilisée. On considère un ensemble d'inclusions élasto-plastique,

appelée sites, réparties de manière aléatoire dans une matrice élastique. Le volume de chaque site est noté  $V_s$ . On considère que la distribution des sites activés (i.e., où la microplasticité se développe) peut être décrite par un processus ponctuel de Poisson [11-12]. Ainsi la probabilité de trouver  $k$  sites actifs est donnée par

$$P_k(\Omega) = \frac{[-N(\Omega)]^k}{k!} \exp[-N(\Omega)] , \quad (1)$$

où  $N(\Omega)$  est le nombre moyen de sites actifs dans un domaine  $\Omega$  de volume  $V_\Omega$  défini par

$$N(\Omega) = \lambda V_\Omega , \quad (2)$$

avec  $\lambda$  la densité de sites actifs. Pour traduire l'apparition progressive de la microplasticité en fonction de l'amplitude des contraintes, montrée par de nombreux auteurs, on considère que  $\lambda$  suit une loi puissance de l'amplitude des contraintes d'activation équivalente,  $\Sigma_{0*}$ ,

$$\lambda(\Sigma_0) = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\Sigma_{0*}}{S_0} \right)^m = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \left( \underline{\underline{\Sigma}}_0 \right) : \underline{\underline{B}} : \left( \underline{\underline{\Sigma}}_0 \right)}}{S_0} \right)^m , \quad (3)$$

où  $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{J}} + 2b_* \underline{\underline{K}}$  tel que  $\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{3} \Sigma_{kk} \underline{\underline{I}}$  et  $\underline{\underline{J}} : \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}}'$ , et  $b_*$ ,  $V_0 S_0^m$  et  $m$  sont trois paramètres matériaux. Pour décrire la dissipation induite par la microplasticité, la contrainte dans les sites,  $\underline{\underline{\sigma}}$ , et le comportement élasto-plastique des sites doit être définis. Pour cela on utilise la loi de localisation suivante

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu (1 - \beta) \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^p - 3\kappa (1 - \alpha) \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^p , \quad (4)$$

où  $\alpha = \frac{1(1 + \nu)}{3(1 - \nu)}$ ,  $\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)}$  et  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\kappa$  sont respectivement le module de cisaillement, le coefficient de Poisson et le module de compressibilité. Enfin le concept de la thermodynamique des milieux continus est utilisé pour modéliser le comportement des sites [13]. A chaque instant,  $t$ , l'état thermodynamique de chaque site est caractérisé par 4 variables d'état, à savoir,  $\theta$ , la variation de température,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ , la déformation élastique,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ , la déformation plastique et  $p$ , la déformation plastique cumulée définie par

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{B}}^{-1} : \underline{\underline{\varepsilon}}^p} . \quad (5)$$

L'énergie libre spécifique d'Helmholtz de chaque site est donnée par

$$\rho\Psi = \left[ \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}}^e : \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e - \alpha' \theta \underline{\underline{I}} : \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e - \frac{c \theta^2}{2T_0} \right] + \left[ \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \left( \frac{2}{3} \underline{\underline{C}} \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^p + Qp + \frac{Q}{b} (e^{-bp} - 1) \right] , \quad (6)$$

avec  $\rho$  la masse volumique,  $\alpha'$  le coefficient de dilatation,  $c$  la chaleur spécifique,  $\underline{\underline{E}}$  le tenseur d'élasticité,  $\underline{\underline{C}}$  le tenseur de proportionnalité de l'écroutissage cinématique linéaire,  $Q$  la valeur asymptotique de l'écroutissage isotrope et  $b$  un paramètre matériau. Par conséquent l'écroutissage cinématique est relié à la déformation plastique par

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{2}{3} \left( C_j \underline{\underline{J}} + \frac{C_k}{2b_*} \underline{\underline{K}} \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^p , \quad (7)$$

et  $R$ , l'écroutissage isotrope, à la déformation plastique cumulée par

$$R = Q [1 - \exp(-bp)] . \quad (8)$$

La loi de normalité est considérée pour décrire l'évolution de la déformation plastique

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad (9)$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique et  $f$  la surface seuil définie par

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{B}} : (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} - \sigma_y - R \leq 0, \quad (10)$$

où  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité du site considéré.

## 2.2 Description de l'auto-échauffement

Avec la cadre choisi précédemment, l'énergie dissipée cyclique dans un site pour une limite d'élasticité,  $\sigma_y$ , le cycle  $N$ , et une amplitude des contraintes équivalente,  $\Sigma_{0^*}$ , est donnée par

$$D_{\text{site}}(\Sigma_{0^*}, \sigma_y, N) = \int_{\text{cycle}} \left( (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p - R \dot{p} \right) V_S dt. \quad (11)$$

En intégrant sur la population des sites, la densité d'énergie dissipée cyclique globale est obtenue. On montre qu'elle est donnée par [9]

$$\Delta(N) = \int_0^{\Sigma_0} D_{\text{site}}(\Sigma_{0^*}, \Sigma, N) \frac{d\lambda(\Sigma)}{d\Sigma} d\Sigma. \quad (12)$$

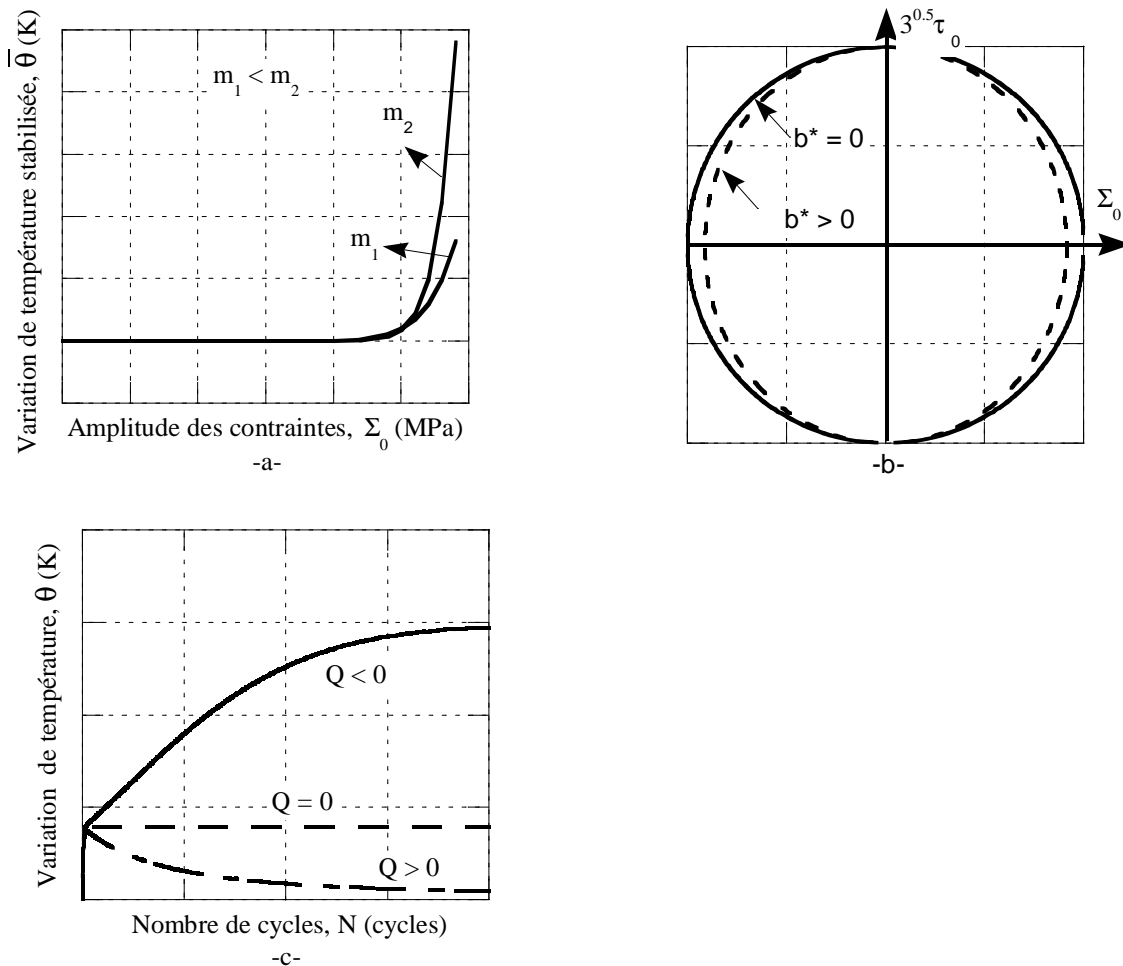


FIG. 2 – Influence de différents paramètres sur la réponse du modèle : -a- influence de  $m$  sur l'évolution de la température stabilisée en fonction de l'amplitude des contraintes -b- influence de  $b^*$  sur la surface d'iso-auto-échauffement dans le plan des contraintes ( $\Sigma_0, \sqrt{3}\tau_0$ ) -c- influence de  $Q$  sur l'évolution de la température au cours de la durée de vie.

L'évolution de l'auto-échauffement donnée par le modèle peut alors être déterminée en intégrant l'équation de la chaleur dans laquelle la dissipation moyenne (i.e., la dissipation cyclique multipliée par la fréquence du chargement  $f_r$ ) est introduite [7]

$$\dot{\theta} + \frac{\theta}{\tau_{eq}} = \frac{\Delta(N)f_r}{\rho c}, \quad (13)$$

où  $\tau_{eq}$  est un paramètre dépendant des conditions thermiques aux limites.

Sur la figure 2, l'influence de différents paramètres sur la réponse du modèle est résumée. On observe que : le paramètre  $m$  pilote la courbure de la courbe d'auto-échauffement (Fig. 2a) ;  $b^*$  la forme de la surface d'iso-auto-échauffement dans l'espace des contraintes (Fig. 2b) ; les paramètres de loi d'écrouissage isotrope la stabilité de l'état d'équilibre thermique au cours de la durée de vie (Fig.2c).

### 2.3 Application à un alliage cupro-aluminium de fonderie

On identifie les paramètres de l'approche proposée en utilisant les résultats d'auto-échauffement sous chargements cycliques obtenus au cours de l'étude de l'alliage de fonderie (cf. introduction). Les figures 1b et 1c montrent le résultat de l'identification des paramètres  $m$ ,  $b$  et  $Q$ . Le dernier paramètre  $b^*$  est en cours d'identification (une fois la surface d'iso-auto-échauffement obtenue).

Néanmoins, une première validation a pu être obtenue en comparant l'évolution de la variation de température obtenue expérimentalement avec les prévisions du modèle pour deux autres niveaux d'amplitude des contraintes en traction alternée (Fig. 3a). On observe une bonne corrélation.

## 3 Description du comportement en fatigue polycyclique

### 3.1 Endurance illimitée

En utilisant le cadre précédemment décrit et l'hypothèse du maillon le plus faible, cette approche peut être utilisée pour décrire le comportement en fatigue. La probabilité d'amorçage est alors donnée par

$$P_F = 1 - \exp \left[ - \frac{V_{eff}}{V_0} \left( \frac{\langle \Sigma_F \rangle}{S_0} \right)^m \right], \quad (14)$$

où  $V_{eff} = V_\Omega H_m$  est le volume effectif,  $H_m = \frac{1}{V_\Omega} \int \left( \frac{\langle \Sigma_{0^*}(M) \rangle}{\langle \Sigma_F \rangle} \right)^m dV$  est le facteur d'hétérogénéité des contraintes et  $\Sigma_F = \max_\Omega (\Sigma_{0^*}(M))$ . Ainsi la limite d'endurance et l'écart type associé sont définis par

$$\bar{\Sigma}_\infty = S_0 \left( \frac{V_0}{V_{eff}} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right), \quad (15)$$

$$\bar{\bar{\Sigma}}_\infty = S_0 \left( \frac{V_0}{V_{eff}} \right)^{\frac{1}{m}} \sqrt{\Gamma \left[ 1 + \frac{2}{m} \right] - \Gamma^2 \left[ 1 + \frac{1}{m} \right]}, \quad (16)$$

où  $\Gamma(p) = \int_0^\infty t^{p-1} \exp(-t) dt$  est la fonction gamma. Equations (15 et 16) rendent compte de l'effet d'hétérogénéité des contraintes et de volume associé au modèle de Weibull [2-3].

### 3.2 Endurance limitée

Pour modéliser les courbes S/N, une approche énergétique est utilisée comme proposé par [9]. Cette approche est basée sur l'hypothèse que l'amorçage est associé à une valeur critique de l'énergie dissipée cumulée,  $E_{cd}$ . Ainsi le nombre de cycle à rupture,  $N_R$ , (i.e., on néglige la phase de propagation devant la phase d'amorçage) est relié à  $E_{cd}$  par

$$\int_0^{N_R} D_{\text{site}}(\Sigma_{0^*}, \Sigma_{\infty}(P_F), N) dN = E_{cd}. \quad (17)$$

### 3.3 Application à un alliage cupro-aluminium de fonderie

L'avantage de l'approche proposée pour décrire le comportement en fatigue est qu'elle introduit un seul nouveau paramètre,  $E_{cd}$ , qui est identifiable à partir du nombre de cycle à rupture obtenu au cours de l'essai d'auto-échauffement prolongé jusqu'à rupture. Ainsi sans aucun essai supplémentaire, une prévision de comportement en fatigue peut être obtenue (Fig. 3b). On observe une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et la prévision du modèle.

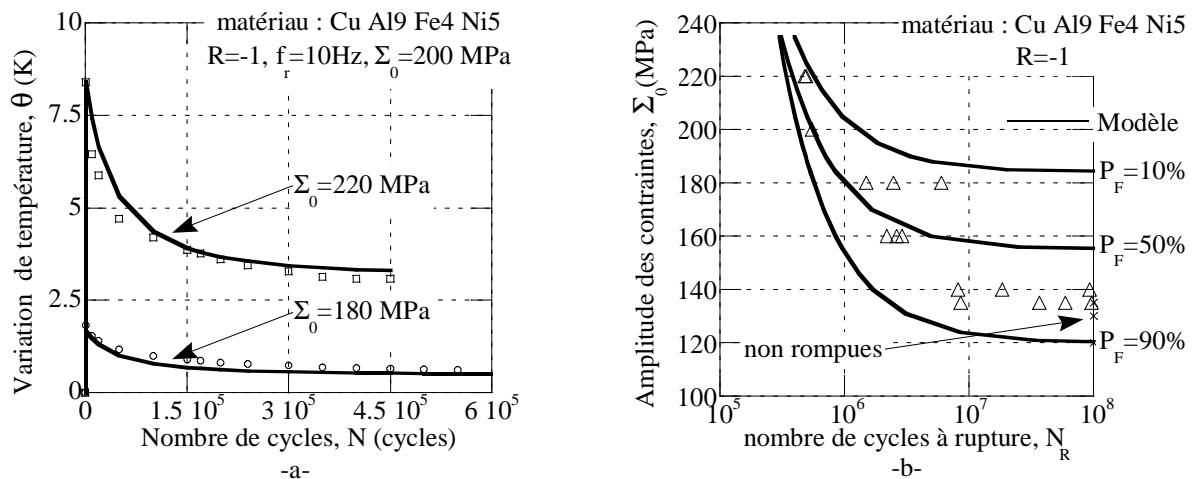


FIG. 3 – Comparaison entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux : -a- évolution de la température en fonction de  $N$  pour deux niveaux d'amplitude des contraintes ( $\Sigma_0 = 180$  MPa et  $\Sigma_0 = 220$  MPa) en traction alternée -b- tests de fatigue en traction alternée.

## 4 Conclusions

L'utilisation d'approches à deux échelles s'avère indispensable pour bien décrire les mécanismes à l'origine de l'amorçage par fatigue. Néanmoins la mise en place de ces approches nécessite une bonne connaissance du comportement élasto-plastique des sites. On a pu montrer, ici, que l'utilisation d'essais d'auto-échauffement pour identifier un modèle à deux échelles permet, d'une part, de déterminer le comportement élasto-plastique des sites, et, d'autre part, de définir la variabilité de l'activation des sites où apparaît la microplasticité. L'approche probabiliste proposée, couplée avec l'hypothèse du maillon le plus faible et à un critère énergétique permet, à un moindre coût, d'obtenir une bonne prévision du comportement en fatigue.

## References

- [1] K. Dang Van, A. Le Douaron and H.-P. Lieurade (1984) In C.R. ICF6 Pergamon Press, Oxford, UK, 1879–1885.
- [2] W. Weibull (1939) Roy. Swed. Inst. Eng. Res., Report 151.
- [3] W. Weibull (1951) ASME J. Appl. Mech. **18** [3], 293-297.
- [4] G. Welter (1937) Wlad. Inst. Met., 32.
- [5] M. P. Luong (1992) SPIE **1682**, 222-233.
- [6] G. La Rosa and A. Risitano (2000) Int. J. Fat. **22** [1], 65-73.
- [7] C. Doudard, S. Calloch, P. Cugy, A. Galtier and F. Hild (2005) Fat. Fract. Eng. Mat. Struct. **28**, 279-288.
- [8] C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy and A. Galtier (2004) C.R. Mécanique **332** [10], 795-801.
- [9] C. Doudard, S. Calloch (2009) European Journal of Mechanics - A/Solids **28** [2], 233-240
- [10] C. Doudard, M. Poncelet, S. Calloch, C. Boue, F. Hild and A. Galtier (2007) Int. J. Fat. **29** [4], 748–757.
- [11] R. Gulino and S. L. Phoenix (1991) J. Mater. Sci. **26** [11], 3107-3118.
- [12] D. Jeulin (1991) Thèse d'État, Université de Caen.
- [13] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche (1990) Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press, (UK).