



HAL
open science

Identification et calcul stochastique dans le cas de géométries aléatoires : application de X-SFEM au calcul structures navales.

A. Clement, Franck Schoefs, Anthony Nouy, george Stephanou, Mikaël Cazuguel

► To cite this version:

A. Clement, Franck Schoefs, Anthony Nouy, george Stephanou, Mikaël Cazuguel. Identification et calcul stochastique dans le cas de géométries aléatoires : application de X-SFEM au calcul structures navales.. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391358

HAL Id: hal-03391358

<https://hal.science/hal-03391358>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Calcul stochastique dans le cas de géométries aléatoires : application de X-SFEM au calcul de structures navales.

A. CLÉMENT^a, F. SCHOEFS^a, G. STEFANO^a, A. NOUY^a, M. CAZUGUEL^b

^a Institut de recherche en Génie civil et mécanique (GeM), Université de Nantes, Centrale Nantes, UMR CNRS 6183

^b DCNS Ingénierie Navires Armés, Rue Choiseul 56311 Lorient Cedex
franck.schoefs@univ-nantes.fr

Résumé :

Le calcul de structures par éléments finis en présence de géométries aléatoires correspond à un enjeu scientifique et industriel important. Le GeM a développé la méthode X-SFEM dans ce but. Cette méthode est appliquée ici au calcul du coefficient de concentration de contrainte K_T dans le cas d'assemblages soudés utilisés pour le calcul de sous-marins. On présente une comparaison de la détermination de la distribution de K_T par la méthode X-SFEM et par une formule analytique, classiquement utilisée pour ce problème.

Abstract :

Structural analysis for mechanical problems involving random geometries is a scientific and industrial important stake. GeM laboratory has developed the X-SFEM method in that purpose. This method is applied to the computation of stress intensity factor K_T in case of welded joints used by the Marine. In this paper, we propose a comparison between the determination of the distribution of K_T with the X-SFEM method and an analytical formula, classically used for this problem.

Mots clefs : X-SFEM ; Mécanique stochastique ; géométrie aléatoire

1 Introduction

Le calcul de structures par éléments finis en présence de géométries aléatoires correspond à un enjeu scientifique et industriel important (corrosion de structures marines, incertitude sur les caractéristiques dimensionnelles, etc.). Le GeM a développé la méthode X-SFEM ("eXtended Stochastic Finite Element Method") dans ce but [8]. Cette méthode est issue du mariage entre la méthode déterministe X-FEM [7] et les méthodes éléments finis stochastiques spectraux de type Galerkin [3] (approximation par chaos polynomial). Le point important de la méthode vient de la représentation implicite de la géométrie aléatoire par la technique des level-sets [9] permettant de reformuler le problème sur un domaine déterministe de référence et de s'affranchir des difficultés de remaillages. Dans cet article, on propose une application de la méthode au calcul d'un assemblage soudé d'une structure navale. L'objectif est de déterminer le coefficient de concentration de contrainte K_T dû à la singularité géométrique située en pied du cordon de soudure. Classiquement, le calcul de K_T est réalisé à l'aide de formules analytiques spécifiques à chaque géométrie et sollicitation de l'assemblage soudé. On propose, ici, de comparer ces résultats avec ceux obtenus numériquement avec la méthode X-SFEM, dans le cas d'un joint soudé d'un sous-marin.

2 Approches classiques pour les problèmes à géométrie aléatoire

Une première manière de résoudre un problème mécanique défini sur un domaine aléatoire est d'utiliser une méthode non-intrusive (Monte-Carlo, projection etc.) avec remaillages. Ces méthodes consistent à résoudre un ensemble de problèmes déterministes avec un code éléments finis classique où un maillage est créé pour chaque calcul. Ces méthodes, relativement simples à mettre en oeuvre, ne permettent cependant pas d'obtenir une description complète de la solution. On pourra seulement s'intéresser à une quantité d'intérêt définie *a priori*. Dans [11], est utilisée une méthode de perturbation de la géométrie (développement en série de Taylor), permettant d'étudier la sensibilité de la réponse. Cette méthode est limitée à de faibles variations des variables aléatoires et la paramétrisation de la géométrie peut s'avérer délicate lorsqu'elle est complexe. Une dernière famille de méthodes [10, 2] consiste à reformuler le problème sur un domaine fictif déterministe. Dans [10], on introduit une transformation vers ce domaine de référence sur lequel un espace d'approximation éléments finis classique est défini. Les inconvénients de cette approche viennent de la construction de la transformation,

ainsi que l'interprétation de la solution nécessitant une transformation inverse. Enfin, dans [2], il est proposé une extension au cadre stochastique de la méthode des domaines fictifs. La formulation du problème est mixte et demande l'introduction d'un multiplicateur de Lagrange pour la prise en compte des conditions aux limites. Cette approche ne nécessite pas de remaillages et permet d'obtenir une description complète de la solution stochastique. Cependant, la représentation de la géométrie reste délicate. On notera que cette dernière méthode est assez proche de la méthode X-SFEM utilisée dans cet article.

3 Méthode éléments finis stochastiques étendus

3.1 Problème modèle

On considère un problème en élasticité linéaire défini sur un domaine aléatoire $\Omega(\boldsymbol{\xi})$, où $\boldsymbol{\xi}$ est un ensemble fini de variables aléatoires caractérisant les incertitudes sur la géométrie du domaine. Ces variables aléatoires définissent un espace probabilisé de dimension finie $(\Xi, \mathcal{B}_\Xi, P_\xi)$. On note \mathbf{u} le champ déplacement, $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ la partie symétrique du gradient du déplacement (*i.e.* le tenseur des déformations), et \mathbf{C} le tenseur d'élasticité de Hooke. Des conditions aux limites de Dirichlet sont imposées sur une partie déterministe Γ_1 de la frontière. La structure est soumise à des efforts surfaciques \mathbf{F} sur une autre partie Γ_2 de la frontière du domaine. Par soucis de simplicité, on considère également que Γ_2 est déterministe. Le problème s'écrit alors : trouver \mathbf{u} tel que :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})) &= 0 \quad \text{sur } \Omega(\boldsymbol{\xi}) \\ \mathbf{u} &= 0 \quad \text{sur } \Gamma_1 \\ (\mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{F} \quad \text{sur } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (1)$$

3.2 X-SFEM

Dans le cadre de la méthode X-SFEM, le problème est défini sur un domaine fictif déterministe D contenant toutes les réalisations physiques du domaine aléatoire $\Omega(\boldsymbol{\xi})$. Pour représenter la géométrie, on utilise la méthode des level-sets [9]. Le domaine aléatoire est alors implicitement défini par une fonction level-set aléatoire $\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$. Par convention, on suppose que la fonction level-set prend des valeurs négatives dans le domaine physique et positives dans le domaine non-physique :

$$\Omega(\boldsymbol{\xi}) = \{\mathbf{x} \in D; \phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) < 0\}$$

Le problème (1) est ensuite reformulé en considérant la prolongement des fonctions sur le domaine fictif. La solution aléatoire \mathbf{u} est cherchée dans l'espace $\mathcal{V} \otimes \mathcal{S}$, où $\mathcal{V} = \{\mathbf{v} \in H_1(D)^2; \mathbf{v} = 0 \text{ on } \Gamma_1\}$ et $\mathcal{S} = L^2(\Xi, dP_\xi)$ est l'espace des variables aléatoires de second ordre définies sur Ξ . Une formulation variationnelle du problème (1) peut s'écrire : trouver $\mathbf{u} \in \mathcal{V} \otimes \mathcal{S}$ tel que

$$A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = B(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \otimes \mathcal{S}$$

où A et B sont respectivement les formes bilinéaire et linéaire, définies par

$$A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Xi} \int_D \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \mathcal{H}(-\phi) d\mathbf{x} dP_\xi, \quad (2)$$

$$B(\mathbf{v}) = \int_{\Xi} \int_{\Gamma_2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} ds dP_\xi, \quad (3)$$

où \mathcal{H} est la fonction Heaviside ($\mathcal{H}(t) = 1$ pour $t > 0$, $\mathcal{H}(t) = 0$ pour $t \leq 0$). On peut ensuite introduire un espace fonctionnel éléments finis $\mathcal{V}_n \subset \mathcal{V}$ associé à un maillage de D au niveau spatial et à un espace d'approximation de dimension finie $\mathcal{S}_p \subset \mathcal{S}$ au niveau stochastique (*e.g.* chaos polynomial de degré p et de dimension m). On peut alors définir un espace d'approximation :

$$\mathcal{V}_n \otimes \mathcal{S}_p = \{\mathbf{v}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha \in \mathcal{J}_{m,p}} v_{i,\alpha} \varphi_i(\mathbf{x}) H_\alpha(\boldsymbol{\xi}), \varphi_i \in \mathcal{V}, H_\alpha \in \mathcal{S}\}$$

La solution de l'approximation de Galerkin $\mathbf{u}_{n,p} \in \mathcal{V}_n \otimes \mathcal{S}_p$ est alors définie par

$$A(\mathbf{u}_{n,p}, \mathbf{v}_{n,p}) = B(\mathbf{v}_{n,p}), \quad \forall \mathbf{v}_{n,p} \in \mathcal{V}_n \otimes \mathcal{S}_p$$

ce qui conduit à la résolution du système d'équations linéaires suivant :

$$\sum_{\alpha \in \mathcal{J}_{m,p}} E(\mathbf{A} H_\beta H_\alpha) \mathbf{u}_\alpha = E(\mathbf{b} H_\beta), \quad \forall \beta \in \mathcal{J}_{m,p}$$

où $\mathbf{u}_\alpha = (u_{1,\alpha} \dots u_{n,\alpha})^T$ et

$$(\mathbf{A}(\boldsymbol{\xi}))_{ij} = \int_D \varepsilon(\varphi_j(\mathbf{x})) : \mathbf{C} : \varepsilon(\varphi_i(\mathbf{x})) \mathcal{H}(\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) dx,$$

$$(\mathbf{b})_i = \int_{\Gamma_2} \varphi_i \cdot \mathbf{F} ds.$$

Le calcul de ces quantités nécessite alors des stratégies d'intégration particulières aux niveaux spatial et stochastique. Les propriétés de la solution approchée ainsi que ces aspects numériques sont détaillés dans [8].

4 Application au calcul de K_T pour un joint soudé

4.1 Principe de calcul analytique et numérique du K_T

La présence de raccordement structuraux, et a fortiori de joints soudés, constitue généralement une singularité géométrique, autour de laquelle les contraintes induites par les sollicitations extérieures sont modifiées, généralement augmentées. Le niveau de sur-contrainte locale σ_{locale} peut cependant être évalué, sans nécessairement disposer d'un modèle mécanique capable de représenter finement la singularité géométrique, à partir des notions de contrainte nominale σ_{nominale} et de facteur de concentration de contrainte K_T .

$$\sigma_{\text{locale}} = K_T^{\text{num}} \cdot \sigma_{\text{nominale}} \quad (4)$$

Selon l'AFNOR [1], la contrainte nominale est la contrainte dans le métal de base ou dans une soudure au voisinage de l'emplacement potentiel d'une fissure, calculée selon la théorie élastique, à l'exclusion de tout effet de concentration de contrainte. L'IIW [4] complète cette définition en rappelant que la contrainte nominale inclut cependant les sur-contraintes induites par la géométrie des composants à proximité des joints soudés. Dans le cas de structures simples, cette contrainte nominale peut être calculée par des calculs analytiques classiques type RDM. Dans de nombreux cas industriels, le passage par la méthode des éléments finis se révèle obligatoire. Il faut donc déterminer la position à laquelle la contrainte nominale doit être évaluée. A partir des travaux sur la contrainte géométrique présentés en [6], on considère que la contrainte nominale pour un assemblage en T peut être estimée à une distance, comptée à partir du pied du joint soudé, égale à 1.5 fois l'épaisseur de la tôle raidie (figure 1).

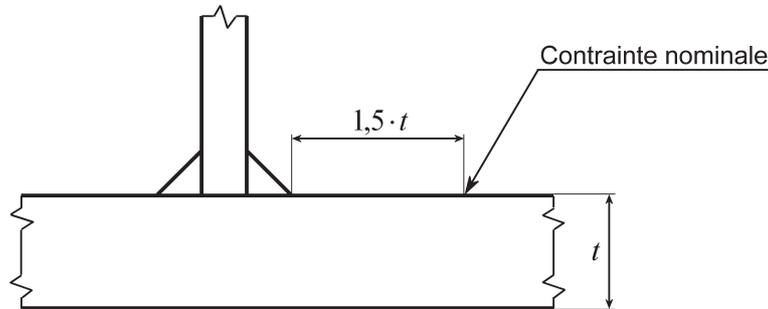


FIG. 1 – Point de dépouillement de la contrainte nominale.

De nombreuses formulations analytiques, plus ou moins complexes, existent dans la littérature pour ce type d'assemblage (c.f. [5]). Nous retiendrons dans cette étude la formule initialement proposée par Shron, faisant intervenir, pour le cas de la maille élémentaire de sous-marin représentée en figure 2 : l'épaisseur du bordé e_b , la largeur du joint soudé h , l'angle et le rayon de raccordement du cordon α et R .

$$K_T^{\text{ana}} = 1 + \frac{0.3 \times \left(\frac{2h}{e_b}\right)^{0.2}}{\sqrt{\frac{R}{e_b}}} \sin(\alpha) \quad (5)$$

Ce type de formulation, en plus de présenter l'inconvénient d'un domaine de validité limité (c.f. (7)), est de plus généralement corrigé en fonction des caractéristiques matériaux afin d'obtenir un facteur effectif de concentration de contraintes utilisé pour l'évaluation de la durée de vie en fatigue, que nous n'aborderons pas ici. Dans le cadre de cette étude, au lieu d'évaluer la variabilité du coefficient de concentration de contraintes à partir d'un modèle analytique prédéfini, nous chercherons à évaluer directement cette variabilité à partir du rapport entre contrainte locale et contrainte nominale, par l'intermédiaire de la méthode X-SFEM. Une comparaison avec la formule analytique utilisée comme surface de réponse sera alors proposée.

4.2 Présentation du cas test

La méthode X-SFEM est appliquée à un cordon de soudure du type utilisé dans la construction des submersibles. On cherche à comparer la projection sur le chaos polynomial 1D de la formule (5), donnée en équation (6), et la solution obtenue par calcul numérique via X-SFEM (4). La décomposition s'écrit

$$K_T(\alpha) = \sum_{\beta \in \mathcal{J}_{P_j}} K_{T\beta} H_\beta(\alpha) \quad (6)$$

où $\mathcal{J}_{P_j} = \{\beta \in \mathcal{J}; \sum_{i=1}^m \beta_i \leq p_j\}$. On choisit ici $p_j = 3$. Les grandeurs d'intérêt seront les densités de distribution de K_T et les surfaces de réponse de K_T . La figure 2 en présente la géométrie. Les données matérielles sont les suivantes : l'acier utilisé est un acier 80HLES (haute limite d'élasticité soudable) de module d'Young $E = 207$ GPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0.3$. On notera que le matériau est considéré homogène (même propriétés matérielles pour le métal d'apport). Le problème sera traité sous l'hypothèse d'axi-symétrie (rayon R_{hb}). Des conditions de symétrie sont également utilisées dans le modèle aux éléments finis. On considère l'assemblage soudé décrit sur la figure 2.

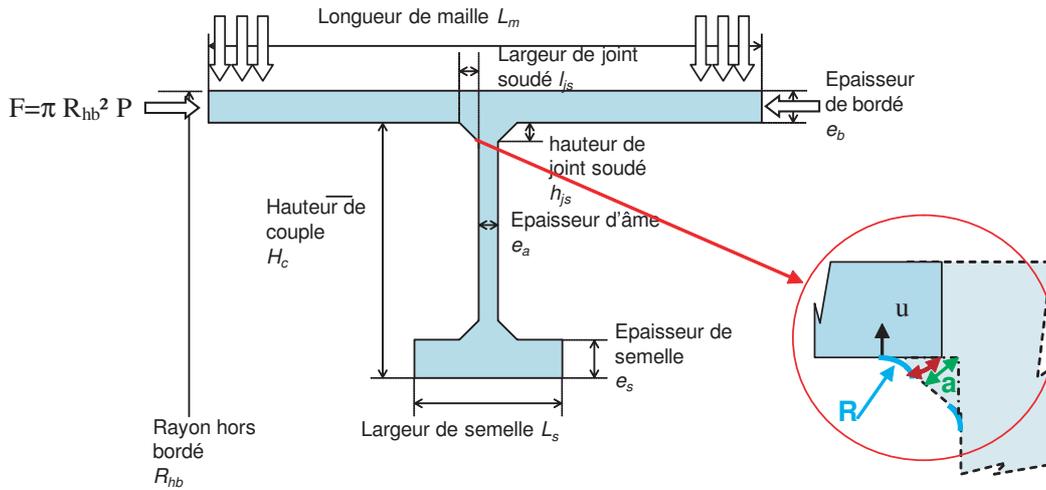


FIG. 2 – Élément de structure étudié.

4.3 Modélisation des données

Les mesures de géométrie de cordons de soudure sont réalisées par un procédé laser de type WISC qui permet, soit de mesurer des paramètres soit de disposer de nuages de point. On utilise ici la première configuration, qui renvoie la mesure de 24 paramètres dont la section du cordon, la longueur des arêtes du triangle rectangle inscrit, etc. La figure présente des distributions obtenues pour certains de ces paramètres. Des études de sensibilité montrent que trois paramètres, présentés en figure 2, suffisent à bien représenter la dimension stochastique du problème : la gorge de la soudure (l'apothème ' a ' du triangle isocèle rectangle inscrit), l'angle de raccordement α et le rayon de raccordement R . Parmi eux on montre que ' a ' joue un rôle moins important. Par soucis de lisibilité et de présentation des résultats, on se limitera donc aux variables α et R . Des études statistiques montrent que ces variables sont faiblement corrélées et que les distributions suivent préférentiellement des lois normales. La figure 4 illustre la distribution obtenue à partir de 677 mesures sur éprouvettes soudées avec assemblage de type bâtiment de surface. Le coefficient de variation est voisin de 10%.

Afin de procéder à une étude de cas générale. On choisira par la suite une distribution uniforme qui devra rester sur le support couvert par la formule analytique de K_T à savoir :

$$0.098 < a < 0.0118; \quad 38 < \alpha < 52; \quad 0.0001 < R < 0.001 \quad (7)$$

On choisit $a = 0.0108[m]$, $\alpha \in U[30; 45]$ et $R \in U[0.0008; 2]$. On présente dans ce cas en figure 3, le maillage support de l'étude X-SFEM avec en jaune les points dans la matière (in), possiblement dans la matière (cut) et hors matière (out).

4.4 Résultats

On cherche tout d'abord à analyser les surfaces de réponse dans l'espace stochastique à deux dimensions (α et R).

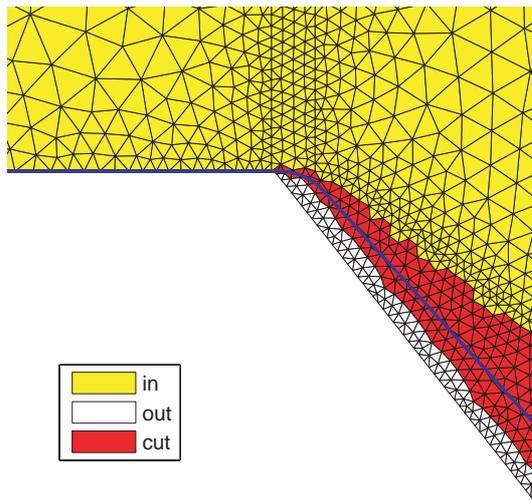


FIG. 3 – Éléments in, cut et out au voisinage du cordon.

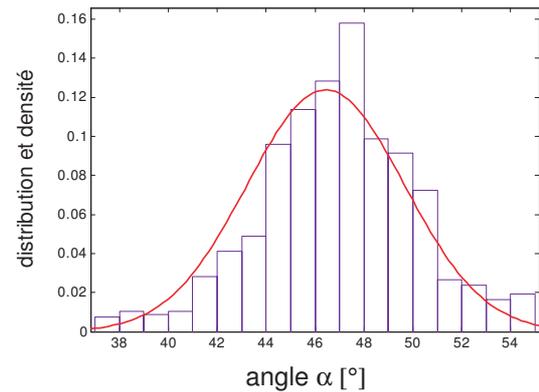


FIG. 4 – Distribution de α [°].

La figure 5 présente les surfaces de réponse de K_T analytique et numérique. Si les allures et les tendances sont similaires, le support du K_T numérique est moins étendu que celui de l'analytique. La figure 6 représente les densités de distribution. Elles illustrent évidemment ce constat. D'un point de vue fiabilité, l'approche analytique est, sur cet exemple, conservative. Notons toutefois que la formule analytique n'a pas été développée en vue d'une approche probabiliste ni pour un problème rigoureusement identique. Il faudrait alors en identifier les paramètres par ajustement sur une base de données numérique dédiée.

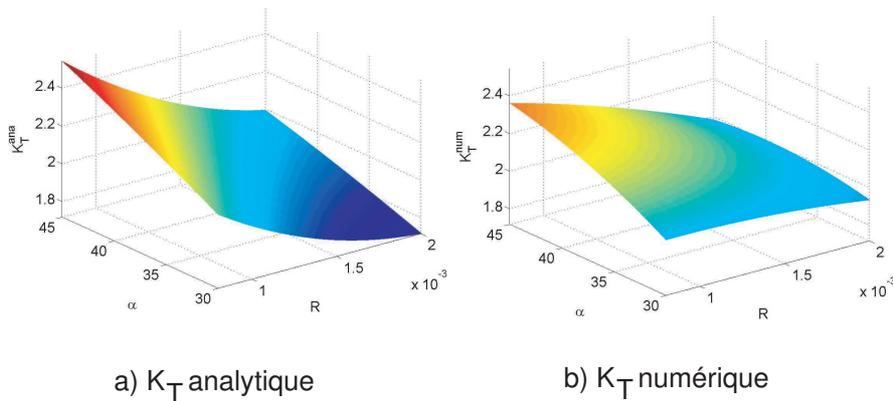


FIG. 5 – Surfaces de réponse des K_T analytique et numérique (problème stochastique 2-D).

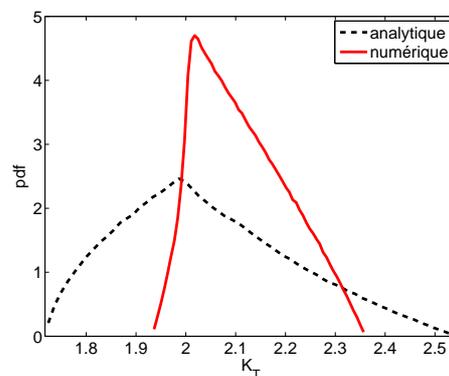


FIG. 6 – Distributions des K_T analytique et numérique (problème stochastique 2-D).

5 Conclusion

Nous avons utilisé la méthode X-SFEM pour résoudre un problème de calcul de structures en présence d'incertitudes géométriques. Cette méthode s'appuie sur une représentation aisée de la géométrie aléatoire à l'aide de la méthode des level-sets et permet de s'affranchir de tout remaillage. L'utilisation d'une approximation de Galerkin au niveau spatial et stochastique fournit une solution précise et explicite en fonction des variables aléatoires de base. La méthode a été ici utilisée pour déterminer le coefficient de concentration de contrainte K_T intervenant dans un problème d'assemblage soudé d'un sous-marin. L'objectif était de comparer les résultats obtenus numériquement sur le K_T avec X-SFEM à ceux obtenus avec une formule analytique représentative de la géométrie de l'assemblage. Si les surfaces de réponse du K_T se sont révélées assez proches, les densités de probabilité obtenues présentaient des différences plus importantes, notamment au niveau de leur support. Toutefois, compte tenu du fait que la formule analytique utilisée ne correspond pas exactement à la géométrie du problème étudié, les résultats obtenus avec X-SFEM apparaissent très satisfaisants.

Références

- [1] NF EN 1993-1-9. Eurocode 3 - Calcul des structures en acier - Partie 1-9 : Fatigue. *AFNOR*, 2005.
- [2] Canuto C., Kozubek T.. A fictitious domain approach to the numerical solution of PDEs in stochastic domains. *Numerische Mathematik*, 2 :257–293, 2007.
- [3] R. Ghanem and P. Spanos. *Stochastic finite elements : a spectral approach*. Springer, Berlin, 1991.
- [4] Hobacher A.. Recommendations for fatigue design of welded joints and components. *XII-1965-03 / XV-1127-03*, International Institute of Welding, 2003.
- [5] Huther I.. Prédiction du comportement à la fatigue des assemblages soudés, prise en compte de l'effet macro, micro-géométrie. *Thèse de doctorat*, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France, 1996.
- [6] Labesse-Jied F., Recho N.. Contrainte géométrique de dimensionnement à la fatigue des joints soudés d'angles. *Soudages et techniques connexes*, 25–34, 1999.
- [7] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 46 :131–150, 1999.
- [8] Nouy, A., Clément, A., Schoefs, F., Moës, N. eXtended Stochastic Finite Element Method for solving stochastic partial differential equations on random domains. *In Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197 :4663–4682, 2008.
- [9] Sethian J.A.. *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
- [10] Tartakovsky D.M. , Xiu D.B.. Stochastic analysis of transport in tubes with rough walls. *Journal of Computational Physics*, 217 :248–259, 2006.
- [11] Van den Nieuwenhoff B., Coyette J.P.. Modal approaches for the stochastic finite element analysis of structures with material and geometric uncertainties. *In Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192 :3705–3729, 2003.