HAL open science

Optimisation multicritère de composants mécaniques à l'aide d'une approche par satisfaction de contraintes

Pierre-Alain Yvars, Pascal Lafon, Laurent Zimmer

To cite this version:

Pierre-Alain Yvars, Pascal Lafon, Laurent Zimmer. Optimisation multicritère de composants mécaniques à l'aide d'une approche par satisfaction de contraintes. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391382

HAL Id: hal-03391382

https://hal.science/hal-03391382v1

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Optimisation multicritère de composants mécaniques à l'aide d'une approche par satisfaction de contraintes

P. A. YVARS[a], P. LAFON[b], L. ZIMMER[c]

a. Institut Supérieur de Mécanique de Paris (SupMeca), LISMMA, 3 rue Fernand Hainaut, 93407 Saint Ouen Cedex (France)(payvars@supmeca.fr)
b. Institut Charles Delaunay, LASMIS, UTT, 12 rue Marie Curie, 10010 Troyes(France)(pascal.lafon@utt.fr)
c. Dassault Aviation, 78, Quai Marcel Dassault , 92252 Saint Cloud (France)(laurent.zimmer@dassault-aviation.fr)

Résumé :

Nous proposons d'examiner les apports des techniques de programmation par contrainte en conception et notamment en optimisation de composants mécaniques. Nous présentons le cadre théorique de modélisation d'un problème de satisfaction de contraintes, les principes de résolution et de recherche d'optimum ainsi que leur utilisation potentielle en ingénierie de produit. Un exemple concret d'application au dimensionnement optimal d'une transmission de puissance par adhérence est finalement traité

Abstract :

This article deals with Constraint Satisfaction methods applied to the optimization of mechanical components. We present the CSP model, its associated resolution and optimization principles and the potential usage in engineering design. An example of resolution is given on the monocriterion and bicriterion optimization of a bolt coupling mechanism.

Mots clefs : CSP, optimisation multicritère, système mécanique

1 Introduction

L'activité de conception de produit mécaniques et de systèmes est aujourd'hui plongée dans un contexte de conception intégré et collaboratif. Elle nécessite un outillage adapté tout au long du processus de conception. Nous nous intéressons ici aux problèmes de dimensionnement optimal de composants et de systèmes et proposons d'outiller cette étape à l'aide de techniques de satisfaction de contraintes.
Après avoir présenté dans un premier temps les Problèmes de satisfaction de contraintes (Constraint Satisfaction Problem ou CSP) ainsi que les principes de résolution associés, nous envisageons leur application au cas du dimensionnement optimal multicritère d'un système de transmission de puissance par adhérence. L'exemple est entièrement traité et les résultats numériques sont détaillés et commentés.

2 Problème de satisfaction de contraintes

2.1 Les CSP

L'approche par contrainte se base sur la notion dite de Constraint Satisfaction Problem ou CSP.
Un CSP est défini par un triplet *(X, D, C)* tel que [1]:
– $X = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ est un ensemble fini de variables dites variables contraintes. *n* étant le nombre entier de variables du problème à résoudre.
– $D = \{d_1, d_2, d_3, ..., d_n\}$ est un ensemble fini de domaines de valeurs des variables de *X* tel que :

$$\forall\, i \in \{1, \dots, n\}, x_i \in d_i$$

– C = $\{c_1, c_2, c_3, ..., c_p\}$ est un ensemble fini de contraintes. p étant un entier quelconque, représentant le nombre de contraintes du problème.

$$\forall\, i \in \{1, \dots, p\}, \exists!\ X_i \subseteq X \ /\ c_i\ (X_i)$$

Résoudre un CSP revient à instancier chacune des variables de *X* tout en satisfaisant l'ensemble *C* des contraintes du problème.
On appelle ici contrainte, n'importe quel type de relation mathématique (linéaire, quadratique, non linéaire, booléenne,…) portant sur les valeurs d'un ensemble de variables.

2.2 Techniques de résolution

Les algorithmes de résolution de CSP dépendent du type de variable manipulé: entier dans les CSP discrets et flottant dans le cadre des CSP continus.
- Les méthodes de résolution de CSP discrets sont héritées à l'origine de la recherche opérationnelle et de l'intelligence artificielle. Les premiers travaux datent d'environ trente cinq ans [2, 3, 4, 5]. Ils sont basés sur l'énumération de valeurs discrètes et le filtrage aussi appelé propagation de contraintes. Au fur et à mesure de l'évolution du processus de résolution, les domaines de valeurs discrètes des variables du problème sont réduits par cette méthode.
- Pour ce qui concerne les CSP continus ils opèrent sur des intervalles de valeurs réelles. Les techniques utilisées sont une synthèse entre l'analyse par intervalles [6] et la satisfaction de contraintes [7, 8, 9]. Plusieurs algorithmes de résolution ont ainsi été développés [10, 11].

2.3 Optimisation et CSP

Dans le cas d'une utilisation des techniques de CSP pour une optimisation monocritère, le point clé est de résoudre par dichotomie une suite de CSP dans laquelle le jeu de contraintes augmente d'un élément de la suite au suivant. A chaque étape, une contrainte est ajoutée exprimant que le CSP suivant doit être meilleur que le précédent. Le processus s'arrête sur le CSP qui minimise la valeur de la variable de performance considérée à un près ajustable. Pour ce qui concerne l'optimisation multicritère au sens de Pareto et compte tenu du nombre de critères réduit de notre exemple (optimisation bicritère), nous nous inspirerons de la méthode de Van Wassenhove et Gelders adaptée pour les CSP [12].

2.4 Applications en conception de produits et de systèmes

Quatre espaces peuvent être utilisés pour décrire les échanges d'information lors d'un processus de conception [13]. Le principal effort étant d'établir une correspondance entre l'espace des spécifications fonctionnelles {FRs} et l'espace des paramètres de conception {DPs} [14]. L'ensemble des valeurs des paramètres de conception {DPs} respectant l'ensemble des spécifications fonctionnelles {FRs} constitue l'espace des solutions du problème de conception.
Dans les étapes avancées de la conception, plusieurs techniques telles que l'optimisation multidisciplinaire (MDO)[14] ou la programmation par contraintes, peuvent être mise en œuvre dans le but de déterminer l'espace de conception. La communauté CSP a développé des travaux applicables en conception de produit et de système [15, 16, 17, 18, 19, 20]. De nombreux travaux ont été réalisés dans le champ de l'optimisation de fonctions de coûts sur des CSP discrets. Moins nombreuses sont les contributions en optimisation de CSP continus. Notre objectif est ici de présenter un exemple de conception optimal multicritère d'un composant mécanique.

2.5 Application à la conception optimale d'un composant mécanique

2.5.1 Cas d'étude proposé

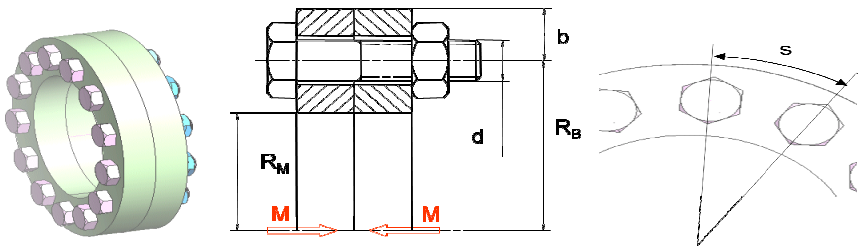

FIG. 1 - transmission par adhérence

Nous proposons d'illustrer la contribution des méthodes CSP sur un cas simple de composant mécanique de transmission de puissance par adhérence chargé de transmettre un couple par effort presseur assuré par un ensemble de N boulons répartis uniformément sur la circonférence de la jante (figure 1).
Dans le cadre de cette étude, on suppose que les choix technologiques ont déjà été effectués. Les concepteurs ayant choisi ce composant, il est alors possible d'identifier l'ensemble des paramètres de conception {DPs}(tableau 1) ainsi que les spécifications fonctionnelles {FRs}. Ces dernières peuvent ici être écrites sous la forme d'un ensemble de relations (équations et inéquations) explicites entre les paramètres de conception de {DPs}. La méthode VDI [21] a été utilisée pour établir ces relations.

Paramètres de conception		
Paramètres géométriques	d_s	Diamètre de la section résistante (mm)
	d	Diamètre nominal de la vis (mm)
	b	Épaisseur radiale de la surface de contact
	s	Intervalle entre boulons (mm)
	d_2	Diamètre moyen (mm)
	p	Pas des éléments filetés (mm)
	s_m , b_m	Encombrement de l'outil de serrage (mm)
	A_s	Section résistante équivalente des boulons (mm²)
	N	Nombre de boulons
	N_m	Nombre de boulons minimum
	R	Rayon d'encombrement (mm)
	R_b	Rayon des vis (mm)
	R_m	Rayon intérieur (mm)
Paramètres fonctionnels	M	Moment transmis par l'accouplement (N.mm)
	M_T	Moment à transmettre par l'accouplement (N.mm)
	F_{0mini} , F_{0maxi}	Dispersion mini et maxi sur l'effort de serrage (N).
	C_1	Moment de torsion de la vis dû à la précharge (N.mm)
	σ_{max} :	Contrainte normale maximum dans la vis (MPa)
	τ_{max}	Contrainte tangentielle maximum dans la vis (MPa)
	σeq_{max}	Contrainte de Von Mises maximum dans la vis (MPa)
	α_s	Rapport F_{omaxi} / F_{omini}
Paramètres matériaux	f_m , f_1	Coefficients de friction

Tableau. 1 – Paramètres de conception

2.5.2 Modèle CSP associé

Une analyse du système de transmission par adhérence nous donne les relations ci-dessous considérées en tant que contraintes d'un CSP :

$$M = N \times R_b \times f_m \times F0_{mini} \quad (1)$$

$$F0_{maxi} = \alpha_s \times F0_{mini} \quad (2)$$

$$\sigma_{max} = \frac{F0_{maxi}}{A_s} \quad (3)$$

$$\tau_{max} = 16 \times \frac{C_1}{(\pi \times {d_s}^3)} \quad (4)$$

$$C_1 = F0_{maxi} \times (0.16 \times p + 0.583 \times d_2 \times f_1) \quad (5)$$

$$\sigma eq_{max} = \sqrt{{\sigma_{max}}^2 + 3 \times {\tau_{max}}^2} \quad (6)$$

$$s = 2 \times \pi \times \frac{R_b}{N} \quad (7)$$

$$R_b = R_m + b \quad (8)$$

$$A_s = \pi \times \frac{{d_s}^2}{4} \quad (9)$$
$$R_b \geq R_m + b \quad (10)$$
$$0.9 \times R_e \geq \sigma eq_{max} \quad (11)$$
$$M \geq M_T \quad (12)$$
$$s \geq s_m \quad (13)$$
$$b \geq b_m \quad (14)$$
$$N \geq N_m \quad (15)$$

La table des combinaisons valides des paramètres des vis (tableau 2) peut être modélisée comme un tableau contraint. Il s'agit d'une contrainte dite globale représentant les combinaisons possibles de valeurs pour un ensemble de variables contraintes. Chaque ligne d'un tableau contraint est considérée comme un n-uplet de valeurs consistantes. Par exemple, avec le tableau 2, si la valeur de d_2 doit être plus grande que 10 et que p doit être différent de 2 alors, les lignes 1, 2, 3, 5 and 6 sont automatiquement enlevée de la table par propagation. Seules les lignes numéro 4, 7 and 8 resteront dans le tableau contraint.

Num	d	ds	d2	p	bm	sm	dt
1	6	5.062	5.350	1.00	7.50	14.50	6.6
2	8	6.827	7.188	1.25	9.50	18.50	9.0
3	10	8.593	9.026	1.50	12.50	23.50	11.0
4	12	10.358	10.863	1.75	13.50	26.50	13.5
5	14	12.124	12.701	2.00	15.50	29.50	15.5
6	16	14.124	14.701	2.00	17.00	32.00	17.5
7	20	17.655	18.376	2.50	21.00	40.00	22.0
8	24	21.185	22.051	3.00	25.00	48.00	26.0

Tableau. 2 - Table des paramètres vis

2.5.3 Résultats numériques

Nous avons implémenté ce modèle avec deux outils différents :
- IlogCP, une librairie C++ développée par Ilog [22]
- Constraint Explorer (CE) [23], un environnement à base de contraintes pour la conception développé dans le cadre d'un projet RNTL piloté par Dassault Aviation.

Le tableau 3 fait état des résultats obtenus dans le cadre du processus de dimensionnement optimal de notre composant mécanique. Au début du processus, les intervalles de valeurs possibles pour chacune des variables sont initialisés. Puis une première propagation est lancée. Du fait du jeu d'équations et d'inéquations présent dans le modèle, on constate que dès cette phase certains domaines sont réduits.
Après avoir ajouté les spécifications suivantes :

$$M_T = 4000000 \quad (16)$$
$$f_m = 0.15 \quad (17)$$
$$f_1 = 0.15 \quad (18)$$
$$\alpha_s = 1.5 \quad (19)$$
$$R_e = 627 \quad (20)$$
$$N_m = 8 \quad (21)$$
$$R_m = 50 \quad (22)$$

Le pavé (produit cartésien des intervalles de valeurs des variables du problème) est de nouveau réduit.
Une résolution optimale monocritère nous donne une solution à R=82mm, après avoir rajouté un objectif de minimisation de la variable de performance R tel que :

$$R = R_b + b \quad (23)$$

Une résolution est alors tentée à l'aide de deux autres variables de performance dont on souhaite minimiser les valeurs:

- Le coût total de l'accouplement en euros :

$$C_{accou} = K_1 \times d + K_2 \times N \quad (24)$$

Avec:

$$K1 = 0.6 \text{ euros/mm} \quad (25)$$
$$K2 = 5 \text{ euros /boulons} \quad (26)$$

- La masse totale de l'accouplement :

$$M_{accou} = \frac{\pi}{2} \times e_p \times (\rho_j \times (4 \times R_b \times b - N \times {d_t}^2) + \rho_v \times N \times d^2 \quad (27)$$

$$\rho_j = 2.710^{-6} \text{kg.mm}^{-3} \quad (28)$$

$$\rho_v = 7.810^{-6} \text{kg.mm}^{-3} \quad (29)$$

Une solution optimale au sens de pareto est générée pour une masse de 480,8 grammes et un coût de 52 euros. En terme de performance, la résolution est quasi instantanée sur un ordinateur de type PC usuel avec des résultats finaux équivalents à ceux obtenus avec des techniques d'optimistaion plus classiques [24].

Paramètres géométriques	**Domaines initiaux**	**Première propagation**	**Après spécifications**	**Optimisation monocrière min (R)**	**Optimisation multicritère min (Caccou & Maccou)**
A_s	[15 , 400]	[20.12, 352.49]	[20.12, 352.49]	115.447	244.8
R_b	[5 , 1000]	[13, 1000]	[58 , 100]	66	71
R_m	[5 , 1000]	[5, 992]	50	50	50
s	[1, 100]	[14.5, 100]	[14.5 , 78.5398]	31.8992	55.76
b	[5 , 50]	[8,50]	[8,50]	16	21
N	[1 , 1000]	[4 , 433]	[8 , 43]	13	8
N_m	[4 ,1000]	[4 , 433]	8	8	8
d	[6 , 24]	[6 , 24]	[6 , 24]	14	20
p	[1 , 3]	[1 , 3]	[1 , 3]	2	2.5
d_2	[5.35 , 22.051]	[5.35, 22.051]	[5.35, 22.051]	12.701	18.376
d_s	[5.062 , 21.185]	[5.062, 21.185]	[5.062 , 21.185]	12.124	17.655
s_m	[14.5 , 48]	[14.5 , 48]	[14.5 , 48]	29.5	40
b_m	[7.5 , 25]	[7.5 , 25]	[7.5 , 25]	15.5	21
dt	[6.6, 26]	[6.6, 26]	[6.6, 26]	15.5	22
ep	10	10	10	10	10
Paramètres fonctionnels					
M	[1000, 1e+007]	[1000, 1e+007]	[4e+006, 1e+007]	4.3274e+006	
M_T	[1000,	[1000,	4e+006	4e+006	4e+006
$F0_{mini}$	[10 , 100000]	[10, 66666.7]	[6201.55, 66666.7]	33623.9	
$F0_{maxi}$	[10 , 100000]	[15, 100000]	[9302.33, 100000]	50435.9	[70422.1, 70879.2]
C_1	[0 , 200000]	[2.4, 200000.]	[5840.53, 200000]	72158.7	[46948.1, 47252.8]
σ_{max}	[0 , 2000]	[0.0425, 1110.6]	[26.3903, 564.274]	436.875	[287.66, 289.5]
τ_{max}	[0 , 2000]	[0.00128, 641.2]	[3.12851, 325.442]	206.215	[130.8, 131.65]
σeq_{max}	[0 , 2000]	[0.0426, 1110.6]	[26.9409, 564.3]	564.3	[366.16, 368.54]
α_s	[1.5 , 4]	[1.5 , 4]	1.5	1.5	1.5
Paramètres matériaux					
f_m	[0 , 1]	[3.464e-008, 1]	0.15	0.15	0.15
f_l	[0 , 1]	[0 , 1]	0.15	0.15	0.15
Fonctions objectifs					
- Monocritère					
R	[10, 1050]	[21, 1050]	[66, 150]	**82**	
- Multicritère					
Caccou	[0, 1000000]		[44, 229]		**52**
Maccou	[0, 10]		[0, 3.868]		**0.4808**

Tableau. 3 – Résultats numériques du dimensionnement optimal de l'accouplement

3 Conclusion

Nous avons présenté tout au long de ce papier l'application des techniques de programmation par contraintes en dimensionnement optimal d'un composant mécanique. La résolution par CSP procure un certain nombre d'avantages par rapport aux approches classiques et en ce sens fournit une alternative intéressante. Nous citerons :

- La non nécessité de simplifier et/ou de résoudre les systèmes d'équations / inéquations.
- L'Assurance de trouver une solution si elle existe dans les pavés retournés.
- L'Assurance de non-solution dans le cas ou le réseau de contraintes du problème est inconsistant.
- La possibilité de disposer d'un optimum global lorsque ce dernier existe.

References

[1] Tsang E., Foundations of Constraint Satisfaction, Academic Press London and San Diego, 1993.

[2] Waltz D., Generating semantic descriptions from drawings of scenes with shadows, MIT,1972.

[3] Montanari U., Networks of constraints: fundamental properties and applications to picture processing, Information Science 7, 1974, pp.95-132.

[4] Lauriere J.L., Un langage et un programme pour résoudre et énoncer des problèmes combinatoires: ALICE, Phd Thesis, Paris 6 University, France, 1976.

[5] Mackworth A.K., Consistency in networks of relations, Artificial Intelligence 8, 1, 1977, pp.99-118.

[6] Moore R.E., Interval Analysis, Prentice-Hall, 1966.

[7] Davis E., Constraint propagation with interval labels, Artificial Intelligence, v. 24.3, 1987.

[8] Falting B., Arc consistency for continuous variables, Artificial Intelligence 65(2), 1994.

[9] Lhomme O.-M., Rueher, Application des techniques CSP au raisonnement sur les intervalles, Revue d'intelligence artificielle, Dunod, Vol. 11:3, pp. 283-311, 1997.

[10] Delobel F., Résolution de systèmes de contraintes réelles non linéaires, Phd Thesis Computer Science, Université de Nice Sophia Antipolis, France, 2000.

[11] Benhamou F., Granvilliers L., Continuous and Interval Constraints. In Handbook of Constraint Programming, Chapter 16:571-604, 2006.

[12] L. N. V. Wassenhove and L. F. Gelders. Solving a bicriterion scheduling problem. European Journal of Operational Research, 4(1):42{48, 1980.

[13] Vargas C., Saucier A., Albert P., Yvars P.A., Knowledge Modelisation and Constraint Propagation in a Computer Aided Design System, In Workshop notes Constraint Processing in CAD of the Third International Conference on Artificial Intelligence in Design, Lausanne, Switzerland, August, 1994.

[14] Yannou B., Harmel G., Use of Constraint Programming for Design, in Advances in Design, ElMaraghy H., ElMaraghy W. Editors, Springer, p. Chapter 12, 2005.

[15] Mulyanto T., Utilisation des techniques de programmation par contraintes pour la conception d'avions, Phd Thesis ENSAE, Toulouse, France, 2002.

[16] Chenouard R., Sebastian P., Granvilliers L., Solving an Air Conditioning Problem in an Embodiment Design Context using Constraint Satisfaction Techniques, CP'2007, 13th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming, 2007.

[17] Yvars, P.A., 2008, Using constraint satisfaction for designing mechanical systems, International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), Volume 2, Number 3, August 2008.

[18] Aldanondo M ; Hadj-Hamou K ; Lamothe J ; Moynard G, Mass customization and configuration: Requirement analysis and constraint based modeling propositions, Journal of Integrated Computer-Aided Engineering, 2003, vol. 10, n° 2. - p. 177-189.

[19] Suh N., Axiomatic Design: Advances and Applications, New York : Oxford University Press, ISBN-10: 0195134664, 2001.

[20] Simpson T.W., Booker A.J., Ghosh D., Giunta A.A., Koch P.N., Yang R.-J, Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: a panel discussion, Structural and multidisciplinary optimization, Vol. 27, July, pp. 302-313, (Springer), 2004.

[21] V.D.I.2230, Systematic Calculation of High Duty Bolted Joints, 1998.

[22] Ilog, IlogCP, Reference Manual,Ilog, Gentilly, France, 2006.

[23] Zimmer L., Anglada A., Christie M., Granvilliers L., Constraint Explorer: a Modelling and Sizing Tool for Engineering Design invited session on Metamodelling and Constraint Based Problem Solving for Embodiment DesignSupport Systems in *SCI*, Orlando, 2004.

[24] Giraud, L., Lafon, P., "Optimization of mechanical design problems with genetic algorithms", Proceeding of the 2nd International Conference IDMME'98, Compiègne, France, pp. 90-98, 1998.